เซต

math center

20 Apr 2020

สารบัญ

ความหมายของเซต

เซต คือ กลุ่มของอะไรบางอย่าง เช่น

พม่า ลาว กัมพูชา มาเลเซีย

เซตของประเทศที่มีพรมแดนติดกับไทย
สมาชิก: พม่า, ลาว, กัมพูชา, มาเลเซีย
จำนวนสมาชิก: 4

$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6
สมาชิก: $1, 2, 3, 4, 5$
จำนวนสมาชิก: 5

$-1 \quad -2 \quad -3 \quad \ldots \quad -99$

เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -100
สมาชิก: $-1, -2, -3, \ldots, -99$
จำนวนสมาชิก: 99

$7 \quad 14 \quad 21 \quad \ldots$

เซตของจำนวนจริงบวกที่หารด้วย 7 ลงตัว
สมาชิก: $7, 14, 21, \ldots$
จำนวนสมาชิก: มากมายนับไม่ถ้วน

เซตของคนที่มีอายุเกิน 500 ปี
สมาชิก: ไม่มี
จำนวนสมาชิก: 0

เซตพื้นฐานที่ควรทราบ

- N เซตของจำนวนเต็มบวก (หรือ เรียกอีกชื่อว่าจำนวนนับก็ได้)
- I เซตของจำนวนเต็ม
- I^+ เซตของจำนวนเต็มบวก (เหมือน N)
- I^- เซตของจำนวนเต็มลบ
- R เซตของจำนวนจริง
- R^+ เซตของจำนวนจริงบวก
- R^- เซตของจำนวนจริงลบ

การเขียนเซต เขียนได้ 2 แบบ คือ แบบ “แจกแจงสมาชิก” และ แบบ “บอกเงื่อนไข”

1. แบบแจกแจงสมาชิก
   - เขียนแจงว่ามีสมาชิกอะไรในเซตบ้าง
   - เช่น { เมียนมาร์, ลาว, กัมพูชา, มาเลเซีย }

     เริ่มเซตด้วย ปีกกาเปิด

     จะเรียงสมาชิกไหนก่อนหลังก็ได้ ใช้ จุลภาค คั่นระหว่างสมาชิก

     จบเซตด้วย ปีกกาปิด

2. แบบบอกเงื่อนไข
   - เขียนบอกเงื่อนไขของสมาชิกที่จะอยู่ในเซตได้
   - เช่น เซตของจำนวนนับ ที่น้อยกว่า 6 จะเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้เป็น

$$\{\, x \underbrace{\in \mathrm{N}} \mid \underbrace{x < 6} \,\}$$

เริ่มเซตด้วยปีกกาเปิด

จบเซตด้วยปีกกาปิด

ตัวแปรอะไรก็ได้ (ส่วนใหญ่ใช้ x)

บอกเงื่อนไขสมาชิก ที่จะอยู่ในเซตนี้ได้

บอกขอบเขตสมาชิก ที่จะอยู่ในเซตนี้ได้ (ส่วนนี้ไม่ต้องใส่ก็ได้)

เครื่องหมาย “โดยที่”

เซตตัวอย่าง	เขียนแบบแจกแจงสมาชิก	เขียนแบบบอกเงื่อนไข
เซตของประเทศที่ติดกับไทย	{พม่า, ลาว, กัมพูชา, มาเลเซีย}	$\{x \mid x$ เป็นประเทศที่ติดกับไทย$\}$
เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6	$\{1, 2, 3, 4, 5\}$	$\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $6\}$ หรือ $\{x \in \mathrm{N} \mid x < 6\}$ ก็ได้
เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -100	$\{-1, -2, -3, \ldots, -99\}$	$\{k \in \mathrm{I}^- \mid k > -100\}$
เซตของจำนวนจริงบวกที่หารด้วย 7 ลงตัว	$\{7, 14, 21, \ldots\}$	$\{n \mid n$ เป็นจำนวนจริงบวกที่หารด้วย 7 ลงตัว$\}$ หรือ $\{n \in \mathrm{R}^+ \mid n$ หารด้วย 7 ลงตัว$\}$
เซตของคนที่มีอายุเกิน 500 ปี	$\{\ \}$	$\{a \mid a$ เป็นคนที่มีอายุเกิน 500 ปี$\}$

หมายเหตุ: เซตที่ไม่มีสมาชิกเลยซักตัว เรียกว่า “เซตว่าง” แทนด้วยสัญลักษณ์ $\{\ \}$ หรือ $\emptyset$

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้ แบบแจกแจงสมาชิก
   1. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ ที่น้อยกว่า $10\}$
   2. $\{k \in \mathrm{I}^- \mid k^2 = 16\}$
   3. $\{x \mid 3x + 5 = 16\}$
   4. $\{m \in \mathrm{I}^- \mid m \geq 5\}$
   5. $\{n \in \mathrm{N} \mid n$ เป็นจำนวนคี่ที่ไม่เกิน $50\}$
   6. $\{x \in \mathrm{I} \mid |x| \leq 2\}$
   7. $\{a \in \mathrm{I}^+ \mid a \leq 0\ \}$
   8. $\{x \in \mathrm{R} \mid x = 8\}$

เซตที่สมาชิกเป็นเซต

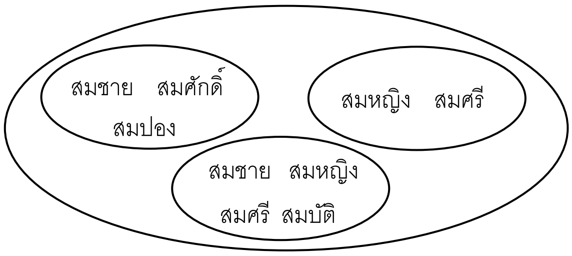
จากหัวข้อที่แล้ว จะเห็นว่าสมาชิกภายในเซต จะเป็นอะไรก็ได้ (ตัวเลข, คน, ประเทศ, สัตว์, ฯลฯ)
ในหัวข้อนี้ จะพูดถึงกรณีที่ “สมาชิกภายในเซต เป็นเซต” ฟังแล้วอาจจะงงๆ ลองดูตัวอย่างต่อไปนี้

เซตของนักเรียนที่ทำรายงานคณิตศาสตร์
สมาชิก: สมชาย, สมศักดิ์, สมปอง
จำนวนสมาชิก: 3

เซตของนักเรียนที่ทำรายงานภาษาอังกฤษ
สมาชิก: สมศรี, สมหญิง
จำนวนสมาชิก: 2

เซตของนักเรียนที่ทำรายงานฟิสิกส์
สมาชิก: สมชาย, สมหญิง, สมศรี, สมบัติ
จำนวนสมาชิก: 4

จะได้เซตของ “เซตของนักเรียน” ที่ทำรายงานวิชาต่างๆ ดังนี้



เซตของ “เซตของนักเรียน” ที่ทำรายงานวิชาต่างๆ
สมาชิก: เซตของนักเรียนที่ทำรายงานคณิตศาสตร์,
เซตของนักเรียนที่ทำรายงานภาษาอังกฤษ,
เซตของนักเรียนที่ทำรายงานฟิสิกส์
จำนวนสมาชิก: 3

โดยเราสามารถเขียนเซตของเซต โดยใช้เครื่องหมายปีกกา ซ้อนไปอีกชั้น ดังนี้

{ {สมชาย, สมศักดิ์, สมปอง} , {สมหญิง, สมศรี} , {สมชาย, สมหญิง, สมศรี, สมบัติ} }

และเวลานับจำนวนสมาชิก ต้องระวังให้ดี เนื่องจากเราจะไม่ลงไปนับสมาชิกของเซตที่เป็นสมาชิก

เช่น $\{\{1,2\},\{3,4\},\{5,6\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 3 ตัว

$\{\{1,2,3,4\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 1 ตัว

$\{\{\,\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 1 ตัว

$\{1,\{1\},\{1,\{1\}\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 3 ตัว

$\{\{1\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 3 ตัว

$\{\{1,2,3,4,\ldots\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 1 ตัว

$\{1,2,\{3,4\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 3 ตัว

$\{1,\{\{2,3\},\{\{4\}\}\}\}$ $\rightarrow$ มีสมาชิก 2 ตัว

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้
   1. $\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\}\}$
   2. $\{\{1,2\},\{3\}\}$
   3. $\{\{1,2,\{3\}\}\}$
   4. $\{1,\{1,2\},\{1,2,3\}\}$

5. $\{\{\{\}\}\}$

6. $\{\{1, \emptyset\}, \emptyset\}$

7. $\{\{1, \{2\}\}, \{3, \{\}\}\}$

8. $\{\{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, \{2\}, 3\}\}\}$

สมาชิกของเซต

เรานิยมแทนเซตด้วยอักษรตัวใหญ่ เช่น A , B , C

และนิยมแทนสมาชิกในเซตด้วยอักษรตัวเล็ก เช่น a , b , c , x , m , n

ถ้า x เป็นสมาชิกของเซต A เราจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \in A$

เช่น $1 \in \{1, 2, 3\}$ $\quad$ $17 \in \{1, 2, 3, \dots, 100\}$

$1.2 \in \mathrm{R}^+$ $\quad$ $3 \in \{m \mid m$ เป็นจำนวนคี่$\}$

แต่ $1 \notin \{2, 3, 4\}$ $\quad$ $17 \notin \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$1.2 \notin \mathrm{N}$ $\quad$ $9 \notin \{n \mid n$ หารด้วย 5 ลงตัว$\}$

ในกรณีที่สมาชิกของเซต เป็นเซต ให้ใช้หลักเดียวกันกับตอนนับจำนวนสมาชิก

เช่น $\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\{1\}$, $\{2\}$, และ $\{3\}$

ดังนั้น $\{1\} \in \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$ $\quad$ $\{2\} \in \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$

$\{3\} \in \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$

แต่ $1 \notin \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$ $\quad$ $\{\{2\}\} \notin \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$

เช่น $\{\{1, 2\},\{2, 3\}\}$ มีสมาชิก 2 ตัว คือ $\{1, 2\}$ และ $\{2, 3\}$

ดังนั้น $\{1, 2\} \in \{\{1, 2\},\{2, 3\}\}$ $\quad$ $\{2, 3\} \in \{\{1, 2\},\{2, 3\}\}$

แต่ $\{1\} \notin \{\{1, 2\},\{2, 3\}\}$ $\quad$ $\{1, 3\} \notin \{\{1, 2\},\{2, 3\}\}$

เช่น $\{\{1\},\{2, 3\},\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\{1\}$, $\{2, 3\}$, และ $\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}$

ดังนั้น $\{1\} \in \{\{1\},\{2, 3\},\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}\}$

$\{2, 3\} \in \{\{1\},\{2, 3\},\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}\}$

$\{1,\{2, 3,\{4\}\}\} \in \{\{1\},\{2, 3\},\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}\}$

แต่ $\{2, 3,\{4\}\} \notin \{\{1\},\{2, 3\},\{1,\{2, 3,\{4\}\}\}\}$

จำนวนสมาชิกของ เซต A จะแทนด้วยสัญลักษณ์ $n(A)$ หรือ $|A|$ ก็ได้

เวลานับจำนวนสมาชิก ถ้ามีซ้ำหลายๆตัว จะถือเป็นสมาชิกแค่ตัวเดียว

เช่น $n(\{1, 5, 8\}) = 3$ $\quad$ $n(\{x \in \mathrm{I}^+ \mid x < 8\}) = 7$

$n(\{\}) = 0$ $\quad$ $n(\{1, 2, 3, \dots\}) =$ มากมายนับไม่ถ้วน

$n(\{8, 8, 8\}) = 1$ $\quad$ $n(\{1, 5, 8, 8, 1, 8\}) = 3$

$n(\{\{1\},\{2\},\{3\}\}) = 3$ $\quad$ $n(\{\{1, 2\},\{2, 3\}\}) = 2$

$n(\{1,\{1\},\{\{1\}\}\}) = 3$ $\quad$ $n(\{1,\{2,\{3\}\}\}) = 2$

เซตที่มีจำนวนสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน เรียกว่า “เซตอนันต์”

เซตที่สามารถระบุจำนวนสมาชิกเป็นตัวเลขได้ จะเรียกว่า “เซตจำกัด”

- เซตว่าง ถือเป็นเซตจำกัด เพราะระบุจำนวนสมาชิกเป็นตัวเลข $(= 0)$ ได้

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. ข้อใดถูกต้อง

1. $5 \in \{25, 125\}$
2. $0 \in \{\ \}$
3. $14 \in \{x \in \mathrm{N} \mid x$ หารด้วย 7 ลงตัว$\}$
4. $\{1\} \in \{1, \{1, 2\}, \{\{1\}\}\}$
5. $3 \in 3$
6. $\{\ \} \in \{\ \}$
7. $\{\ \} \in \{\{\ \}\}$
8. $\{1\} \in \{\{1\}, \{2\}\}$
9. $\{1, 2\} \in \{\{1\}, \{2\}\}$
10. $\{1, 2, 3, 4\} \in \{\{1, 2\}, \{2, 3, 4\}\}$
11. $\{2, 3\} \in \{1, \{1, 2\}, \{1, \{2, 3\}\}\}$
12. ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \in C$

