



ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบปรนัย (เลือกตอบ) มี 20 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ n มีตัวหารบวกทั้งหมด คือ $1, a, b$ ซึ่ง $1 < a < b$

ถ้า $\frac{1}{a} + \frac{2}{b^2} = \frac{345}{n^2}$ แล้ว $a^2 + b^2$ มีค่าเท่าใด

- ① 2016 ② 2045 ③ 2450 ④ 2540 ⑤ 2559

2. กำหนดตารางค่าความจริงของ $p * q$ ดังนี้

p	q	$p * q$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	T

ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

- ① $(p \wedge q \wedge r) * (p \wedge \sim p)$
 ② $(p \vee q \vee r) * (p \vee \sim p)$
 ③ $((p \rightarrow q) \rightarrow r) * (p \rightarrow \sim p)$
 ④ $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) * (p \rightarrow p)$
 ⑤ $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) * (\sim p)$



3. กำหนด $f(x) = ax^2 + bx + c$ โดยที่ $f(6) = 0 = f(8)$ และ $f(7) > 0$

เซตคำตอบของสมการ $\frac{x - 12 + 35x^{-1}}{xf(x)} \leq 0$ เท่ากับข้อใด

- ① $(-\infty, 5) \cup [6, 7) \cup [8, \infty)$ ② $(-\infty, 5] \cup [6, 7] \cup [8, \infty)$
③ $(-\infty, 5) \cup (6, 7) \cup (8, \infty)$ ④ $(-\infty, 0) \cup (0, 5] \cup (6, 7) \cup (8, \infty)$
⑤ $(-\infty, 0) \cup (0, 5] \cup (6, 7] \cup (8, \infty)$

4. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{0, 2, 4, 6\}$

และให้ $f: A \rightarrow A$ และ $g: B \rightarrow A$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและทั่วถึง

ถ้า $(g \circ f)(x) = x^2$ สำหรับทุก x ที่อยู่ในโดเมนของ $g \circ f$

จงหาค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ $\frac{g}{f}(2)$

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

5. ให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ซึ่งเรนจ์ของ f คือ $(-\infty, 0)$

ถ้ากราฟของ f และ f^{-1} ตัดกันที่จุด A แล้วจุดใดต่อไปนี้อยู่ห่างจากจุด A มากที่สุด

- ① $(-1, -1)$ ② $(0, 0)$ ③ $(1, 1)$ ④ $(1, -1)$ ⑤ $(-1, 1)$



6. แบคทีเรียชนิดหนึ่งเพิ่มจำนวนขึ้นอย่างต่อเนื่องตลอดเวลาตามสมการ

$$n(t) = n_0 e^{rt}$$

เมื่อ $n(t)$ แทนจำนวนประชากรแบคทีเรีย เมื่อเวลาผ่านไป t นาที

n_0 แทนจำนวนประชากรแบคทีเรีย ณ จุดเริ่มต้น

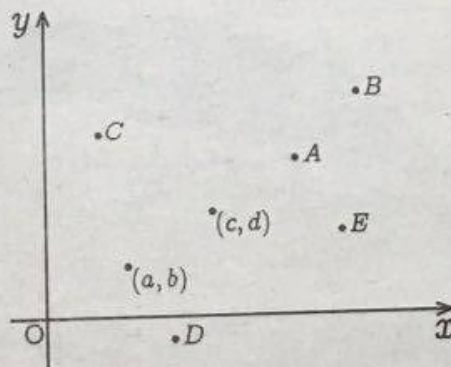
และ r แทนอัตราการเติบโตของจำนวนประชากรแบคทีเรียต่อเวลา

ถ้าแบคทีเรียมีจำนวนเป็น 2 เท่าของแบคทีเรีย ณ จุดเริ่มต้น เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที

แล้วเมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที แบคทีเรียมีจำนวนเป็นกี่เท่าของจำนวนแบคทีเรีย ณ จุดเริ่มต้น

- ① $2^{1/2}$ ② $2^{3/2}$ ③ $2^{5/2}$ ④ $2^{7/2}$ ⑤ $2^{9/2}$

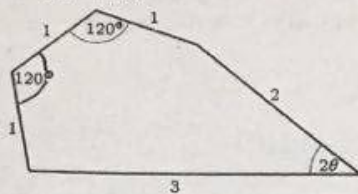
7. พิกัด (x, y) ของจุดใดต่อไปนี้ ทำให้ค่าสัมบูรณ์ของ $\det \begin{bmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ x & y & 1 \end{bmatrix}$ มีค่ามากที่สุด