2. จงเติมประโยคต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. $n(\{3, 8, 9\}) =$
2. $n(\{x \mid x = 4\}) =$
3. $n(\{x \in \mathrm{I} \mid 3x + 2 = 3\}) =$
4. $n(\emptyset) =$
5. $n(\{\emptyset\}) =$
6. $n(\{\{\emptyset\}\}) =$
7. $n(\{\{1, 3\}, \{1\}, \{3\}\}) =$
8. $n(\{\{1, \{2\}, \{1, 2, \{2\}\}, \{1\}\}\}) =$

3. ข้อใดเป็นเซตอนันต์

1. $\{1, 2, 3, \ldots, 99999999\}$
2. $\{x \mid 3x + 1 = 0\}$
3. N
4. $\{x \mid 1 \le x \le 5\}$
5. เซตของคนทุกคนบนโลกในขณะนี้
6. $\{\{1, 2, 3, \ldots\}\}$

4. กำหนดให้ A เป็นเซตซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. $1 \in A$

ข. ถ้า $x \in A$ แล้ว $\frac{1}{x} \in A$

ค. $x \notin A$ ก็ต่อเมื่อ $2x \in A$

จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของ A [PAT 1 (ต.ค. 52)/1-21]

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{8}$
3. $\frac{1}{16}$
4. $\frac{1}{32}$

การเท่ากัน / เทียบเท่ากันของเซต

เซตสองเซต จะ “เท่ากัน” เมื่อมีสมาชิกทุกตัว เหมือนกัน

โดย สมาชิกในเซตจะเรียงลำดับยังไงก็ได้ และ สมาชิกที่ซ้ำกัน ไม่นับเป็นสมาชิกใหม่

เช่น $\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$ $\{3, 5, 7, 9\} = \{5, 9, 3, 7\}$

$\{1, 1, 2, 2, 1, 3\} = \{3, 2, 1, 2, 1\} = \{1, 2, 3\}$

$\{x \mid 3x - 5 = 16\} = \{x \in \mathrm{N} \mid x^2 = 49\}$

$\{\{1, 2\}, \{2, 3\}\} = \{\{3, 2\}, \{2, 1\}\}$

แต่ $\{1, 2, 3, 4\} \neq \{2, 3, 4, 5\}$

$\{0\} \neq \emptyset$ $\{1\} \neq \{\{1\}\}$

$\{1, \{1, \{2\}\}\} \neq \{\{2, \{1\}\}, 1\}$

อีกคำหนึ่ง ที่คล้ายๆกัน คือคำว่า “เทียบเท่า”

A เทียบเท่ากับ B แทนด้วยสัญลักษณ์ $A \leftrightarrow B$

- กรณี เซตจำกัด: “เทียบเท่า” หมายความว่า มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

  เช่น $\{1, 2, 3\} \leftrightarrow \{a, b, c\}$ $\{1, 5, 6, 8, 9\} \leftrightarrow \{$ก, ข, ค, ง, จ$\}$

  $\{x \mid x^2 = 1\} \leftrightarrow \{10, 11\}$ $\{1, \{1, 2, 3\}\} \leftrightarrow \{\{1\}, \{2\}\}$

  $\{1, 2, 3\} \not\leftrightarrow \{\{1, 2\}, 3\}$ $\{0\} \not\leftrightarrow \emptyset$

- กรณี เซตอนันต์: “เทียบเท่า” หมายความว่า จับคู่สมาชิก ระหว่าง A กับ B แบบหนึ่งต่อหนึ่งได้

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. ข้อใดถูกต้อง

   1. $\{1, 2, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$
   2. $\{\{\}, \{1, 2\}\} = \{\{2, 1\}, \emptyset\}$
   3. $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}\} \leftrightarrow \{3, 2, 1\}$
   4. $\{\{\}\} \leftrightarrow \{\}$
   5. เซตที่เท่ากัน จะเทียบเท่ากันเสมอ
   6. เซตที่เทียบเท่ากัน จะเท่ากันเสมอ

สับเซต

A เป็น “สับเซต” ของ B แทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subset B$ หมายความว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B

เช่น $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ $\qquad$ $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\{5\} \subset \{1, 3, 5\}$ $\qquad$ $\{1, 2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$

$\{x \in \mathrm{N} \mid x \geq 4\} \subset \{x \in \mathrm{N} \mid x \geq 1\}$ $\qquad$ $\mathrm{I}^+ \subset \mathrm{R}$

แต่ $\{0, 1\} \not\subset \{1, 2, 3, 4\}$ $\qquad$ $\mathrm{I} \not\subset \mathrm{I}^+$

$\{x \mid x^2 = 4\} \not\subset \{1, 2, 3, 4\}$

สังเกตว่าทุกเซต จะเป็นสับเซตของตัวมันเองเสมอ (เพราะ สมาชิกทุกด้วยของ A ก็ต้องเป็นสมาชิกของ A อยู่แล้ว)
นอกจากนี้ นักคณิตศาสตร์จะกำหนดให้ “เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต”

เช่น $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$ $\qquad$ $\emptyset \subset \{\{1\}, \{2, 3\}\}$

$\emptyset \subset \mathrm{I}^-$ $\qquad$ $\emptyset \subset \emptyset$

และนานๆ ที เราอาจจะได้ยินคำว่า “สับเซตแท้” จากโจทย์บางข้อ

- สับเซตแท้ หมายถึง สับเซตที่ “เล็กกว่า” เซตเก่า

  เช่น ถ้า $A = \{1, 2\}$ สับเซตแท้ของ A ได้แก่ $\emptyset$, $\{1\}$ และ $\{2\}$

  $\{1, 2\}$ เป็นสับเซตของ A แต่ไม่ใช่สับเซตแท้

  พูดง่ายๆ สับเซตแท้ ก็คือ สับเซต ที่ไม่ใช่ตัวมันเอง นั่นเอง

- คนบางกลุ่ม นิยมใช้สัญลักษณ์ $A \subseteq B$ แทนประโยค A เป็นสับเซตของ B
  และใช้สัญลักษณ์ $A \subset B$ แทนประโยค A เป็นสับเซตแท้ของ B

  } เลียนแบบ $\leq$ กับ $<$

  เช่น $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ $\qquad$ $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

  $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2, 3\}$ $\qquad$ $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

ในกรณีที่ A กับ B เป็น “เซตของเซต” การพิจารณาว่า $A \subset B$ หรือไม่ จะเริ่มยุ่งยาก
หลักในการพิจารณา คือ ให้ “แจงทั้งสองฝั่ง” ว่ามีสมาชิกกี่ตัวอะไรบ้าง
เมื่อแจงแล้ว ถ้าเราจับคู่เหมือน จาก A ไปยัง B ได้หมดทุกตัว แสดงว่า $A \subset B$

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\} \subset \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u> $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ 1 กับ $\{2\}$ กับ $\{1, 2\}$

$\{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ มีสมาชิก 5 ตัว คือ 1 กับ 2 กับ $\{1\}$ กับ $\{2\}$ กับ $\{1, 2\}$

$$\{1, \{2\}, \{1, 2\}\} \subset \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ \{2\} & 2 \\ \{1, 2\} & \{1\} \\ & \{2\} \\ & \{1, 2\} \end{array}$$

จะเห็นว่า เราจับคู่เหมือน จาก A ไปยัง B ได้หมดทุกตัว
ดังนั้น $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\} \subset \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ #

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $\{\{1\},\{2\}\} \subset \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u> $\{\{1\},\{2\}\}$ มีสมาชิก 2 ตัว คือ $\{1\}$ กับ $\{2\}$

$\big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\{1\}$ กับ $\{1,2\}$ กับ $\{1,\{2\}\}$

$\{\{1\},\{2\}\} \subset \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$

$\{1\}$ — $\{1\}$
$\{2\}$ — ? $\{1,2\}$
$\{1,\{2\}\}$

จะเห็นว่า เราจับคู่เหมือน ให้ $\{2\}$ ไม่ได้

ดังนั้น $\{\{1\},\{2\}\} \not\subset \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$ #

สุดท้าย สิ่งที่ต้องระวังคือ เด็กส่วนใหญ่ มักสับสนระหว่าง "เป็นสมาชิก" ($\in$) กับ "เป็นสับเซต" ($\subset$)
ความแตกต่าง คือ เป็นสับเซต ให้ "แจงทั้งสองฝั่ง" แต่ เป็นสมาชิก ให้ "แจงฝั่งขวาเท่านั้น"

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $\{1,\{2\}\} \in \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u> ตรวจสอบการเป็นสมาชิก ให้แจงแต่ฝั่งขวาเท่านั้น

$\{1,\{2\}\} \in \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$

ไม่ต้องแจง

$\{1,\{2\}\}$ $\{1\}$
$\{1,2\}$
— $\{1,\{2\}\}$

จะเห็นว่า เราจับคู่เหมือน ให้ $\{1,\{2\}\}$ ได้

ดังนั้น $\{1,\{2\}\} \in \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,\{2\}\}\big\}$ #

กระบวนการเหล่านี้ เราต้องหัดทำให้แม่น ขนาดที่คิดในใจได้

เช่น	$1 \in \{1,2,3\}$	$\{1\} \subset \{1,2,3\}$
	$\{1\} \notin \{1,2,3\}$	$\{1\} \in \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$
	$\{1,2,3\} \in \{\{3,2,1\}\}$	$1 \not\subset \{1,2,3\}$
	$\{2,3\} \subset \{1,2,3\}$	$\{2,3\} \in \{\{1,2\},\{2,3\}\}$
	$\{2,3\} \not\subset \{\{2\},\{3\},\{1,2,3\}\}$	$\{2,3\} \notin \{\{2\},\{3\},\{1,2,3\}\}$
	$\emptyset \notin \{1,2,3\}$	$\emptyset \subset \{1,2,3\}$ → เซตว่าง เป็นสับเซตของทุกเซต

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. ข้อใดไม่ใช่สับเซตของ $A = \{m \in \mathrm{N} \mid m$ เป็นจำนวนคี่ที่น้อยกว่า $5\}$
   1. $\emptyset$ 2. $\{1\}$ 3. $\{2\}$ 4. $\{3\}$

2. ข้อใดไม่ใช่สับเซตของ $A = \{n \in \mathrm{I} \mid n < 5\}$
   1. $\emptyset$ 2. $\{n \in \mathrm{I} \mid n < 4\}$
   3. $\{n \in \mathrm{N} \mid n < 5\}$ 4. $\{n \in \mathrm{N} \mid n > 0\}$

3. ข้อใดถูกต้อง
   1. $1 \subset \{1,2,3\}$ 2. $\emptyset \subset \{\{\}\}$
   3. $\emptyset \in \{\{\}\}$ 4. $\{1,2\} \in \{\{1\},\{2,1\}\}$

5. $0 \in \emptyset$

6. $0 \subset \emptyset$

7. $\{1, 2, 3\} \subset \emptyset$

8. $\{1, 2, 3, \ldots\} \subset \mathrm{N}$

9. $\mathrm{I} \subset \mathrm{N}$

10. $\{1, 2, 3, \ldots\} \subset \{1, 2, 3\}$

11. $1 \in \{1\}$

12. $1 \subset \{1\}$

13. $\{1\} \in 1$

14. $\{1\} \subset 1$

15. $\{1, \{1\}\} \in \{ 1, \{1\}, \{1, \{1\}\} \}$

16. $\{1, \{1\}\} \subset \{ 1, \{1\}, \{1, \{1\}\} \}$

17. $\{2, \{3\}\} \in \{\{\{3\}, 2\}, 2\}$

18. $\{\{2, \{3\}\}, \{\{1\}\}\} \subset \{\{2, \{3\}, \{1\}\}, \{\{1\}\}\}$

19. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

20. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$

4. ให้ A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตอนันต์ ข้อความใดต่อไปนี้<u>เป็นเท็จ</u> [O-NET 52/10]
   1. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ A
   2. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ B
   3. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ A
   4. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ B

5. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด [PAT 1 (ก.ค. 52)/4]
   1. $\{1, 2\} \in A$
   2. $\{1, 2, 3\} \in A$
   3. $\{1, 2\} \subset A$
   4. $\{1, 2, 3\} \subset A$

6. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด [PAT 1 (มี.ค. 52)/3]
   1. $\emptyset \subset A$
   2. $\{\emptyset\} \not\subset A$
   3. $\{1, \{1\}\} \subset A$
   4. $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \not\subset A$

เอกภพสัมพัทธ์

เอกภพสัมพัทธ์ คือ ขอบเขตของสิ่งที่เราจะสนใจ มักแทนด้วยตัว $\mathcal{U}$
อะไรก็ตาม ที่ไม่อยู่ใน $\mathcal{U}$ จะถือว่าเราไม่รู้จัก หรือไม่สนใจจะกล่าวถึง

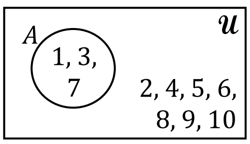
<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ถ้า $A = \{x \mid x > 7\}$ จงเขียน A แบบแจกแจงสมาชิก

<u>วิธีทำ</u> จะเห็นว่า มี x มากมาย ที่มากกว่า 7 (ได้แก่ 8, 9, 10, 11, 12, …)
แต่ข้อนี้โจทย์ให้มาว่า $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ดังนั้น เราสนใจแต่ 1, 2, 3, …, 10 เท่านั้น
11, 12, 13, … ไม่ได้อยู่ใน $\mathcal{U}$ ดังนั้น เราไม่รู้จัก ไม่สนใจ ไม่ต้องกล่าวถึง
ดังนั้น เขียน A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{8, 9, 10\}$ #

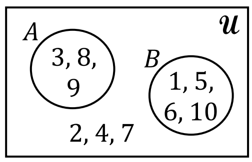
แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

คือแผนภาพแสดงเซตให้เข้าใจง่ายๆ โดยเขียนเซตเป็นวงกลม ภายในกรอบสี่เหลี่ยม
โดยกรอบสี่เหลี่ยม จะอยู่ชั้นนอกสุด ทำหน้าที่เป็น เอกภพสัมพัทธ์
ภายในกรอบสี่เหลี่ยม จะมีวงกลม แทนเซต ถ้ามีหลายเซต ก็จะมีหลายวง

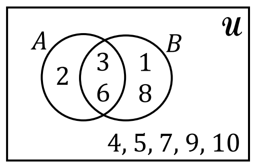
$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
$A = \{1, 3, 7\}$



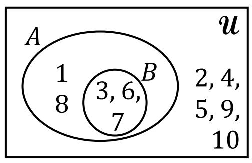
$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
$A = \{3, 8, 9\}$
$B = \{1, 5, 6, 10\}$



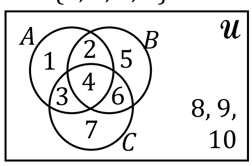
$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
$A = \{2, 3, 6\}$
$B = \{1, 3, 6, 8\}$



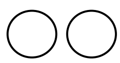
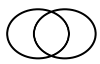
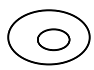
$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
$A = \{1, 3, 6, 7, 8\}$
$B = \{3, 6, 7\}$



$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$
$A = \{1, 2, 3, 4\}$
$B = \{2, 4, 5, 6\}$
$C = \{3, 4, 6, 7\}$



สังเกตว่า

- ถ้าเซตสองเซต <u>ไม่มีส่วนซ้ำกัน</u> จะวาดออกมาได้เป็นสองวง แยกจากกัน 
- ถ้าเซตสองเซต <u>มีบางส่วนซ้ำกัน</u> จะวาดออกมาได้เป็นสองวงที่มีส่วนซ้อนกัน 
- ถ้าเซตหนึ่ง <u>เป็นสับเซต</u> ของอีกเซต จะวาดออกมาได้เป็นวงหนึ่ง อยู่ข้างในอีกวง 

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงวาดแผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ ของเซตต่อไปนี้

   1. $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

      $A = \{1, 3, 5, 7\}$

      $B = \{2, 4, 6, 8\}$

   2. $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\}$

      $A = \{1\}$

      $B = \{1, 2\}$

   3. $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

      $A = \{1, 2, 3\}$

      $B = \{2, 3, 4\}$

      $C = \{1, 4\}$

   4. $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4\}$

      $A = \{1, 2, 3\}$

      $B = \{1, 4\}$

      $C = \{1, 3, 4\}$

การปฏิบัติการทางเซต

หัวข้อนี้ จะคล้ายๆกับตอนที่เราเอา "ตัวเลข" มา บวก ลบ คูณ หาร ตอนประถม
แต่ในเรื่องนี้ จะเอา "เซต" มา ทำอย่างอื่นกันแทน ได้แก่

- ยูเนียน
- อินเตอร์เซ็ก
- ลบ
- คอมพลีเมนต์

<u>ยูเนียน</u> คือ การ "เทรวม"

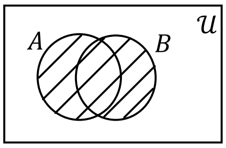
A ยูเนียน B แทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cup B$ หมายถึง การนำเซต A และ B มารวมกัน

เช่น $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad$ $\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\{3, 5\} \cup \{2, 3, 5\} = \{2, 3, 5\}$ $\quad$ $\{1, 2\} \cup \{\,\} = \{1, 2\}$

จะเห็นว่า $A \cup \emptyset = A$ และ $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$ เสมอ

ถ้าวาดเป็นแผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ จะเห็นว่า
ผลของการยูเนียน จะกินบริเวณทั้ง A กับ B ดังรูป



<u>อินเตอร์เซก</u> คือ การ "หาส่วนซ้ำ"

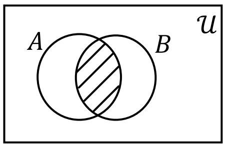
A อินเตอร์เซก B แทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cap B$ หมายถึง การนำเซต A และ B มาหาส่วนที่ซ้ำกัน

เช่น $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}$ $\quad$ $\{2, 4\} \cap \{2, 4, 6\} = \{2, 4\}$

$\{1, 4, 9\} \cap \{3, 5, 7\} = \emptyset$ $\quad$ $\{1, 2\} \cap \{\,\} = \{\,\}$

จะเห็นว่า $A \cap \emptyset = \emptyset$ และ $A \cap \mathcal{U} = A$ เสมอ

ถ้าวาดเป็นแผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ จะเห็นว่า
ผลของการอินเตอร์เซก จะกินบริเวณที่ A กับ B ซ้อนกัน ดังรูป



<u>ลบ</u> (หรือ ผลต่าง) คือการ "กรองทิ้ง"

A ลบ B แทนด้วยสัญลักษณ์ $A - B$ หมายถึง การนำเซต A มากรองตัวที่อยู่ใน B ทิ้งไป

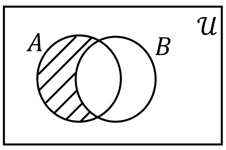
เช่น $\{1, 2, 3\} - \{2, 3, 4\} = \{1\}$ $\quad$ $\{2, 3, 4\} - \{1, 2, 3\} = \{4\}$

$\{7, 8, 9\} - \{8\} = \{7, 9\}$ $\quad$ $\{3, 5\} - \{2, 3, 5\} = \{\,\}$

$\{1, 3, 5\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$ $\quad$ $\{1, 2\} - \{\,\} = \{1, 2\}$

จะเห็นว่า $A - \emptyset = A$ และ $A - \mathcal{U} = \emptyset$ เสมอ

ถ้าวาดเป็นแผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ จะเห็นว่า
ผลของ $A - B$ จะกินบริเวณของ A ที่ไม่อยู่ใน B ดังรูป



<u>คอมพลีเมนต์</u> คือ "ส่วนตรงข้าม"

A คอมพลีเมนต์ แทนด้วยสัญลักษณ์ A' หรือ A^c หมายถึง บริเวณที่ไม่ใช่ A

อันสุดท้ายนี้ จะแปลกกว่าอันอื่น ตรงที่ อันนี้ทำกับเซตแค่เซตเดียว

และ ก่อนจะหาคอมพลีเมนต์ได้ เราจำเป็นต้องรู้ $\mathcal{U}$ ก่อน

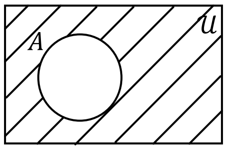
เช่น ถ้ากำหนดให้ $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะได้ $\{1, 2, 3\}' = \{4, 5\}$ $\quad$ $\{1, 4\}' = \{2, 3, 5\}$

$\{1, 2, 3, 4, 5\}' = \{\,\}$ $\quad$ $\{\,\}' = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะเห็นว่า $\mathcal{U}' = \emptyset$ และ $\emptyset' = \mathcal{U}$ เสมอ

ถ้าวาดเป็นแผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ จะเห็นว่า
ผลของ A' จะกินบริเวณนอก A ดังรูป



อย่างไรก็ตาม โจทย์มักจะนำ เครื่องหมายทั้งสี่ มาถามผสมๆกัน

ลำดับการทำคือ ถ้ามีวงเล็บ ให้ทำในวงเล็บก่อน

ถ้ามี คอมพลีเมนต์ ให้ทำคอมพลีเมนต์ เป็นลำดับถัดมา ตามด้วย อินเตอร์เซ็ก, ยูเนียน, และ ลบ ตามลำดับ

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ จงหา $(A \cap B') - (A \cup B)'$

<u>วิธีทำ</u> $A \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\}' = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 5\} = \{1\}$

$(A \cup B)' = (\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\})' = \{1, 2, 3, 4\}' = \{5\}$

ดังนั้น $(A \cap B') - (A \cup B)' = \{1\} - \{5\} = \{1\}$ #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $n(A) = 10$, $n(B) = 18$ จงหาช่วงค่าที่เป็นไปได้ของ $n(A \cup B)$, $n(A \cap B)$, $n(A - B)$ และ $n(B - A)$

<u>วิธีทำ</u>

- $A \cup B$ จะเล็กสุด เมื่อ A กับ B ซ้ำกันทุกตัว $\rightarrow n(A \cup B) \geq max(10, 18) = 18$
  $A \cup B$ จะใหญ่สุด เมื่อ A กับ B ไม่ซ้ำกันเลย $\rightarrow n(A \cup B) \leq 10 + 18 = 28$
  ดังนั้น $18 \leq n(A \cup B) \leq 28$
- $A \cap B$ จะเล็กสุด เมื่อ A กับ B ไม่ซ้ำกันเลย $\rightarrow n(A \cap B) \geq 0$
  $A \cap B$ จะใหญ่สุด เมื่อ A กับ B ซ้ำกันทุกตัว $\rightarrow n(A \cap B) \leq min(10, 18) = 10$
  ดังนั้น $0 \leq n(A \cap B) \leq 10$
- $A - B$ จะเล็กสุด เมื่อ B มีทุกตัวใน A $\rightarrow n(A - B) \geq 10 - 18 \rightarrow 0$
  $A - B$ จะใหญ่สุด เมื่อ A กับ B ไม่ซ้ำกันเลย $\rightarrow n(A - B) \leq n(A) = 10$
  ดังนั้น $0 \leq n(A - B) \leq 10$
- $B - A$ จะเล็กสุด เมื่อ A มีทุกตัวใน B $\rightarrow n(A - B) \geq 18 - 10 = 8$
  $B - A$ จะใหญ่สุด เมื่อ A กับ B ไม่ซ้ำกันเลย $\rightarrow n(A - B) \leq n(B) = 18$
  ดังนั้น $8 \leq n(B - A) \leq 18$ #

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ เพื่อแสดงส่วนที่เป็น $(A \cup B)'$

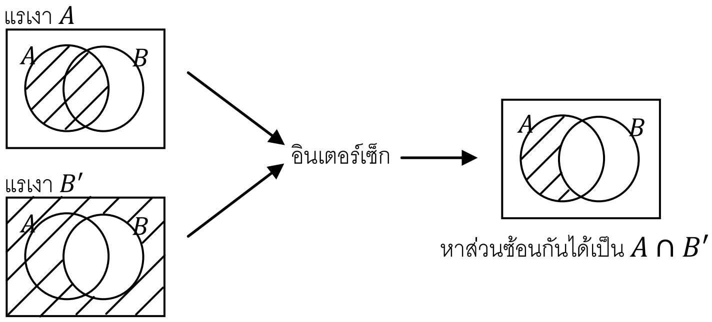
<u>วิธีทำ</u>

อันดับแรก หา $A \cup B$ ก่อน　　　หาส่วนตรงข้ามได้เป็น $(A \cup B)'$

#

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ เพื่อแสดงส่วนที่เป็น $A \cap B'$

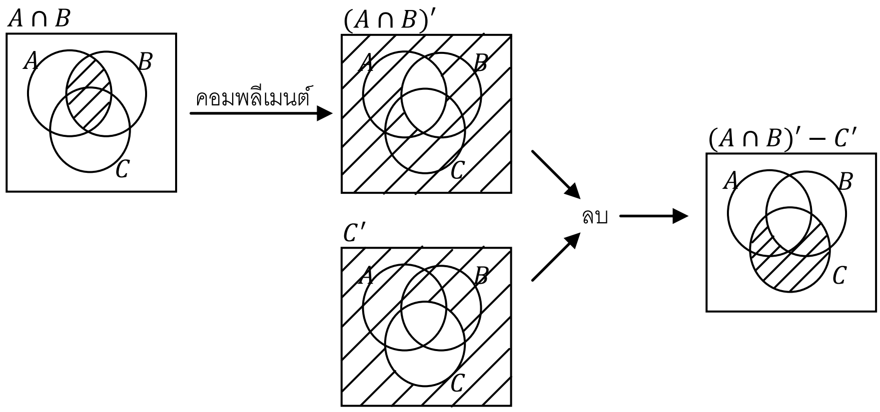
<u>วิธีทำ</u>



#

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ เพื่อแสดงส่วนที่เป็น $(A \cap B)' - C'$