- ① จุด A ② จุด B ③ จุด C ④ จุด D ⑤ จุด E

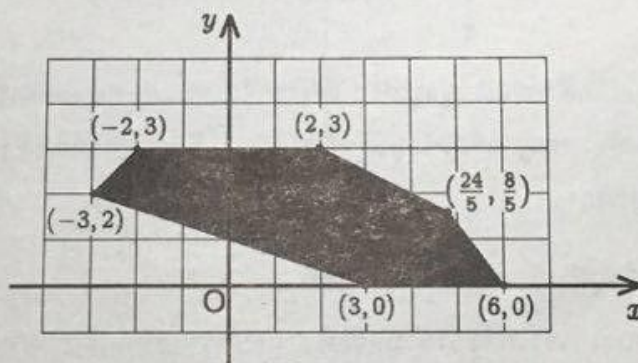


11. จากรูปที่กำหนดให้ $\sin \theta$ มีค่าเท่าใด



- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

12. กำหนดอาณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดของปัญหาคำหนดการเชิงเส้น ดังรูป



ฟังก์ชันจุดประสงค์ในข้อใดมีจุดซึ่งให้ค่าสูงสุดเพียงจุดเดียวเท่านั้นภายในอาณาบริเวณที่กำหนด

- ① $P = 12y + 4x$ ② $P = 12y + 6x$ ③ $P = 12y + 16x$
④ $P = 12y - 12x$ ⑤ $P = 12y$

13. สมการในข้อใดต่อไปนี้ มีผลเฉลยอย่างน้อยหนึ่งจำนวนที่สอดคล้องกับสมการ

$$|z - i| < |z + i| < |z - 1|$$

① $z = \bar{z}$

② $|z - 1 - i| = \sqrt{2}$

③ $\frac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}} = -\sqrt{3}i$

④ $z^4 = 1$

⑤ $\arg(z^5) = \frac{\pi}{5}$

14. กำหนดข้อมูลสองชุด เขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ ดังนี้

ชุดที่ 1					ชุดที่ 2			
				5	3	2	3	3
5	2	1	0	4	9	9		
				8	3	5	1	2
8	6	3	0	6	0	5	7	
				8	6	3	7	1

โดยที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1 และ 2 เป็น 57 และ 55 ตามลำดับ

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่ 1 และ 2 เป็น 13.9 และ 14.1 ตามลำดับ
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ① พิสัยของข้อมูลชุดที่ 1 มากกว่าของชุดที่ 2
- ② ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลชุดที่ 1 น้อยกว่าของชุดที่ 2
- ③ สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลชุดที่ 1 มากกว่าของชุดที่ 2
- ④ สัมประสิทธิ์ของพิสัยของข้อมูลชุดที่ 1 มากกว่าของชุดที่ 2
- ⑤ สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลชุดที่ 1 มากกว่าของชุดที่ 2



15. เส้นโค้งปกติมีลักษณะเป็นรูปประฆัง และสมการของเส้นโค้งนี้คือ

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

และ σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 และ z ดังนี้

z	0.71	1.00	1.41	2.00
พื้นที่	0.2611	0.3413	0.4207	0.4772

ค่าของ $\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{2}} e^{-x^2} dx$ อยู่ในช่วงใด

① (0.21, 0.23]

② (0.23, 0.26]

③ (0.26, 0.33]

④ (0.33, 0.41]

⑤ (0.41, 0.50]



16. อาจารย์เจียงมีศิษย์ในสำนัก 5 คน โดยศิษย์ทั้งห้าได้เข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์สองครั้ง
ในการสอบครั้งแรก ศิษย์คนที่ i (สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4, 5$) ทำได้ x_i คะแนน
ต่อมาเมื่อถูกอาจารย์เจียงเคี่ยวเข็ญให้ฝึกวิธีคิดพิชิตคณิตศาสตร์อันเลื่องลือ
ศิษย์คนที่ i นี้ได้เข้าสอบอีกครั้งและทำได้ y_i คะแนน
นอกจากนี้ยังพบว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง x_i และ y_i เป็นแบบเส้นตรง

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 15, \quad \sum_{i=1}^5 y_i = 23, \quad \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 86$$

และความแปรปรวนของคะแนนสอบครั้งแรกเท่ากับ 2

ค่าประมาณคะแนนสอบครั้งที่สองของศิษย์ที่มีคะแนนสอบครั้งแรก 1 คะแนน
(โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด) เท่ากับเท่าใด