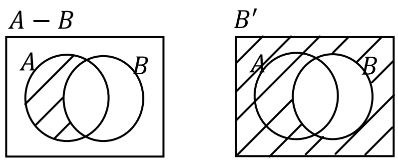
<u>วิธีทำ</u>



#

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ เพื่อแสดงว่า $A - B \subset B'$

<u>วิธีทำ</u> วาดแผนภาพของ $A - B$ และ B' จะได้ดังรูป



จะเห็นว่าบริเวณที่แรเงาของ $A - B$

ถูกคลุมอยู่ในบริเวณที่แรเงาของ B'

ดังนั้น $A - B \subset B'$

#

แบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $C = \{4, 5, 6\}$
จงหาค่าของเซตต่อไปนี้
    1. $A \cap C$
    2. $B \cap C$
    3. $A \cup B$
    4. $B \cup C$
    5. $A - C$
    6. $C - A$
    7. B'
    8. $B' \cup C$
    9. $C' - A$
    10. $(A \cup B)'$
    11. $A \cup (B - C)$
    12. $(A - B)' \cap C$

2. จงหาค่าของเซตต่อไปนี้
    1. $\{1, 2\} \cup \{\, \{1\}, \{2\} \,\}$
    2. $\{1, \{2\}\} - \{1, 2, 3\}$
    3. $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\} - \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$

3. จงเติมประโยคต่อไปนี้ให้สมบูรณ์
    1. $A \cap A' =$
    2. $A \cup A' =$
    3. $A - A' =$
    4. $A \cap A =$
    5. $A \cup A =$
    6. $A - A =$
    7. $\emptyset' =$
    8. $\mathcal{U}' =$
    9. $(A')' =$
    10. $((((A')')')')' =$

4. ข้อใดถูกต้อง
    1. $A \cap B = B \cap A$
    2. $A \cup B = B \cup A$

3. $A - B = B - A$

4. ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว จะได้ว่า $A = B$

5. ถ้า $A \neq B$ แล้ว จะได้ว่า $A \cap C \neq B \cap C$ ไม่ว่า C จะเป็นอะไรก็ตาม

6. $(A \cup B) \cup C$ กับ $A \cup (B \cup C)$ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

7. $A \cap B \subset A$

8. $A \subset A \cap B$

9. $A \cup B \subset A$

10. $A \subset A \cup B$

11. $A - B \subset A$

12. $A \subset A - B$

13. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

14. $n(A - B) = n(A) - n(B)$

15. $n(A \cap B) \leq n(A \cup B)$

16. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$

17. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

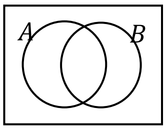
18. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $B' \subset A'$

19. ถ้า $A \cup B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$

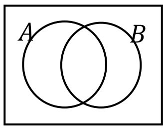
20. ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$

5. จงแรเงาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

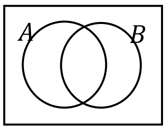
1. $(A \cap B)'$



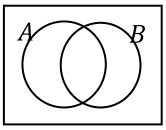
2. $A' \cap B'$



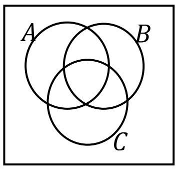
3. $A - B'$



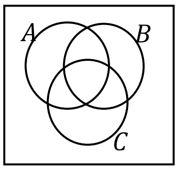
4. $(A - B) \cup (B - A)$



5. $(A' \cap B') \cup C$



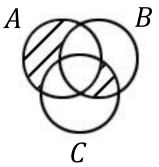
6. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

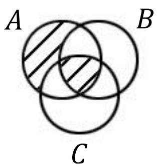


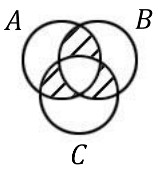
6. ถ้า $A - B = \{2, 4, 6\}$, $B - A = \{0, 1, 3\}$ และ $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ แล้ว $A \cap B$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้ [O-NET 49/1-3]

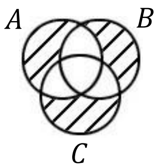
1. $\{0, 1, 4, 5, 6, 7\}$
2. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$
3. $\{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$
4. $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$

7. แผนภาพแรเงาในข้อใดแทนเซต $\big((A - B) \cap (A - C)\big) \cup \big((B \cap C) - (A \cap B \cap C)\big)$ [O-NET 54/2]

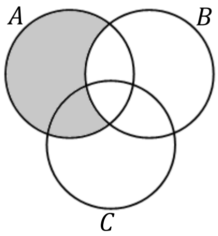
1. 

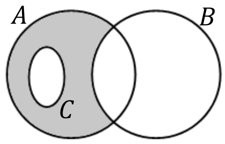
2. 

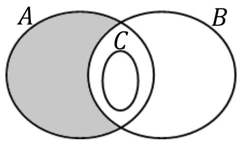
3. 

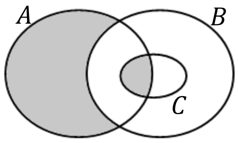
4. 

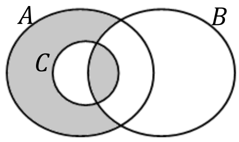
8. ส่วนที่แรเงาของแผนภาพในข้อใดหมายถึง $A - (B - C)$ [O-NET 57/5]

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

9. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ข้อใดถูกต้องบ้าง [PAT 1 (มี.ค. 56)/1*]

1. ถ้า $A \cup C \subset B \cup C$ แล้ว $A \subset B$
2. ถ้า $C \subset A \cup B$ แล้ว $C \subset A$ และ $C \subset B$

สูตรการปฏิบัติการทางเซต

ในเรื่องเซต จะมีสูตรสำคัญๆ ที่ต้องท่องอยู่ 3 ชุด ดังนี้

- $A - B = A \cap B'$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
  $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

อย่างไรก็ตาม เวลาใช้สูตร เราจะไม่ได้เจอ A กับ B เหมือนอย่างในสูตร ก็ต้องใช้สูตรให้เป็น

เช่น $B - A = B \cap A'$

$$\begin{aligned} A - (B \cap C) &= A \cap (B \cap C)' \\ &= A \cap (B' \cup C') \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap C') \end{aligned}$$

$A - B' = A \cap (B')' = A \cap B$

$$\begin{aligned} (A \cup B) - A &= (A \cup B) \cap A' \\ &= (A \cap A') \cup (B \cap A') \\ &= \emptyset \cup (B \cap A') \\ &= (B \cap A') \end{aligned}$$

โดยสูตรเหล่านี้ สามารถนำไปใช้พิสูจน์ข้อความต่างๆ หรือแปลงประโยคที่ซับซ้อนให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นได้

<u>ตัวอย่าง</u> จงแสดงว่า $B' - A' = A - B$

<u>วิธีทำ</u> เวลาทำในกระดาษทด ให้เอาประโยคที่ต้องการพิสูจน์ มาลุยทั้งสองข้างไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเท่ากัน ดังนี้

$$\begin{aligned} B' - A' &= A - B \\ B' \cap (A')' &= A \cap B' \\ B' \cap A &= A \cap B' \end{aligned}$$

แต่เวลาเขียนตอบ มักต้องเขียนเหมือนกับว่าลุยจากข้างหนึ่งไปได้อีกข้างหนึ่ง ดังนี้

$$\begin{aligned} B' - A' &= B' \cap (A')' \\ &= B' \cap A \\ &= A \cap B' \\ &= A - B \end{aligned}$$

#

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์ เพื่อแสดงส่วนที่เป็น $A \cap (A - B')'$

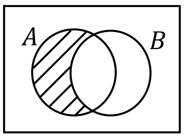
<u>วิธีทำ</u> จะหาส่วนที่เป็น $A \cap (A - B')'$ แบบตรงๆเลยก็ได้ แต่ข้อนี้ จะใช้สูตรแปลงให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นก่อน ดังนี้

$$\begin{aligned} A \cap (A - B')' &= A \cap (A \cap (B')')' \\ &= A \cap (A \cap B)' \\ &= A \cap (A' \cup B') \\ &= (A \cap A') \cup (A \cap B') \\ &= \emptyset \cup (A \cap B') \\ &= A \cap B' \\ &= A - B \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าจะแรเงา $A \cap (A - B')'$

ก็ไปแรเงา $A - B$ แทน

จะได้ $A \cap (A - B')'$ ดังรูป



#

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

1. $A' - B = B' - A$

2. $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

3. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

4. $A' \cap (A \cup B) = B - A$

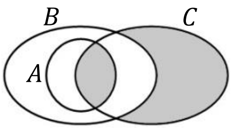
5. $C - (A \cup B) = (C - B) - A$

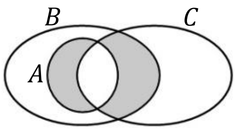
6. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

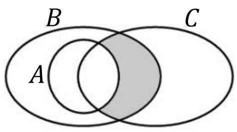
7. $(A \cap B) \cup B = B$

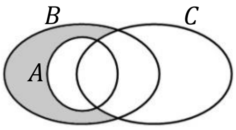
8. $A \cap (A \cup B) = A$

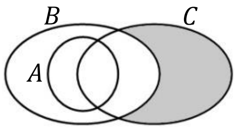
2. เซต $(B - A)' \cap C$ คือบริเวณที่แรเงาในข้อใด [O-NET 56/8]

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

3. กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใดๆ ซึ่ง $A \subset B$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องบ้าง [O-NET 54/1]

1. $(C - A) \subset (C - B)$
2. $A^c \cap C \subset A^c \cap B$

4. กำหนดให้ $\mathcal{U}$ เป็นเอกภพสัมพัทธ์และให้ A, B และ C เป็นสับเซตของ $\mathcal{U}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง [PAT 1 (ต.ค. 55)/1]

1. $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$
2. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
3. $A - (B - C) = A \cap (B' \cap C')$
4. $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$

เพาเวอร์เซต

เพาเวอร์เซต (หรือเซตกำลัง) ของเซต A แทนด้วยสัญลักษณ์ $P(A)$ หมายถึง "เซตของสับเซตทั้งหมด" ของ A
พูดง่ายๆ ก็คือ หาสับเซตของ A มาให้หมดว่ามีอะไรบ้าง แล้วเอามาใส่เซตครอบอีกชั้น

เช่น ถ้า $A = \{1, 2, 3\}$ จะได้ สับเซตของ A คือ $\emptyset$,
$\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$,
$\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$,
$\{1, 2, 3\}$ ทั้งหมด 8 สับเซต

ดังนั้น $P(\{1, 2, 3\})$ คือ $\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \}$

ถ้า $A = \{a, b\}$ จะได้ สับเซตของ A คือ $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$ ทั้งหมด 4 สับเซต
ดังนั้น $P(\{a, b\})$ คือ $\{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\} \}$

ถ้า $A = \{5\}$ จะได้ สับเซตของ A คือ $\emptyset$, $\{5\}$ ทั้งหมด 2 สับเซต
ดังนั้น $P(\{5\})$ คือ $\{ \emptyset, \{5\} \}$

ถ้า $A = \emptyset$ จะได้ สับเซตของ A คือ $\emptyset$ (อันนี้มีสับเซตเดียว)
ดังนั้น $P(\emptyset)$ คือ $\{ \emptyset \}$

ถ้า $A = \{3, 5, 7, 9\}$ จะได้ สับเซตของ A คือ $\emptyset$,
$\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{9\}$,
$\{3, 5\}$, $\{3, 7\}$, $\{3, 9\}$, $\{5, 7\}$, $\{5, 9\}$, $\{7, 9\}$,
$\{3, 5, 7\}$, $\{3, 5, 9\}$, $\{3, 7, 9\}$, $\{5, 7, 9\}$,
$\{3, 5, 7, 9\}$ ทั้งหมด 16 สับเซต

ดังนั้น $P(\{3, 5, 7, 9\})$ คือ $\{ \emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{9\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{3, 9\}, \{5, 7\}, \{5, 9\}, \{7, 9\},$
$\{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 7, 9\}, \{5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 9\} \}$

จะเห็นว่า ไม่ว่า A จะเป็นอะไรก็ตาม $P(A)$ จะต้องมี $\emptyset$ กับ ตัว A เอง อยู่ข้างในเสมอ
นั่นคือ $\emptyset \in P(A)$ และ $A \in P(A)$ เสมอ
(นอกจากนี้ $\emptyset \subset P(A)$ ด้วย เพราะ $\emptyset$ เป็นสับเซตของทุกเซต)

ในกรณีที่ A มีสมาชิกเป็นเซตยุ่งๆ ก็จะงงๆนิดหน่อย
หลักคือ ให้เปลี่ยนชื่อสมาชิกที่ยุ่งๆเป็นชื่อใหม่แบบง่ายๆ แล้วทำเหมือนเดิม

เช่น ถ้า $A = \{ \emptyset, \{1, \{2\}\} \}$ ให้คิดซะว่า มันคือ $\{a, b\}$ โดยที่ $a = \emptyset$ และ $b = \{1, \{2\}\}$
สับเซตทั้งหมดของ $\{a, b\}$ คือ $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$
ดังนั้น สับเซตทั้งหมดของ $\{ \emptyset, \{1, \{2\}\} \}$ คือ $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{ \{1, \{2\}\} \}$, $\{ \emptyset, \{1, \{2\}\} \}$
ดังนั้น $P(\{\emptyset, \{1, \{2\}\} \})$ คือ $\Big\{ \emptyset , \{\emptyset\} , \{ \{1, \{2\}\} \} , \{\emptyset, \{1, \{2\}\}\} \Big\}$

เช่น $P(\{\{1\},\{2\}\}) = \{\, \varnothing\, ,\ \{\{1\}\}\, ,\ \{\{2\}\}\, ,\ \{\{1\},\{2\}\}\, \}$

$P\left(\left\{\left\{\varnothing\, ,\{1,\{2\}\}\right\}\right\}\right) = \left\{\, \varnothing\, ,\ \left\{\left\{\varnothing\, ,\{1,\{2\}\}\right\}\right\}\right\}$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{1\}$ จงหา $P\big(P(A)\big)$

<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ ถามเพาเวอร์เซตซ้อน 2 เที่ยว ต้องค่อยๆทำไปทีละชั้น คือ หา $P(A)$ ก่อน แล้วค่อยหา $P\big(P(A)\big)$

$P(A) = P(\{1\}) = \{\, \varnothing\, ,\ \{1\}\, \}$

$P\big(P(A)\big) = P(\{\, \varnothing\, ,\ \{1\}\, \}) = \{\ \varnothing\, ,\ \{\varnothing\}\, ,\ \{\{1\}\}\, ,\ \{\varnothing\, ,\ \{1\}\}\ \}$ #

อย่างไรก็ตาม โจทย์ยอดฮิตในเรื่องนี้ ไม่ใช่การเขียนเพาเวอร์เซต แต่เป็นการตรวจสอบ $X \in P(A)$ กับ $X \subset P(A)$
โดยโจทย์ จะให้ X กับ A มา แล้วถามว่า $X \in P(A)$ หรือ $X \subset P(A)$ หรือไม่
วิธีตรวจสอบ จะใช้หลักเหมือนเมื่อก่อน คือ “แจงสมาชิก แล้วจับคู่เหมือน”
โดย เป็นสับเซต ให้ “แจงทั้งสองฝั่ง” แต่ เป็นสมาชิก ให้ “แจงฝั่งขวาเท่านั้น”

นอกจากนี้ ตอนที่แจง $P(A)$ เราจะมีเทคนิคพิเศษ ที่จะช่วยให้ชีวิตง่ายขึ้นอีก
เนื่องจาก $P(A)$ จะเป็นเซตที่ประกอบด้วย สับเซตของ A ดังนั้น $P(A)$ จะแจงได้เป็น สับเซตทั้งหมดของ A
พูดง่ายๆ คือ คราวนี้ เราไม่ต้องแจง $P(A)$ แต่จะโปะคำว่า “$\subset A$” ลงไปแทน

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จงพิจารณาว่า $\{\varnothing\, ,\{1\}, 1\} \subset P(A)$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u>

$\{\varnothing\, ,\ \{1\}\, ,\ 1\} \subset P(\{1, 2, 3\})$

$$\begin{array}{ll} \varnothing & \\ \{1\} & \subset \{1,2,3\} \\ 1 & \times \end{array}$$

$\{\varnothing\, ,\{1\}, 1\}$ มีสมาชิก 3 ตัว คือ $\varnothing$ กับ $\{1\}$ กับ 1
$P(A)$ ไม่ต้องแจง แต่ให้โปะ “$\subset A$” ลงไป
จะเห็นว่า 1 จับคู่ไม่ได้
ดังนั้น $\{\varnothing\, ,\{1\}, 1\} \not\subset P(A)$ #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ จงพิจารณาว่า $\{\{2\},\{1,2\}\} \subset P(A)$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u>

$\{\{2\},\{1, 2\}\} \subset P(\{1, 2\})$

$$\begin{array}{ll} \{2\} & \\ \{1,2\} & \subset \{1,2\} \end{array}$$

จะเห็นว่าจับคู่ได้หมด
ดังนั้น $\{\{2\},\{1, 2\}\} \subset P(A)$ #

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $\{1,\{2\}\} \in P(\{1,\{2\},\{1,3\}\})$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u>

$\{1,\{2\}\} \in P(\{1,\{2\},\{1, 3\}\})$

$\{1,\{2\}\} \qquad \subset \{1,\{2\},\{1, 3\}\}$

ตรวจสอบ $\in\ \rightarrow$ ไม่ต้องแจงฝั่งซ้าย
จะเห็นว่าจับคู่ได้
ดังนั้น $\{1,\{2\}\} \in P(\{1,\{2\},\{1, 3\}\})$ #

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $\big\{\emptyset, \{1, \{2\}\}\big\} \subset P\big(\{1, \{2\}, \{1, 3\}\}\big) - \{1, 2\}$ หรือไม่

<u>วิธีทำ</u>

$$\big\{\emptyset, \{1, \{2\}\}\big\} \subset P\big(\{1, \{2\}, \{1, 2\}\}\big) - \{1, 2\}$$

$$\begin{array}{c}\emptyset\\ \{1, \{2\}\}\end{array} \subset \{1, \{2\}, \{1, 2\}\} \qquad \begin{array}{c}1\\ 2\end{array}$$

ตรวจสอบ ⊂ → ต้องแจงทั้งสองฝั่ง

จะเห็นว่าทางขวา มีการลบเซตด้วย ก็ให้แจงเซตตัวลบด้วย

วิธีพิจารณา คือ แต่ละตัวทางซ้าย ต้อง $\subset \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$

และ ไม่ซ้ำกับ 1 หรือ 2

จะเห็นว่าจับคู่ได้หมด ดังนั้น ข้อความนี้เป็นจริง #

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงหาเพาเวอร์เซตของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

    1. $\{1, a\}$

    2. $\{\emptyset\}$

    3. $\{1, \{2\}\}$

    4. $\{\{\{1\}\}\}$

    5. $\{\ \}$

    6. $\{\ \emptyset, \{\emptyset\}\ \}$

    7. $\{\ \{1\}, \{1, 2, 3\}\ \}$

    8. $\{\ \emptyset, \{1\}, \{1, \{2\}\}\ \}$

2. จงหา $P\left(P\left(P(\emptyset)\right)\right)$

3. ข้อใดถูกต้อง

1. $\{1, 2\} \in P(\{1, 2, 3\})$
2. $1 \in P(\{1, 2, 3\})$
3. $\{1\} \notin P\left(\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}\right)$
4. $\{0, 1\} \in P(I^+)$
5. $\{1\} \subset P\left(\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}\right)$
6. $\{\emptyset, \{2\}\} \subset P(\{1, 2, 3\})$
7. $\{\emptyset\} \subset P(\emptyset)$
8. $\{\{1, 2, 3\}\} \subset P\left(\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}\right)$
9. $\{\{1, 2\}\} \subset P(\{1, 2\})$
10. $\{\emptyset\} \in P(\emptyset)$
11. $\{1, 2, \{1, 2\}\} \subset P(\{1, 2, \{1, 2\}\})$
12. $\{\{1, 2\}\} \in P(\{1, 2, \{1\}, \{2\}\})$
13. $\{\{1\}, \{1, 2\}\} \subset P(\{1, 2, 3\}) - \{1, 2, 3\}$
14. $\{1, \{2\}\} \in P(\{1, 2, \{1\}, \{2\}\}) - \{\{2\}\}$

4. ข้อใดถูกต้อง

1. $\emptyset \in P(A)$
2. $\emptyset \subset P(A)$

3. $A \in P(A)$

4. $A \subset P(A)$

5. ถ้า $A \in B$ แล้ว $P(A) \in P(B)$

6. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \subset P(B)$

7. $A - P(A) = A$

5. กำหนดให้ $\mathcal{U}$ เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆใน $\mathcal{U}$ ข้อใดถูกต้องบ้าง
[PAT 1 (มี.ค. 56)/2]
   1. $A - [(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C)] = A - B$
   2. เพาเวอร์เซตของเซต $A - (B \cup C)$ เท่ากับเพาเวอร์เซตของเซต $(A - B) - C$

6. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}\}$ และ $P(A)$ แทนเซตกำลังของ A ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงบ้าง
[PAT 1 (ต.ค. 52)/1-3]
   1. $A \cap P(A) = \{0, 1, 2\}$
   2. $n\big(A - P(A)\big) < n(P(A) - A)$

จำนวนสับเซต

ในหัวข้อที่แล้ว ตอนที่เขียน $P(A)$ เราต้องหาสับเซตทั้งหมดของ A ซึ่งเราอาจจะไม่แน่ใจว่าเขียนครบหรือเปล่า
สูตรสำหรับหาจำนวนสับเซตของ A คือ

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว $\begin{cases} A \text{ จะมีสับเซตทั้งหมด } 2^n \text{ สับเซต} \\ P(A) \text{ จะมีสมาชิก } 2^n \text{ ตัว} \end{cases}$

เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ $\rightarrow$ A จะมี $2^3 = 8$ สับเซต
$A = \{a, b\}$ $\rightarrow$ A จะมี $2^2 = 4$ สับเซต
$A = \{5\}$ $\rightarrow$ A จะมี $2^1 = 2$ สับเซต
$A = \emptyset$ $\rightarrow$ A จะมี $2^0 = 1$ สับเซต
$A = \{3, 5, 7, 9\}$ $\rightarrow$ A จะมี $2^4 = 16$ สับเซต

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{\, a, \{b, c\}, \{\emptyset, \{a\}\}\,\}$ จงหาว่า $P(A)$ มีสมาชิกทั้งหมดกี่ตัว
<u>วิธีทำ</u> จะเห็นว่า A มีสมาชิก 3 ตัว
ดังนั้น $P(A)$ มีสมาชิก $2^3 = 8$ ตัว #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ จงหาว่า A มีกี่สับเซต ที่ไม่ใช่เซตว่าง
<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก A มีสมาชิก 4 ตัว ดังนั้น A จะมีทั้งหมด $2^4 = 16$ สับเซต
ซึ่งใน 16 สับเซตนี้ จะมีเซตว่างอยู่ 1 สับเซต
ดังนั้น จำนวนสับเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง คือ 15 สับเซต #

โจทย์บางข้อ จะกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมให้สับเซตที่ต้องการจะนับ
เช่น จงหาจำนวนสับเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ที่มี 1 กับ 4 อยู่ในนั้น
ในกรณีนี้ ให้เราดูว่ามีสมาชิกกี่ตัว ที่ยังเป็นอิสระจากเงื่อนไข แล้วเอา 2 มายกกำลัง
เช่น จำนวนสับเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ที่มี 1 อยู่ในนั้น $= 2^4$
จำนวนสับเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ที่มี 1 กับ 4 อยู่ในนั้น $= 2^3$
จำนวนสับเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ที่มี 1 อยู่ในนั้น แต่ไม่มี 4 $= 2^3$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จงหาจำนวนเซต X ทั้งหมดที่ $A \subset X \subset B$
<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $A \subset X$ ดังนั้น X ต้องมี 1 , 2 อยู่
ดังนั้น ข้อนี้เราต้องหาจำนวนสับเซตของ B ที่มี 1 กับ 2 อยู่นั่นเอง
จะเห็นว่า เหลือ 3, 4, 5 ทั้งหมด 3 ตัว ที่ยังเป็นอิสระจากเงื่อนไข ดังนั้น มี X ได้ทั้งหมด $2^3 = 8$ สับเซต #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $P(A)$ มีสมาชิก 256 ตัว จงหาว่า A มีสมาชิกกี่ตัว

<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ถามสวนทางจากสูตรปกติ นั่นคือ เราต้อง "ย้อนสูตร" หาค่า n ที่ทำให้ $2^n = 256$

$$\begin{array}{r} 8\ \underline{)\ 256} \\ 8\ \underline{)\ 32} \\ 4 \end{array}$$

แยกตัวประกอบ 256 จะได้ $256 = 8 \times 8 \times 4$

$= 2^3 \times 2^3 \times 2^2 = 2^8$

ดังนั้น A ต้องมีสมาชิก 8 ตัว #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ A มีสับเซต<u>แท้</u>ทั้งหมด 15 สับเซต จงหาว่า A มีสมาชิกกี่ตัว

<u>วิธีทำ</u> สับเซตแท้ คือ สับเซตที่ไม่นับตัวมันเอง

ดังนั้น ถ้ามี 15 สับเซตแท้ แสดงว่ามีสับเซตจริงๆ ทั้งหมด 16 สับเซต

ย้อนกลับสูตร 2^n จะได้ว่า A ต้องมีสมาชิก 4 ตัว (เพราะ $2^4 = 16$) #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $n(A) = 3$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $P\big(P(A)\big)$

<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ หาเพาเวอร์เซตซ้อนสองเที่ยว จึงต้องใช้สูตร 2^n สองเที่ยว