- ① 1.1 ② 1.2 ③ 1.3 ④ 1.4 ⑤ 1.5

17. ถ้าจัดชายและหญิงจำนวนเท่ากันขึ้นเป็นวงกลม โดยไม่มีหญิงสองคนใดยืนติดกันได้ $10!$ วิธี
แล้วจำนวนของชายและหญิงรวมกันเท่ากับเท่าใด

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22



18. ผลบวกของอนุกรม $\frac{2}{7} + \frac{5}{49} + \frac{8}{343} + \frac{11}{2401} + \dots$ เท่ากับข้อใด

① $\frac{3}{12}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{9}{12}$

⑤ $\frac{11}{12}$

19. ฟังก์ชัน f ในข้อใด มีฟังก์ชัน g ที่ต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$

และ $g(x) = f(x)$ สำหรับทุกจำนวนจริง $x \neq 2$

① $f(x) = \frac{x^2 + 2}{|x - 2|}$

② $f(x) = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$

③ $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x - 2}$

④ $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{|x - 2|}$

⑤ $f(x) = \frac{|x - 2|}{x^2 - 4x + 4}$

20. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันศูนย์ และ $f \neq g$

ถ้า $f'(x) = g(x)$ และ $g'(x) = f(x)$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

แล้วฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันค่าคงตัวเสมอ

① fg

② $\frac{f}{g}$

③ $f - g$

④ $f^2 - g^2$

⑤ $f^2 + g^2$

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย (เติมคำตอบ) มี 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

1. ให้จุด A และ B เป็นโฟกัสของวงรี $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 4$ และให้ C เป็นจุดบนวงรีนี้
จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของสามเหลี่ยม ABC

2. กำหนดให้ $P(x) = 2x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$

ถ้า $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 5$ แล้ว $P(5)$ มีค่าเท่าใด

3. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกสองหลักที่แตกต่างกัน

แล้วค่ามากที่สุดของ ห.ร.ม. (a, b) เท่ากับเท่าใด

4. ผลคูณของจำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ

$$\log_{x-2} \left(\frac{1}{3} \right) < \log_{x+10} \left(\frac{1}{9} \right)$$

เท่ากับเท่าใด



5. กำหนดตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่
40 – 44	18
45 – 49	5
50 – 54	2
55 – 59	6
60 – 64	4

ถ้าจำนวนนักเรียนที่มีคะแนนสอบน้อยกว่าน้องโอ มีอยู่ประมาณแปดในสิบของนักเรียนทั้งหมด แล้วคะแนนของน้องโอเท่ากับเท่าใด

6. แจ็คมีไข้อยู่ในตะกร้า 10 ฟอง เป็นไขทองคำ 3 ฟอง และไขธรรมชาติ 7 ฟอง

ถ้าแจ็คสุ่มหยิบไขจากตะกร้ามา 7 ฟอง แล้วโอกาสที่จะได้ไขทองคำ 2 ฟอง เท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

7. มีจำนวนจริง x ก็จำนวนในช่วง $(0, 2\pi)$ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\cos 2x = \sin 3x$



8. ถ้าผลเฉลยของระบบสมการ

$$x_1 + ax_3 + x_4 = 3$$

$$x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -1$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + ax_3 + 2x_4 = 7$$

มีค่า $x_3 = -2$ แล้วดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

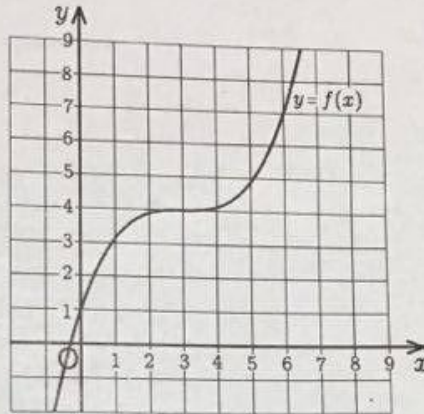
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & a & 2 \end{bmatrix}$$

มีค่าเท่าใด

9. ถ้า z และ $\bar{z}$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมในระนาบเชิงซ้อน ที่มีพื้นที่เท่ากับ $3\sqrt{15}$ ตารางหน่วย และมีจุดยอดเป็นรากที่ 3 ของจำนวนเชิงซ้อนจำนวนหนึ่ง แล้ว $(z + \bar{z})^4$ มีค่าเท่าใด



10. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังรูป



ถ้า $\int_3^6 f(x) dx = 14.14$ แล้ว $\int_4^7 f^{-1}(x) dx$ มีค่าเท่าใด

โปรดตรวจสอบว่าท่านได้เขียนชื่อ-สกุล ระบายเลขที่นั่งสอบและรหัสวิชา เรียบร้อยครบถ้วนแล้ว