สมาชิกของ A	สมาชิกของ $P(A)$	สมาชิกของ $P\big(P(A)\big)$
3	$2^3 = 8$	$2^8 = 256$

ดังนั้น $P\big(P(A)\big)$ มีสมาชิก 256 ตัว #

โจทย์บางข้อ มักจะชอบให้เราใช้สูตร 2^n หลายๆเที่ยว ย้อนไปย้อนมา

วิธีทำคือ เราต้องรวบยอดออกมาให้เสร็จก่อน ว่าต้อง "ใช้สูตร" หรือ "ย้อนสูตร" รวมทั้งสิ้นกี่เที่ยว

หลักคือ เติม P $\rightarrow$ $+1$ เที่ยว

ตัด P $\rightarrow$ -1 เที่ยว

เปลี่ยน "สมาชิก" เป็น "สับเซต" $\rightarrow$ $+1$ เที่ยว

เปลี่ยน "สับเซต" เป็น "สมาชิก" $\rightarrow$ -1 เที่ยว

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ A มีสมาชิก 1 ตัว จงหาจำนวนสับเซตของ $P\big(P(A)\big)$

<u>วิธีทำ</u>

A มีสมาชิก 1 ตัว

$P\big(P(A)\big)$ มี .... สับเซต

จะเห็นว่า P เพิ่มมา 2 ตัว $\rightarrow$ $+2$

สมาชิก $\rightarrow$ สับเซต $\rightarrow$ $+1$

รวมได้ $+3$ ดังนั้น ต้องใช้สูตร 2^n สามรอบ

จะได้ $1 \rightarrow 2^1 = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 2^4 = 16$

ดังนั้น $P\big(P(A)\big)$ มี 16 สับเซต #

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $P\big(P(A)\big)$ มีสมาชิก 256 ตัว จงหาจำนวนสับเซตของ A

<u>วิธีทำ</u>

$P\big(P(A)\big)$ มีสมาชิก 256 ตัว

A มี .... สับเซต

จะเห็นว่า P หายไป 2 ตัว $\rightarrow$ -2

สมาชิก $\rightarrow$ สับเซต $\rightarrow$ $+1$

รวมได้ -1 ดังนั้น ต้องย้อนสูตร 2^n หนึ่งรอบ

จะได้ $256 \rightarrow 8$ (เพราะ $2^8 = 256$)

ดังนั้น A มี 8 สับเซต #

<u>แบบฝึกหัด</u>

1. จงหา $n\big(P(A)\big)$ เมื่อกำหนดเซต A ดังต่อไปนี้
   1. $\emptyset$
   2. $\{\{\{\emptyset\}\}\}$
   3. $\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$
   4. $P\left(\left\{1,\{2,\{3\}\}\right\}\right)$

2. กำหนดให้ $n(A)=2$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $P\big(P(A)\big)$

3. กำหนดให้ A มี 2 สับเซต จงหาจำนวนสมาชิกของ $P\big(P(A)\big)$

4. ถ้า $P(A)$ มีสับเซตแท้ทั้งหมด 255 สับเซต จงหา $n(A)$

5. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, 6, 7, 8, \dots\}$ ข้อใดเป็นเท็จ [O-NET 53/1]
   1. $A - B$ มีสมาชิก 5 ตัว
   2. จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ $B - A$ เท่ากับ 4
   3. จำนวนสมาชิกของ $(A - B) \cup (B - A)$ เป็นจำนวนคู่
   4. $A \cap B$ คือเซตของจำนวนนับที่มีค่ามากกว่า 5

6. กำหนดให้ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวก และ $x \leq 100\}$
   และ $B = \{x \mid x \in A$ และ 3 หาร x ลงตัว$\}$
   จำนวนสมาชิกของเซต $P(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ [PAT 1 (มี.ค. 52)/4]
   1. 2^{16}
   2. 2^{17}
   3. 2^{18}
   4. 2^{19}

7. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathrm{I} \mid -3 < x < 3\}$ และ $B = \{x \in \mathrm{I} \mid x \leq -1$ หรือ $x \geq 1\}$
   ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง [PAT 1 (ต.ค. 53)/3*]
   1. จำนวนสมาชิกของ $P(A - B)$ เท่ากับ 4
   2. จำนวนสมาชิกของ $P\big(\mathrm{I} - (A \cup B)\big)$ เท่ากับ 2
   3. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
   4. $P(A - B) - P(A \cap B) = \big\{\{0\}\big\}$

8. ให้ $A = \{1, \{1\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A ข้อใดต่อไปนี้ผิด [PAT 1 (มี.ค. 53)/3]

1. จำนวนสมาชิกของ $P(A) - A$ เท่ากับ 3
2. จำนวนสมาชิกของ $P(P(A))$ เท่ากับ 16
3. $\{\{1\}\} \in P(A) - A$
4. $\{\emptyset, A\} \in P(A)$

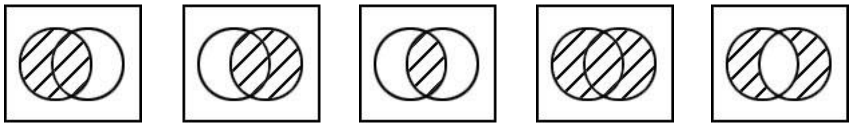
9. ให้ $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง [PAT 1 (ก.ค. 53)/3]

1. จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 16
2. จำนวนสมาชิกของ $P(A) - \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ เท่ากับ 7
3. $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \subset P(A) - \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
4. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\} \subset P(A)$

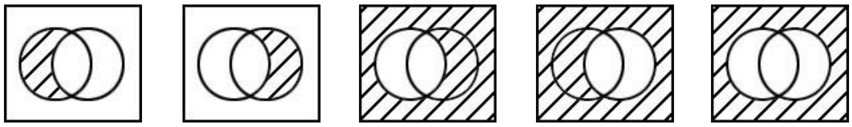
จำนวนสมาชิกในส่วนต่างๆ ของเซต

ในเรื่องนี้ เราจะใช้แผนภาพของ เวนน์ - ออยเลอร์ มาช่วยหาจำนวนสมาชิกของเซต
โจทย์ในเรื่องนี้ จะกำหนดจำนวนสมาชิกของส่วนต่างๆบางส่วนมาให้ แล้วให้เราหาจำนวนสมาชิกของส่วนที่ต้องการ
ตัวอย่างของชื่อเรียกส่วนต่างๆในแผนภาพ เช่น

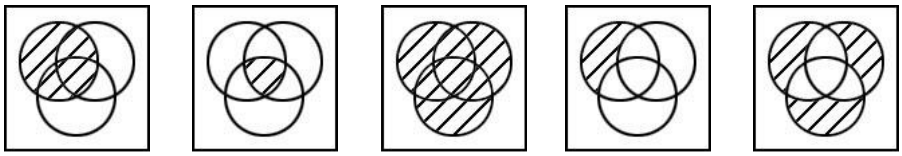
A | B | A และ B | A หรือ B | A หรือ B อย่างเดียว



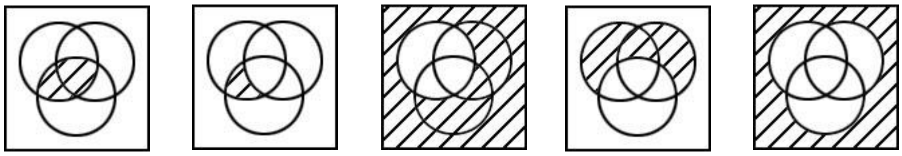
A แต่ไม่ B | B แต่ไม่ A | ไม่ A | ไม่ B | ไม่ A และไม่ B



A | A และ Bและ C | A หรือ B หรือ C | A อย่างเดียว | A หรือ B หรือ C อย่างเดียว



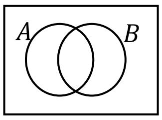
A และ C | A และ C แต่ไม่ B | ไม่ A | A หรือ B แต่ไม่ C | ไม่ A และไม่ B และไม่ C



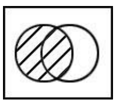
เทคนิคหลักที่เรานิยมใช้ คือการค่อยๆเติมตัวเลขที่โจทย์ให้ ลงในแผนภาพ แล้วค่อยๆแกะรอย หาสิ่งที่โจทย์ถาม
โดยจะเติม “ตัวเลขที่คลุมส่วนเดียว” ให้ได้เยอะที่สุดก่อน และเก็บ “ตัวเลขที่คลุมหลายส่วน” ไว้คิดทีหลัง

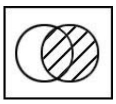
<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $n(A) = 15$, $n(B) = 22$ และ $n(A \cap B) = 6$ จงหา $n(A \cup B)$

<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้มี 2 เซต ดังนั้น จะใช้แผนภาพ

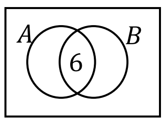


จะเห็นว่า $n(A) = 15$ คลุมหลายส่วน $n(B) = 22$ ก็คลุมหลายส่วน เราจะข้ามสองตัวนี้ไปก่อน

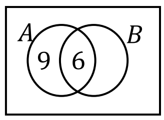




จะเห็นว่า $n(A \cap B) = 6$ คลุมส่วนตรงกลางส่วนเดียว
ดังนั้น เราจะเติมตัวเลข 6 ลงไปตรงบริเวณ $A \cap B$ ดังรูป

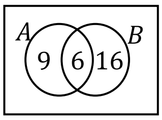


ย้อนกลับมาที่ $n(A) = 15$ เนื่องจากเรารู้แล้ว ว่าตรงกลาง $= 6$
ดังนั้น ส่วนทางซ้ายของ A จะมีจำนวนสมาชิก $= 15 - 6 = 9$



ทำนองเดียวกัน $n(B) = 22$ แต่ตรงกลาง $= 6$

ดังนั้น ส่วนทางขวาของ B จะมีจำนวนสมาชิก $= 22 - 6 = 16$

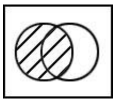


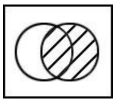
ดังนั้น $n(A \cup B)$ $=$ บริเวณรวมของ วง A กับ วง B $= 9 + 6 + 16 = 31$ #

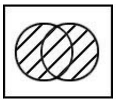
ในกรณีที่โจทย์ไม่ยอมให้ "ตัวเลขที่คลุมส่วนเดียว" มาเลย เราอาจจะต้องสมมติตัวแปร x แล้วแก้สมการ หลักคือ เรามักสมมติให้ x เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ให้มากที่สุด (มักจะได้แก่ส่วนตรงกลาง)

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $n(A) = 12$, $n(B) = 17$ และ $n(A \cup B) = 21$ จงหา $n(A - B)$

<u>วิธีทำ</u> จะเห็นว่า $n(A) = 12$ คลุมหลายส่วน $n(B) = 17$ คลุมหลายส่วน $n(A \cup B) = 21$ ก็คลุมหลายส่วน



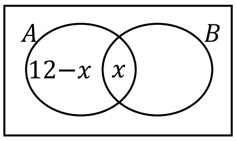




ดังนั้น เราจะสมมติตัวแปร ให้ส่วนตรงกลาง $= x$

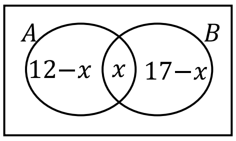
เนื่องจาก $n(A) = 12$

ดังนั้น ส่วนทางซ้ายของ A จะมีจำนวนสมาชิก $= 12 - x$



ทำนองเดียวกัน เนื่องจาก $n(B) = 17$

ดังนั้น ส่วนทางขวาของ B จะมีจำนวนสมาชิก $= 17 - x$



เนื่องจาก โจทย์บอกว่า $n(A \cup B) = 21$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} (12 - x) + (x) + (17 - x) &= 21 \\ 29 - x &= 21 \\ 8 &= x \end{aligned}$$

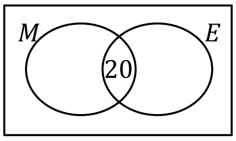
ดังนั้น จากแผนภาพ จะได้ $n(A - B) = 12 - 8 = 4$ #

<u>ตัวอย่าง</u> ในการสอบถามนักเรียน ม. 4 จำนวน 100 คน พบว่า ไม่ชอบคณิตศาสตร์ 60 คน ไม่ชอบภาษาอังกฤษ 50 คน ชอบทั้งสองวิชา 20 คน จงหาว่ามีนักเรียนกี่คนที่ชอบคณิตศาสตร์ แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ

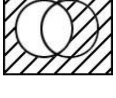
<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ มี 2 วง ให้ M แทนเซตของนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์

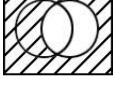
E แทนเซตของนักเรียนที่ชอบภาษาอังกฤษ

มี 20 คน ชอบทั้งสองวิชา ดังนั้น เติม 20 ลงในแผนภาพได้



จะเห็นว่า ไม่ $M = 60$ คลุมหลายส่วน ไม่ $E = 50$ ก็คลุมหลายส่วน ไปต่อไม่ได้ ต้องสมมติตัวแปร

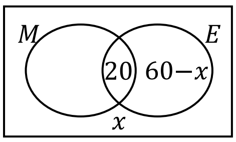




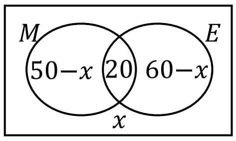
ข้อนี้ เราจะสมมติให้ส่วนข้างนอก $= x$ เพราะส่วนข้างนอก ถูกรวม ทั้งในข้อมูล 60 และ ข้อมูล 50

ไม่ $M = 60$ คลุมสองส่วน คือ ส่วนข้างนอก กับส่วนวง E ทางขวา

แต่ ส่วนข้างนอก $= x$ ดังนั้น ส่วนวง E ทางขวา $= 60 - x$



ทำนองเดียวกัน ไม่ $E = 50$ คลุมสองส่วน คือ ส่วนข้างนอก กับส่วนวง M ทางซ้าย
แต่ ส่วนข้างนอก $= x$ ดังนั้น ส่วนวง M ทางซ้าย $= 50 - x$



และนักเรียนทั้งหมด มี 100 คน ดังนั้น

$$\begin{aligned} (50-x)+(20)+(60-x)+(x) &= 100 \\ 130-x &= 100 \\ 30 &= x \end{aligned}$$

ดังนั้น จากแผนภาพ จะมีนักเรียนที่ชอบ M แต่ไม่ชอบ $E = 50 - 30 = 20$ คน #

อีกเทคนิคหนึ่ง คือ ใช้สูตร “การรวมเข้าและเอาออก” (Inclusive – Exclusive) ดังนี้

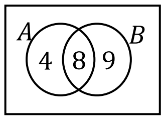
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

สูตรแรก ใช้กับกรณีสองเซต (ถ้าเรารู้ “สามตัว” จาก A , B , $A \cap B$ และ $A \cup B$ เราจะหาอีกตัวที่เหลือได้)
สูตรที่สอง จะไม่ท่องก็ได้ (เพราะใช้เทคนิคอื่นทำแทนได้) แต่ถ้าท่องจะช่วยให้ทำข้อสอบหลายๆข้อได้เร็วขึ้นมาก

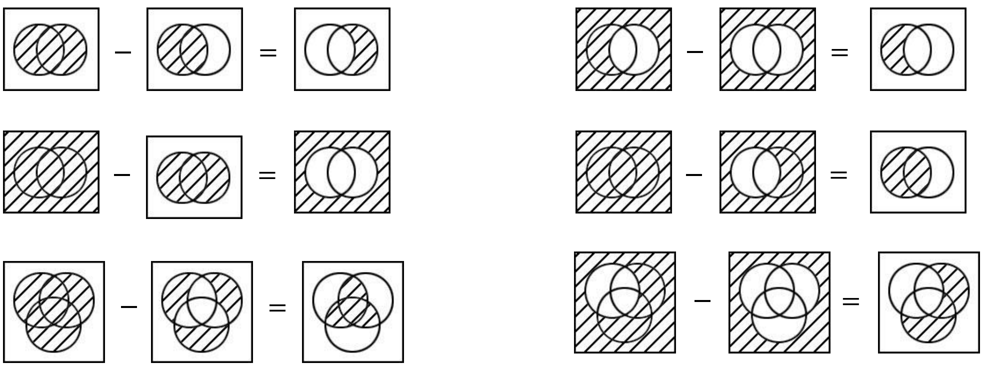
<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ $n(A) = 12$, $n(B) = 17$ และ $n(A \cup B) = 21$ จงหา $n(A - B)$
<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ เราเคยทำมาแล้วด้วยวิธี สมมติ x แล้วแก้สมการ
แต่ถ้าดูดีๆ จะเห็นว่าเรารู้ $n(A)$, $n(B)$ และ $n(A \cup B)$ ดังนั้น เราใช้สูตรหา $n(A \cap B)$ ได้

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 21 &= 12 + 17 - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 29 - 21 = 8 \end{aligned}$$

เมื่อได้ $n(A \cap B) = 8$ ก็จะเติมแผนภาพส่วนที่เหลือได้ ดังรูป
และจะได้ $n(A - B) = 4$ ตรงกับที่เคยทำด้วยวิธีแก้สมการ #



เทคนิคสุดท้าย คือ เทคนิคการ “ลบแผนภาพ”
วิธีนี้ จะเป็นวิธีที่ใช้ได้กับโจทย์เกือบทุกประเภท แต่จะเปลืองกระดาษทดนิดหน่อย
วิธีการ คือ เราจะวาดตัวเลขแต่ละตัวที่โจทย์ให้มา เป็นแผนภาพ ตัวเลขละ 1 แผนภาพ
จากนั้น เราจะเลือกแผนภาพที่ “ภาพหนึ่งมีทุกส่วนของอีกภาพ” มาลบกัน เพื่อให้ได้เป็นข้อมูลตัวใหม่
เช่น

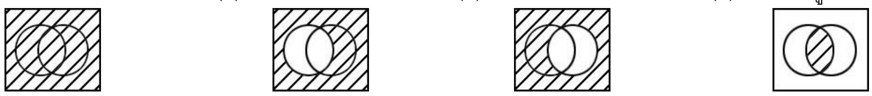


<u>ตัวอย่าง</u> ในการสอบถามนักเรียน ม. 4 จำนวน 100 คน พบว่า ไม่ชอบคณิตศาสตร์ 60 คน ไม่ชอบภาษาอังกฤษ 50 คน ชอบทั้งสองวิชา 20 คน จงหาว่ามีนักเรียนกี่คนที่ชอบคณิตศาสตร์ แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ

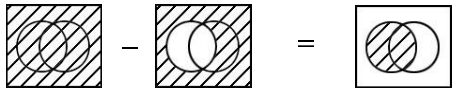
<u>วิธีทำ</u> ข้อนี้ เราเคยทำไปแล้วด้วยวิธีแก้สมการ คราวนี้เราจะลองทำใหม่ ด้วยวิธีลบแผนภาพ

ก่อนอื่น วาดตัวเลขทุกตัวเป็นแผนภาพ ดังนี้

(1) มีนักเรียน 100 คน (2) ไม่ $M = 60$ คน (3) ไม่ $E = 50$ คน (4) ชอบทั้งคู่ $= 20$ คน

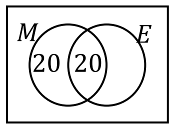


(1) 100 (2) 60 (5) 40



จะเห็นว่า แผนภาพ (1) มีทุกส่วนของแผนภาพ (2)
ดังนั้น เรานำ ภาพ (1) ตั้ง ลบด้วย ภาพ (2) ได้

จากแผนภาพ (4) เราจะเติม 20 ลงไปตรงส่วนตรงกลางได้
และจากแผนภาพ (5) เราจะเติมส่วนทางซ้ายของวง M ได้ $40 - 20 = 20$
ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่ชอบ M แต่ไม่ชอบ $E = 20$ คน #



<u>แบบฝึกหัด</u>

1. ในการสำรวจกิจกรรมยามว่างของนักเรียนจำนวน 80 คน พบว่า

   20 คน ชอบว่ายน้ำ 9 คน ชอบว่ายน้ำ และ เตะบอล

   18 คน ชอบเตะบอล 10 คน ชอบว่ายน้ำ และ ตีเทนนิส

   15 คน ชอบตีเทนนิส 12 คน ชอบเตะบอล และ ตีเทนนิส

   ถ้ามี 7 คนชอบทั้งสามกิจกรรม จงหาว่ามีกี่คน ที่ไม่ชอบกิจกรรมไหนเลยไม่ว่าจะเป็นว่ายน้ำ เตะบอล หรือตีเทนนิส

2. กำหนดให้ $A \cap B = B$ ถ้าเซต $\mathcal{U}$ มีสมาชิก 12 ตัว และ $A' \cup B'$ มีสมาชิก 10 ตัว แล้ว จงหา $n(B)$

3. จากการสำรวจนักเรียน ม. 4 จำนวน 50 คน พบว่ามีนักเรียนชาย 22 คน และพบว่ามีนักเรียน 38 คนที่เป็นผู้หญิงหรือพูดภาษาฝรั่งเศสได้ จงหาว่ามีนักเรียนชายกี่คน ที่พูดภาษาฝรั่งเศสได้

4. ในการสำรวจความชอบรับประทานก๋วยเตี๋ยว, ข้าวมันไก่ และข้าวหมูแดง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 100 คนของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่ามีนักเรียน

ชอบก๋วยเตี๋ยว	49 คน	ชอบก๋วยเตี๋ยวและข้าวมันไก่	22 คน
ชอบข้าวมันไก่	48 คน	ชอบก๋วยเตี๋ยวและข้าวหมูแดง	32 คน
ชอบข้าวหมูแดง	59 คน	ชอบข้าวมันไก่และข้าวหมูแดง	27 คน

และ ชอบทั้งสามอย่าง 15 คน

จำนวนนักเรียนที่ไม่ชอบอาหารทั้งสามชนิดนี้เท่ากับกี่คน [O-NET 56/34]

5. ในการสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษากลุ่มหนึ่ง พบว่า มีผู้สอบผ่านวิชาต่างๆ ดังนี้

คณิตศาสตร์	36 คน
สังคมศึกษา	50 คน
ภาษาไทย	44 คน
คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา	15 คน
ภาษาไทยและสังคมศึกษา	12 คน
คณิตศาสตร์และภาษาไทย	7 คน
ทั้งสามวิชา	5 คน

จำนวนผู้สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชามีกี่คน [O-NET 53/37]

6. ให้ A และ B เป็นเซตซึ่ง $n(A) = 5$, $n(B) = 4$ และ $n(A \cap B) = 2$
ถ้า $C = (A - B) \cup (B - A)$ แล้ว $n\big(P(C)\big)$ เท่ากับเท่าใด [O-NET 54/21]

7. กำหนดให้ A และ B เป็นเซต ซึ่ง $n(A \cup B) = 88$ และ $n[(A - B) \cup (B - A)] = 76$ ถ้า $n(A) = 45$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับเท่าใด [O-NET 50/7]

8. ในการสำรวจความชอบในการดื่มชาเขียวและกาแฟของกลุ่มตัวอย่าง 32 คน พบว่า ผู้ชอบดื่มชาเขียวมี 18 คน ผู้ชอบดื่มกาแฟมี 16 คน ผู้ไม่ชอบดื่มชาเขียวและไม่ชอบดื่มกาแฟมี 8 คน จำนวนคนที่ชอบดื่มชาเขียวอย่างเดียวเท่ากับเท่าใด [O-NET 52/19]

9. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน มี 32 คน ไม่ชอบเล่นกีฬาและไม่ชอบฟังเพลง ถ้ามี 6 คน ชอบฟังเพลงแต่ไม่ชอบเล่นกีฬา และมี 1 คน ชอบเล่นกีฬาแต่ไม่ชอบฟังเพลงแล้ว นักเรียนในกลุ่มนี้ที่ชอบเล่นกีฬาและชอบฟังเพลงมีจำนวนเท่ากับเท่าใด [O-NET 51/5]

10. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 46 คน แต่ละคนมีเสื้อสีเหลืองหรือเสื้อสีฟ้าอย่างน้อยสีละหนึ่งตัว ถ้านักเรียน 39 คนมีเสื้อสีเหลือง และ 19 คน มีเสื้อสีฟ้า แล้วนักเรียนกลุ่มนี้ที่มีทั้งเสื้อสีเหลืองและเสื้อสีฟ้ามีจำนวนเท่ากับเท่าใด
[O-NET 50/8]

11. ในการสอบถามพ่อบ้านจำนวน 300 คน พบว่า มีคนที่<u>ไม่ดื่ม</u>ทั้งชาและกาแฟ 100 คน มีคนที่ดื่มชา 100 คน และ มีคนที่ดื่มกาแฟ 150 คน พ่อบ้านที่ดื่มทั้งชาและกาแฟมีจำนวนเท่าใด [O-NET 49/2-9]

12. ในการสำรวจงานอดิเรกของนักเรียน 200 คน ปรากฏว่า

120 คน ชอบอ่านหนังสือ	60 คน ชอบอ่านหนังสือและดูภาพยนตร์
110 คน ชอบดูภาพยนตร์	70 คน ชอบอ่านหนังสือและเล่นกีฬา
130 คน ชอบเล่นกีฬา	50 คน ชอบดูภาพยนตร์และเล่นกีฬา

นักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาเพียงอย่างเดียวมีกี่คน [O-NET 54/22]

13. จากการสอบถามความชอบรับประทานไอศกรีมของนักเรียนจำนวน 180 คน พบว่า

มี 86 คน ชอบรสช็อกโกแลต	มี 31 คน ชอบรสช็อกโกแลตและวานิลลา
มี 87 คน ชอบรสวานิลลา	มี 27 คน ชอบรสวานิลลาและสตรอเบอรี่
มี 70 คน ชอบรสสตรอเบอรี่	มี 22 คน ชอบรสช็อกโกแลตและสตรอเบอรี่

และ มี 5 คน ไม่ชอบทั้งสามรส ดังนั้น มีนักเรียนที่ชอบทั้งสามรสกี่คน [O-NET 57/35]

14. ถ้ากำหนดจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ตามตารางต่อไปนี้

เซต	$A \cup B$	$A \cup C$	$B \cup C$	$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$
จำนวนสมาชิก	25	27	26	30	7

แล้ว จำนวนสมาชิกของ $(A \cap B) \cup C$ เท่ากับเท่าใด [O-NET 51/23]

15. ในการสำรวจความเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 880 คน เพื่อสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาต่อ ปรากฏผลดังนี้

มีผู้ต้องการศึกษาต่อ 725 คน

มีผู้ต้องการทำงาน 160 คน

มีผู้ต้องการศึกษาต่อหรือทำงาน 813 คน

ผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและทำงานด้วยมีจำนวนเท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ก.ค. 52)/3]

16. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $A \cap B \neq \emptyset$ และ A มีสมาชิก 5 ตัว , B มีสมาชิก 4 ตัว ถ้า จำนวนสมาชิกซอง $P\big(P(A \cap B)\big)$ เท่ากับ 16 เมื่อ $P(S)$ แทน เพาเวอร์เซตของ S แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (มี.ค. 56)/26*]

17. ให้ A' แทนคอมพลีเมนต์ของเซต A และ $n(A)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต A กำหนดให้ $\mathcal{U}$ แทนเอกภพสัมพัทธ์ ถ้า A และ B เป็นสับเซตใน $\mathcal{U}$ โดยที่ $n(A' \cup B) = 30$, $n(A \cup B') = 18$, $n(A \cap B) = 3$ และ $n(A' - B) = 8$ แล้วจำนวนสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (มี.ค. 57)/1]

18. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นสองเท่าของจำนวนสมาชิกของ $P(B)$ จำนวนสมาชิกของ $P(A \cap B) = 8$ และจำนวนสมาชิกของ $P(A \cup B) = 256$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $P(A - B)$ [PAT 1 (ธ.ค. 54)/3]

19. กำหนดให้ $\mathcal{U}$ เป็นเอกภพสัมพัทธ์และให้ A และ B เป็นสับเซตของ $\mathcal{U}$ ถ้า 20% ของสมาชิกในเซต A เป็นสมาชิกในเซต B 25% ของสมาชิกในเซต B เป็นสมาชิกในเซต A และ จำนวนสมาชิกของเซต $(A - B) \cup (B - A)$ เท่ากับ 112 แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ต.ค. 55)/26]

20. สำหรับเซต S ใดๆ ให้ S' แทนคอมพลีเมนต์ของเซต S กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตในเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ โดยที่ $A \cap B = B$, $C \subset A$ และ $B \cap C \neq \emptyset$
ถ้าเซต $\mathcal{U}$ มีสมาชิก 12 ตัว เซต $A' \cup B'$ มีสมาชิก 10 ตัว และเซต $A \cap B'$ มีสมาชิก 4 ตัว
แล้วจะมีเซต C ทั้งหมดกี่เซต [PAT 1 (มี.ค. 55)/1]

21. กำหนดเซตและจำนวนสมาชิกของเซตตามตารางต่อไปนี้

เซต	A	B	C	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	$(A \cap B) \cup C$
จำนวนสมาชิก	15	17	22	23	29	32	28

จำนวนสมาชิกในเซต $A \cup B \cup C$ เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ต.ค. 52)/2-1]

22. กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $n(A \cup B \cup C) = 91$, $n(A \cap B' \cap C') = 11$,
$n\big((B - A) \cap (B - C)\big) = 15$, $n(A \cap B \cap C) = 20$, $n\big((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)\big) = 47$
และ $n(C) = 59$ แล้ว $n(A' \cap B' \cap C)$ เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (มี.ค. 53)/26]

23. กำหนดให้ $A, B, C \neq \emptyset$

$n(\mathcal{U}) = 44$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B \cap C) = 2$, $n[(A \cap C) - B] = 3$,

$n[A \cap (B \cup C)'] = 6$ และ $n(A' \cap B' \cap C') = 9$ จงหา $n[(A \cup C) - B]$ [PAT 1 (ธ.ค. 54)/26]

24. ในการสอบวิชาภาษาไทย วิชาภาษาอังกฤษและวิชาคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 66 คน ปรากฏว่ามีนักเรียนที่สอบตกทั้งสามวิชาจำนวน 13 คน นักเรียนที่สอบได้ทั้งสามวิชา มีจำนวน 17 คน นักเรียนที่สอบได้วิชาภาษาไทยและวิชาภาษาอังกฤษแต่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์มีจำนวน 10 คน นักเรียนที่สอบได้วิชาภาษาไทยและวิชาคณิตศาสตร์แต่สอบตกวิชาภาษาอังกฤษ มีจำนวน 11 คน นักเรียนที่สอบได้เพียงวิชาเดียว มีจำนวน 6 คน จำนวนนักเรียนที่สอบได้วิชาภาษาอังกฤษและวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับเท่าใด
[PAT 1 (ก.ค. 53)/26]

25. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนจำนวน 750 คน พบว่ามีนักเรียนจำนวน 30 คน ไม่เล่นกีฬาเลย นอกนั้นเล่นกีฬาอย่างน้อยหนึ่งประเภทคือ ปิงปอง แบดมินตัน เทนนิส จากการสำรวจเฉพาะกลุ่มนักเรียนที่เล่นกีฬา พบว่ามีนักเรียนจำนวน 630 คน เล่นกีฬาเพียงประเภทเดียวเท่านั้น มีนักเรียนจำนวน 30 คน เล่นเทนนิสและปิงปอง มีนักเรียน 50 คน เล่นปิงปองและแบดมินตัน มีนักเรียน 40 คน เล่นเทนนิสและแบดมินตัน มีนักเรียนไม่เล่นเทนนิสจำนวน 250 คน จงหาว่ามีนักเรียนกี่คนที่เล่นเทสนิสเพียงอย่างเดียว [PAT 1 (มี.ค. 54)/26]

26. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n\big(P(A)\big) = 4$, $n\big(P(B)\big) = 16$ และ $n\big(P(A \cup B)\big) = 32$ จงหาค่าของ $n\big(P(A) \cup P(B)\big)$ [PAT 1 (มี.ค. 54)/27*]

27. สำหรับเซต S ใดๆ ให้ $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต S กำหนดให้ $\mathcal{U}$ แทนเอกภพสัมพัทธ์ ถ้า A, B และ C เป็นสับเซตใน $\mathcal{U}$ โดยที่ $n(A) = 2\big(n(B)\big) = 3\big(n(C)\big)$, $n(A \cup B \cup C) = 15$, $n(A \cap B \cap C) = 2$ ถ้า $n(A - B) = 8$, $n(B - C) = 4$ และ $n(A - C) = 9$ แล้ว $n\big((A \cup B) - C\big)$ เท่ากับเท่าใด
[PAT 1 (เม.ย. 57)/1]

28. ให้ S' แทนคอมพลีเมนท์ของเซต S และ $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต S ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ โดยที่ $A \cap C = \emptyset$, $A - B \neq \emptyset$, $B - A \neq \emptyset$, $B - C \neq \emptyset$ และ $C - B \neq \emptyset$ ถ้า $n(\mathcal{U}) = 20$, $n(A') = 12$, $n(B') = 9$, $n(C') = 15$, $n\big((A - B) \cup (B - A)\big) = 11$ และ $n\big((B - C) \cup (C - B)\big) = 12$ แล้ว $n\big((A - B) \cup (C - B)\big)$ เท่ากับเท่าใด
[PAT 1 (พ.ย. 57)/31]

29. กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $n(A) + n(B) + n(C) = 301$ และ $n(A \cup B \cup C) = 102$ แล้ว $n(A \cap B \cap C)$ มีค่าอย่างน้อยเท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ต.ค. 53)/26]

30. ในการสำรวจสโมสรแห่งหนึ่งมีสมาชิกจำนวน 100 คน พบว่าชอบอ่านนวนิยายหรือหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร อย่างน้อย 1 รายการ และ มี 75 คน ชอบอ่านนวนิยาย
มี 70 คน ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ และ
มี 80 คน ชอบอ่านนิตยสาร

มีสมาชิกอย่างน้อยกี่คนที่ชอบอ่านทั้งสามรายการ [PAT 1 (มี.ค. 55)/26]

ความหมายของเซต

1. 1. $\{2, 4, 6, 8\}$ 2. $\{-4\}$ 3. $\left\{\frac{11}{3}\right\}$ 4. $\{\,\}$
   5. $\{1, 3, 5, \dots, 49\}$ 6. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 7. $\{\,\}$ 8. $\{8\}$

เซตที่สมาชิกเป็นเซต

1. 1. 4 2. 2 3. 1 4. 3
   5. 1 6. 2 7. 2 8. 1

สมาชิกของเซต

1. 3, 7, 8
2. 1. 3 2. 1 3. 0 4. 0
   5. 1 6. 1 7. 3 8. 1
3. 3, 4 4. 3

การเท่ากัน / เทียบเท่ากันของเซต

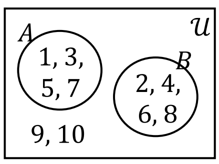
1. 1, 2, 5

สับเซต

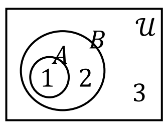
1. 3 2. 4 3. 2, 3, 4, 8, 11, 15, 16, 17, 19, 20
4. 3 5. 4 6. 2

แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์

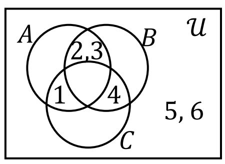
1. 1.



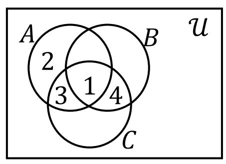
2.



3.



4.



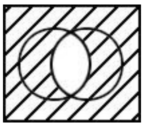
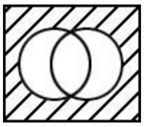
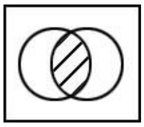
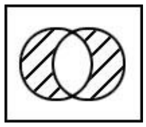
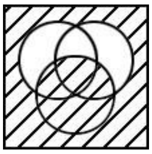
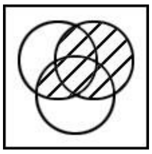
การปฏิบัติการทางเซต

1\. 1. $\{5\}$ 2. $\{4, 6\}$ 3. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
4. $\{2, 4, 5, 6, 8, 10\}$ 5. $\{1, 3, 7\}$ 6. $\{4, 6\}$ 7. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
8. $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ 9. $\{2, 8, 9, 10\}$ 10. $\{9\}$ 11. $\{1, 2, 3, 5, 7, 8, 10\}$
12. $\{4, 6\}$

2\. 1. $\{ 1, 2, \{1\}, \{2\} \}$ 2. $\{\{2\}\}$ 3. $\{1, \{1, 2\}\}$

3\. 1. $\emptyset$ 2. $\mathcal{U}$ 3. A 4. A
5. A 6. $\emptyset$ 7. $\mathcal{U}$ 8. $\emptyset$
9. A 10. A'

4\. 1, 2, 7, 10, 11, 15, 16, 17, 18, 19

5\. 1.

2.

3.

4.

5.

6.


6\. 3 7. 1 8. 4 9. -

สูตรการปฏิบัติการทางเซต

1\. 7.
$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup B &= (A \cap B) \cup (\mathcal{U} \cap B) \\ &= (A \cup \mathcal{U}) \cap B \\ &= \mathcal{U} \cap B \\ &= B\end{aligned}$$

2\. 1 3. - 4. 2

เพาเวอร์เซต

1\. 1. $\{\emptyset, \{1\}, \{a\}, \{1, a\}\}$ 2. $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
3. $\{\emptyset, \{1\}, \{\{2\}\}, \{1, \{2\}\}\}$ 4. $\{\emptyset, \{\{\{1\}\}\}\}$
5. $\{\emptyset\}$ 6. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
7. $\{\emptyset, \{\{1\}\}, \{\{1, 2, 3\}\}, \{\{1\}, \{1, 2, 3\}\}\}$
8. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{1\}\}, \{\{1, \{2\}\}\}, \{\emptyset, \{1\}\}, \{\emptyset, \{1, \{2\}\}\}, \{\{1\}, \{1, \{2\}\}\}, \{\emptyset, \{1\}, \{1, \{2\}\}\}\}$

2\. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ 3. 1, 3, 6, 7, 9, 13, 14

4\. 1, 2, 3, 6 5. 1, 2 6. 2

จำนวนสับเซต

1. 1. 1	2. 2	3. 8	4. 16
2. 16	3. 4	4. 3	5. 3
6. 1	7. 4	8. 4	9. 4

จำนวนสมาชิกในส่วนต่างๆ ของเซต

1. 51	2. 2	3. 10	4. 10
5. 101	6. 32	7. 55	8. 8
9. 11	10. 12	11. 50	12. 30
13. 12	14. 23	15. 72	16. 7
17. 37	18. 8	19. 128	20. 48
21. 33	22. 18	23. 16	24. 26
25. 415	26. 18	27. 11	28. 7
29. 97	30. 25		

เครดิต

ขอบคุณ คุณ Siwakorn Booncharoensinchai ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของแบบฝึกหัด

ขอบคุณ คุณ Theerat Piyaanangul

และ คุณครูเบิร์ด จาก กวดวิชาคณิตศาสตร์ครูเบิร์ด ย่านบางแค 081-8285490

ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสารครับ