

O-NET 63 รหัสวิชา 04 คณิตศาสตร์

วันเสาร์ที่ 29 กุมภาพันธ์ 2563 เวลา 11.30 – 13.30 น.

ตอนที่ 1 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก ข้อละ 2.5 คะแนน

1. จำนวนในข้อใดเท่ากับ $(-5)^{\frac{4}{5}}$

1. $-\sqrt[5]{5^4}$ 2. $-\sqrt[4]{5^5}$ 3. $\sqrt[4]{5^5}$ 4. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{4}{5}}$ 5. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{5}{4}}$

2. $\frac{3^{-1} - 3}{\sqrt{3} - \sqrt{3}^{-1}}$ เท่ากับเท่าใด

1. $-4\sqrt{3}$ 2. $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 3. $-\sqrt{3}$ 4. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 5. $4\sqrt{3}$

3. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่ $b \neq 0$ ถ้า $|a| + |b| = 20$ และ $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$ แล้ว $|a + b|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 6 3. 8 4. 12 5. 20

4. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดถูกต้อง

1. $-2|a + 2| = |-2a - 4|$ 2. $\sqrt{a^2 + 9} = \sqrt{a^2} + 3$
3. $2\sqrt{a^2 + 1} = \sqrt{2a^2 + 2}$ 4. $(a - 2)^2 = a^2 - 4$
5. $(2a - 4)^3 = 8(a - 2)^3$

5. กำหนดให้ a, b, s และ t เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a < b$ และ $s < t$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $as < bt$

ข) $\frac{a}{t-s} < \frac{b}{s-t}$

ค) $s - \frac{1}{a} < t - \frac{1}{b}$

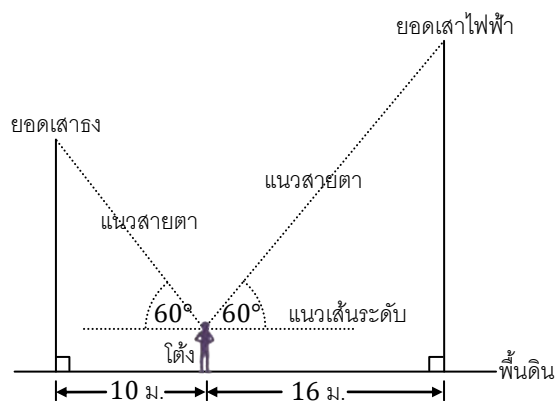
จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

6. โต้งยืนอยู่ระหว่างเสาธงและเสาไฟฟ้า โดยยืนอยู่บนพื้นดินในแนวเส้นตรงเดียวกันกับโคนเสาธงและโคนเสาไฟฟ้า

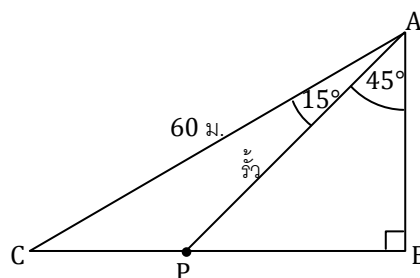
จุดที่โต้งยืนห่างจากโคนเสาธง 10 เมตร และห่างจากโคนเสาไฟฟ้า 16 เมตร โต้งมองเห็นยอดเสาธงและยอดเสาไฟฟ้า เป็นมุมมแนย 60 องศา เท่ากัน ดังรูป

1. $6\sqrt{3}$ เมตร
2. 6 เมตร
3. $3\sqrt{3}$ เมตร
4. 3 เมตร
5. $2\sqrt{3}$ เมตร



7. ที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\overline{AC}$ ยาว 60 เมตร ต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้ออกเป็นสองส่วน โดยทำรั้วกันจากจุด A ไปยังจุด P ซึ่งอยู่บน $\overline{BC}$ ดังรูป

1. 30 เมตร
2. 45 เมตร
3. $30\sqrt{2}$ เมตร
4. $30\sqrt{3}$ เมตร
5. $30\sqrt{6}$ เมตร



8. กำหนดให้ $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, \dots, 7, 8, 9\}$

$$A = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคี่}\}$$

และ $B = \{x \mid x \in U \text{ และ } x^2 < 9\}$

$A - B$ คือเซตในข้อใด

- | | | |
|---------------------|------------------------|------------------|
| 1. $\{-1, 1\}$ | 2. $\{1, 3\}$ | 3. $\{5, 7, 9\}$ |
| 4. $\{3, 5, 7, 9\}$ | 5. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ | |

9. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ $S = \{x \mid x - 2 = a \text{ เมื่อ } |a - 1| = 2\}$

เซต S เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1. $\{1, 3, 5, 7\}$ | 2. $\{3, 4, 5, 6\}$ | 3. $\{-2, 1, 2, 3\}$ |
| 4. $\{-2, -1, 1, 2\}$ | 5. $\{-5, -2, 2, 5\}$ | |

10. จากการสำรวจลูกค้าที่ดื่มกาแฟ จำนวน 125 คน ของร้านกาแฟแห่งหนึ่ง เกี่ยวกับการใส่น้ำตาล นมสด หรือครีมเทียมในกาแฟ พบว่า

- 1) มีลูกค้าที่ใส่น้ำตาลในกาแฟ 40 คน
- 2) มีลูกค้าที่ใส่ครีมเทียมในกาแฟ 50 คน
- 3) มีลูกค้าที่ใส่น้ำตาลและครีมเทียมในกาแฟ 20 คน
- 4) มีลูกค้าที่ใส่น้ำตาลและนมสดในกาแฟ 5 คน
- 5) ไม่มีลูกค้าที่ใส่นมสดและครีมเทียมในกาแฟ
- 6) มีลูกค้าที่ไม่ใส่น้ำตาล ไม่ใส่นมสด และไม่ใส่ครีมเทียมในกาแฟ 25 คน

ในการสำรวจนี้ มีลูกค้าที่ใส่นมสดในกาแฟเพียงอย่างเดียวกี่คน

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1. 10 คน | 2. 15 คน | 3. 20 คน | 4. 30 คน | 5. 35 คน |
|----------|----------|----------|----------|----------|

11. พิจารณาการอ้างเหตุผล โดยกำหนดเหตุและผล ดังนี้

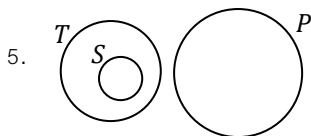
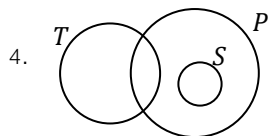
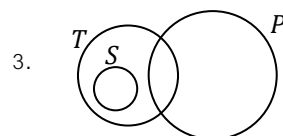
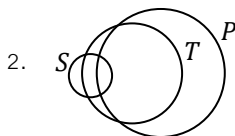
- เหตุ 1) ภาพวาดในโรงเรียนทุกภาพ วาดโดยครูศิลป์ะ
 2) ภาพวาดที่วาดโดยครูศิลป์ะบางภาพ เป็นภาพสีน้ำมัน
 ผล มีภาพวาดในโรงเรียนบางภาพเป็นภาพสีน้ำมัน

กำหนดให้ S แทน เซตของภาพวาดในโรงเรียน

T แทน เซตของภาพวาดที่วาดโดยครูศิลป์ะ

P แทน เซตของภาพสีน้ำมัน

แผนภาพในข้อใดสอดคล้องกับเหตุที่กำหนดและแสดงว่าผลสรุปข้างต้น ไม่ สมเหตุสมผล



12. พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- ก) เหตุ 1) ขนมที่ขายในโรงอาหารบางชนิดไม่มีน้ำตาลเป็นส่วนผสม
 2) มีขนม A ขายในโรงอาหาร

ผล ขนม A ไม่มีน้ำตาลเป็นส่วนผสม

- ข) เหตุ 1) นักฟุตบอลทุกคนที่เป็นนักเรียน ใส่กางเกงสีเหลือง
 2) เก่งเป็นนักเรียนที่ใส่กางเกงสีเหลือง

ผล เก่งเป็นนักฟุตบอล

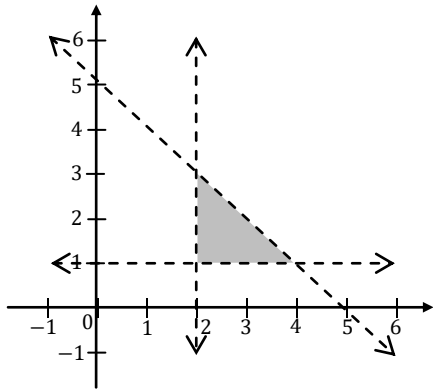
- ค) เหตุ 1) ครูคณิตศาสตร์ทุกคนในโรงเรียน B แต่งงานแล้ว
 2) ครูทุกคนในโรงเรียน B ที่แต่งงานแล้วอายุมากกว่า 30 ปี

ผล ครูคณิตศาสตร์ทุกคนในโรงเรียน B อายุมากกว่า 30 ปี

ผลสรุปใดบ้างสมเหตุสมผล

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 1. ก) เท่านั้น | 2. ข) เท่านั้น | 3. ค) เท่านั้น |
| 4. ก) และ ค) | 5. ข) และ ค) | |

13. กราฟแสดงความสัมพันธ์ r เป็นบริเวณที่แรเงา ดังนี้



ความสัมพันธ์ r คือเซตในข้อใด

1. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, x > 1 \text{ และ } y > 2 \}$
2. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, x > 2 \text{ และ } y > 1 \}$
3. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, x < 4 \text{ และ } y < 3 \}$
4. $r = \{ (x, y) \mid x + y > 5, x > 2 \text{ และ } y > 1 \}$
5. $r = \{ (x, y) \mid x + y > 5, x < 4 \text{ และ } y < 3 \}$

14. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ f เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(x) = (x + a)^2 - a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง
ถ้า $f(-2) = f(4)$ แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -3
2. -2
3. -1
4. 1
5. 2

15. กำหนดให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม และ $A = \{ x \mid x \in I \text{ และ } 2x^2 - 3x - 14 \leq 0 \}$
ผลรวมของสมาชิกทุกตัวในเซต A เท่ากับเท่าใด

1. -5
2. -3
3. 3
4. 5
5. 7

16. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของ $y = 2^{x+a} + b$ ตัดแกน X ที่จุด $(2, 0)$ และตัดแกน Y ที่จุด $(0, -1.5)$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -7 2. -3 3. -1 4. 0.5 5. 2

17. บริษัทวางแผนการจ้างพนักงาน โดยรายได้และรายจ่ายของบริษัทคำนวณได้ดังนี้

รายได้ต่อเดือน เท่ากับ ax^2 บาท และ รายจ่ายต่อเดือน เท่ากับ bx บาท

เมื่อ x แทน จำนวนพนักงานที่บริษัทจ้างในหนึ่งเดือน (คน) และ a, b เป็นจำนวนจริงบวก

จากข้อมูลเกี่ยวกับการจ้างพนักงานของบริษัทนี้ พบว่า

- ในเดือนที่บริษัทจ้างพนักงาน 100 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้เท่ากับรายจ่าย
- ในเดือนที่บริษัทจ้างพนักงาน 200 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้มากกว่ารายจ่ายอยู่ 100,000 บาท

ในเดือนที่บริษัทนี้จ้างพนักงาน 300 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้มากกว่ารายจ่ายอยู่กี่บาท

1. 100,000 บาท 2. 150,000 บาท 3. 200,000 บาท
4. 250,000 บาท 5. 300,000 บาท

18. ถ้าพจน์ทั่วไปของลำดับ a_n คือ $\frac{1}{2}(n^2 + 3n)$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$ แล้วจำนวนในข้อใดอยู่ในลำดับนี้

1. 10 2. 15 3. 21 4. 25 5. 27

19. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{44}, a_{45}$ เป็นลำดับเลขคณิต

ถ้า $a_1 = 60$ และ $a_{45} = 720$ แล้ว $a_{36} - a_{34}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 30 2. 32 3. 34 4. 36 5. 45

20. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก ถ้า $a, 2, b, 6, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต แล้วพจน์ที่ 10 ของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด

1. 18 2. 36 3. 54 4. 81 5. 162

21. ถ้า k เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1 แล้ว $k + k^2 + k^3 + k^4 + k^5 + k^6 + k^7 + k^8$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{k(k^7 - 1)}{k - 1}$ 2. $\frac{k(k^8 - 1)}{k - 1}$ 3. $\frac{k^8}{k - 1}$
4. $4(k + k^7)$ 5. $4(k + k^8)$

22. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้าผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต $2, a, 10, \dots, b$ เท่ากับ 288 แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 48 2. 50 3. 52 4. 54 5. 56

23. หุ่นยนต์ตัวหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรง

โดย เวลาตั้งแต่ 0 วินาที ถึง 1 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ได้ระยะทาง 50 นิ้ว

เวลาตั้งแต่ 1 วินาที ถึง 2 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ต่อไปได้ระยะทางอีก 48 นิ้ว

เวลาตั้งแต่ 2 วินาที ถึง 3 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ต่อไปได้ระยะทางอีก 46 นิ้ว

และ หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ในทำนองนี้ไปเรื่อยๆ จนหยุดนิ่ง ระยะทางทั้งหมดที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ได้เท่ากับกี่นิ้ว

1. 575 นิ้ว 2. 598 นิ้ว 3. 625 นิ้ว 4. 650 นิ้ว 5. 676 นิ้ว

24. แผนภาพต้น – ใบ แสดงข้อมูลซึ่งเป็นคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

0	7	9			
1					
2	2	3	3	3	8
3	0	0	5	7	
4	2	4	5		
5	0				

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 70 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับกี่คะแนน

1. 35.4 คะแนน
2. 36 คะแนน
3. 37 คะแนน
4. 38 คะแนน
5. 39.5 คะแนน

25. นักท่องเที่ยวกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 20 คน เมื่อชั่งสัณหาระของแต่ละคนรวมกันแล้ว ได้น้ำหนักเฉลี่ยของสัณหาระของทั้ง 20 คน เป็น 30.4 กิโลกรัม ต่อมาเมื่อนักท่องเที่ยวบางคนหยิบสัณหาระออกมาส่วนหนึ่ง พบว่า น้ำหนักเฉลี่ยใหม่ของสัณหาระของทั้ง 20 คน เป็น 29.6 กิโลกรัม สัณหาระที่หยิบออกมาหนักกี่กิโลกรัม

1. 8 กิโลกรัม
2. 16 กิโลกรัม
3. 25 กิโลกรัม
4. 30 กิโลกรัม
5. 32 กิโลกรัม

26. ข้อมูลชุดหนึ่งมีสิบจำนวน ประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ โดยที่ $x_i = \begin{cases} i & \text{เมื่อ } i \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ 2i + 2 & \text{เมื่อ } i \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$ มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

1. 5
2. 5.5
3. 7
4. 8
5. 9.5

27. ตารางแสดงความยาวรอบอกและสีเสื้อ ของนักแสดง 5 คน

นักแสดง	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5
ความยาวรอบอก (นิ้ว)	34	42	40	36	38
สีเสื้อ	สีแดง	สีชมพู	สีแดง	สีม่วง	สีแดง

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความยาวรอบอก คือ 38 นิ้ว
- ข) มัธยฐานเป็นค่ากลางที่เหมาะสม เพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลสีเสื้อได้
- ค) ฐานนิยมเป็นค่ากลางที่เหมาะสม เพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลความยาวรอบอกได้

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

28. ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างชุดหนึ่งมี 5 จำนวน ถ้าข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยมเป็น 6 มัธยฐานเป็น 8 พิสัยเป็น 10 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 10 แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

1. $\sqrt{5}$
2. $\sqrt{22}$
3. $3\sqrt{2}$
4. 2
5. 5

29. ตารางแสดงผลการสำรวจวันที่ออกกำลังกายในแต่ละสัปดาห์ของนักศึกษากลุ่มหนึ่ง จำแนกตามระดับการศึกษา

จำนวนวันที่ออกกำลังกาย ต่อสัปดาห์	จำนวนนักศึกษา (คน)	
	ปริญญาตรี	สูงกว่าปริญญาตรี
น้อยกว่า 3 วัน	45	25
3 วัน ถึง 5 วัน	20	20
มากกว่า 5 วัน	25	15

หากสุ่มนักศึกษาจากกลุ่มนี้มาหนึ่งคน ความน่าจะเป็นที่จะได้นักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ออกกำลังกาย ไม่ เกิน 5 วันต่อสัปดาห์ เท่ากับใด

1. $\frac{13}{30}$
2. $\frac{2}{15}$
3. $\frac{11}{15}$
4. $\frac{3}{10}$
5. $\frac{3}{5}$

30. จุกและปอเป็นพนักงานบัญชีประจำสำนักงานใหญ่ของบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีสาขาอยู่ทั้งหมด 4 สาขา จุกและปอต้องเลือกสาขา คนละหนึ่งสาขา เพื่อไปตรวจสอบบัญชี โดยทั้งสองคนไม่ตรวจสอบบัญชีของสาขาเดียวกัน จำนวนวิธีที่จุกและปอเลือกสาขาที่แตกต่างกันมีได้ทั้งหมดกี่วิธี

1. 7 วิธี 2. 8 วิธี 3. 12 วิธี 4. 16 วิธี 5. 24 วิธี

31. ร้านค้าจัดรายการสมนาคุณให้แก่ลูกค้า โดยให้ลูกค้าสะสมหยิบสลาก 1 ใบ จากกล่องซึ่งมีสลากทั้งหมด 40 ใบ ดังนี้
 สลากสีขาว 20 ใบ เป็น สลากหมายเลข 1, 2, 3, ..., 19, 20
 และ สลากสีแดง 20 ใบ เป็น สลากหมายเลข 21, 22, 23, ..., 39, 40
 ลูกค้าที่หยิบได้สลากสีขาวที่มีหมายเลขมากกว่า 15 หรือ หยิบได้สลากสีแดงที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ จะได้รับของสมนาคุณจากทางร้านค้า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนแรกสะสมหยิบสลากแล้วได้รับของสมนาคุณเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{3}{8}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{5}{8}$ 5. $\frac{7}{8}$

32. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 3 สี คือ สีแดง สีน้ำเงิน และสีขาว โดยมีลูกบอลสีแดงและสีน้ำเงินรวมกัน 24 ลูก และความน่าจะเป็นในการสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ลูกบอลสีต่างๆ เป็นดังนี้

1) ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาวเท่ากับ $\frac{1}{3}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงเท่ากับ $\frac{1}{4}$

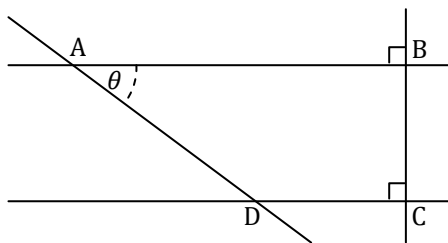
กล่องใบนี้มีลูกบอลสีน้ำเงินกี่ลูก

1. 5 ลูก 2. 9 ลูก 3. 10 ลูก 4. 12 ลูก 5. 15 ลูก

ตอนที่ 2 แบบเติมคำตอบ ข้อละ 2.5 คะแนน

33. $\left(\frac{6}{\sqrt{48}} - \sqrt{3}\right)^2 + (3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54})^3$ เท่ากับเท่าใด

34. จุด A จุด B จุด C และจุด D เป็นจุดตัดของถนนที่เป็นส่วนของเส้นตรงสี่สาย โดยที่ $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{DC}$ ดังรูป



ถ้า $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$

และ ระยะทางจากจุด B ถึงจุด C เท่ากับ 4.5 กิโลเมตร

แล้ว ระยะทางจากจุด A ถึงจุด D เท่ากับกี่กิโลเมตร

35. จากการสำรวจนักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 800 คน พบว่า

- 1) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม A แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม B มีจำนวน 230 คน
- 2) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม B แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม C มีจำนวน 270 คน
- 3) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม C แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม A มีจำนวน 200 คน
- 4) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมอื่นๆ ที่ไม่ใช่กิจกรรม A ไม่ใช่กิจกรรม B และไม่ใช่กิจกรรม C มีจำนวน 20 คน

ในการสำรวจนี้ นักเรียนที่เข้าร่วมทั้งกิจกรรม A กิจกรรม B และกิจกรรม C มีจำนวนกี่คน

36. ถ้า $A = \{5, 6, 7, \dots, 12, 13, 14\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = \frac{x-1}{2}\}$
แล้ว r มีสมาชิกทั้งหมดกี่ตัว

37. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม พิจารณาแบบรูปต่อไปนี้

4	90	8	81	16	72	...	a	27	1,024	b
20		30		40		...	90		c	
รูปที่ 1		รูปที่ 2		รูปที่ 3		...	รูปที่ 8		รูปที่ 9	

$a + b + c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

38. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของด้านสามด้าน ดังนี้

$x - 2$ หน่วย , x หน่วย และ 10 หน่วย

ค่าของ x เท่ากับเท่าใด จึงจะทำให้รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่มากที่สุด

39. ตารางแสดงจำนวนปีที่ทำงานของพนักงานจำนวน 45 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง

จำนวนปีที่ทำงาน (ปี)	จำนวนพนักงาน (คน)
2	8
3	a
4	b
5	12

ถ้า $a > b$ และ มัธยฐานและฐานนิยมของจำนวนปีที่ทำงานมีค่าเท่ากัน แล้ว b ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

40. กล้องใบหนึ่งมีถ่านไฟฉายอยู่ทั้งหมด 500 ก้อน เป็นถ่านไฟฉายดี จำนวน 420 ก้อน เป็นถ่านไฟฉายเสีย จำนวน 80 ก้อน ถ้านาวินคัดถ่านไฟฉายเสียออกไปจากกล่องจำนวนหนึ่ง แล้วพบว่า เมื่อสุ่มหยิบ ถ่านไฟฉาย 1 ก้อน จากถ่านไฟฉายที่เหลือในกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะได้ถ่านไฟฉายดี เท่ากับ $\frac{7}{8}$ นาวินคัดถ่านไฟฉายเสียออกไปกี่ก้อน

เฉลย

1. 4	9. 1	17. 5	25. 2	33. 0.75
2. 2	10. 4	18. 5	26. 4	34. 7.5
3. 1	11. 3	19. 1	27. 1	35. 80
4. 5	12. 3	20. 5	28. 2	36. 2
5. 5	13. 2	21. 2	29. 1	37. 630
6. 1	14. 3	22. 3	30. 3	38. 26
7. 3	15. 3	23. 4	31. 2	39. 10
8. 4	16. 2	24. 4	32. 5	40. 20

แนวคิด

1. จำนวนในข้อใดเท่ากับ $(-5)^{\frac{4}{5}}$

1. $-\sqrt[5]{5^4}$ 2. $-\sqrt[4]{5^5}$ 3. $\sqrt[4]{5^5}$ 4. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{4}{5}}$ 5. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{5}{4}}$

ตอบ 4

จากสมบัติ $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ จะได้ $(-5)^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{(-5)^4}$ ยกกำลังคู่ เป็นบวกเสมอ
 $= \sqrt[5]{5^4}$...(*) $\rightarrow$ ไม่ตรงกับข้อ 1, 2, 3

4. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{4}{5}} = (5^{-1})^{-\frac{4}{5}}$
 $= 5^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{5^4} \rightarrow$ เหมือนกับ (*) ✓

5. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^5} \rightarrow$ ไม่เหมือนกับ (*)

2. $\frac{3^{-1}-3}{\sqrt{3}-\sqrt{3}^{-1}}$ เท่ากับเท่าใด

1. $-4\sqrt{3}$ 2. $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 3. $-\sqrt{3}$ 4. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 5. $4\sqrt{3}$

ตอบ 2

เศษ: $3^{-1} - 3 = \frac{1}{3} - 3$ ส่วน: $\sqrt{3} - \sqrt{3}^{-1} = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{1-9}{3}$ $= \frac{3-1}{\sqrt{3}}$
 $= -\frac{8}{3}$ $= \frac{2}{\sqrt{3}}$

ดังนั้น $\frac{3^{-1}-3}{\sqrt{3}-\sqrt{3}^{-1}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = -\frac{8}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$

3. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่ $b \neq 0$ ถ้า $|a| + |b| = 20$ และ $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$

แล้ว $|a+b|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 6 3. 8 4. 12 5. 20

ตอบ 1

จาก $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$
 $a = -\frac{2}{3}b$... (1)

$|a| + |b| = 20$
 $\left|-\frac{2}{3}b\right| + |b| = 20$
 $\frac{2}{3}|b| + |b| = 20$
 $\left(\frac{2}{3} + 1\right)|b| = 20$
 $\frac{5}{3}|b| = 20$
 $|b| = 12$... (2)

แทน (1) และ (2) ในค่าที่โจทย์ถาม จะได้ $|a+b| = \left| -\frac{2}{3}b + b \right|$
 $= \left| \frac{1}{3}b \right| = \frac{|b|}{3} = \frac{12}{3} = 4$

4. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดถูกต้อง

1. $-2|a+2| = |-2a-4|$
2. $\sqrt{a^2+9} = \sqrt{a^2}+3$
3. $2\sqrt{a^2+1} = \sqrt{2a^2+2}$
4. $(a-2)^2 = a^2-4$
5. $(2a-4)^3 = 8(a-2)^3$

ตอบ 5

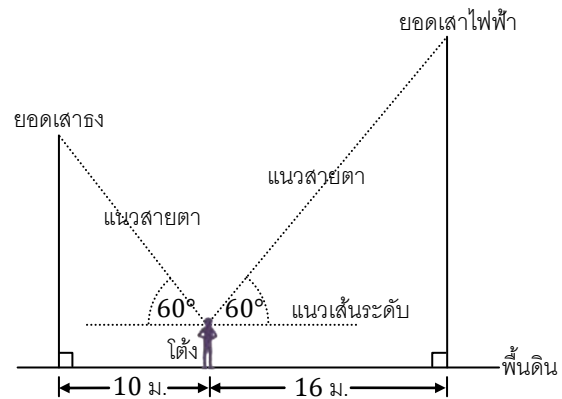
1. ค่าสัมบูรณ์จะเป็นบวกเสมอ ดังนั้น ผังซ้าย $-2|a+2| = -2(\text{บวก}) = \text{ลบ}$
 ในขณะที่ผังขวา $|-2a-4|$ เป็นบวก จึงไม่เท่ากับผังซ้าย ✕
 2. รุทกระจายในการบวกไม่ได้ ✕
 3. ถ้าจะเอา 2 เข้าไปในรุท ต้องยกกำลัง 2 กลายเป็น $\sqrt{4}$
 $2\sqrt{a^2+1} = \sqrt{4}\sqrt{a^2+1} = \sqrt{4(a^2+1)} = \sqrt{4a^2+4}$ ซึ่งไม่เท่ากับผังขวา ✕
 4. การยกกำลัง กระจายในการบวกไม่ได้ ✕
 5. $(2a-4)^3 = (2(a-2))^3 = 2^3(a-2)^3 = 8(a-2)^3$ ✓
5. กำหนดให้ a, b, s และ t เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a < b$ และ $s < t$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก) $as < bt$
 - ข) $\frac{a}{t-s} < \frac{b}{s-t}$
 - ค) $s - \frac{1}{a} < t - \frac{1}{b}$
- จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง
1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
 2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
 3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
 4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
 5. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

ตอบ 5

- ก) a และ s คือตัวน้อย b และ t คือตัวมาก ทุกตัวเป็นบวก จึงสรุปได้ว่า $as < bt$ ✓
- ข) เนื่องจาก $s < t$ ดังนั้น $t-s$ เป็นบวก แต่ $s-t$ เป็นลบ
 ดังนั้น $\frac{a}{t-s}$ เป็นบวก แต่ $\frac{b}{s-t}$ เป็นลบ จึงสรุปได้ว่า $\frac{a}{t-s} > \frac{b}{s-t} \rightarrow$ ข) ผิด
- ค) จาก $\begin{array}{l} a < b \\ \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a} < -\frac{1}{b} \end{array}$ $\left. \begin{array}{l} \rightarrow a, b \text{ เป็นบวก} \rightarrow \text{หารสลับข้างได้} \\ \rightarrow \text{ย้ายแต่ละฝั่งไปลบอีกฝั่ง} \end{array} \right\}$
 และจาก $s < t$ $\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{หารสลับข้างได้} \\ \rightarrow \text{ย้ายแต่ละฝั่งไปลบอีกฝั่ง} \end{array} \right\}$ รวมสองอสมการ จะสรุปได้ว่า $s - \frac{1}{a} < t - \frac{1}{b}$ ✓

6. โต้งยืนอยู่ระหว่างเสาธงและเสาไฟฟ้า โดยยืนอยู่บนพื้นดินในแนวเส้นตรงเดียวกันกับโคนเสาธงและโคนเสาไฟฟ้า
จุดที่โต้งยืนห่างจากโคนเสาธง 10 เมตร และห่างจากโคนเสาไฟฟ้า 16 เมตร โต้งมองเห็นยอดเสาธงและยอดเสาไฟฟ้า เป็นมุมเงย 60 องศา เท่ากัน ดังรูป
เสาไฟฟ้าสูงกว่าเสาธงกี่เมตร

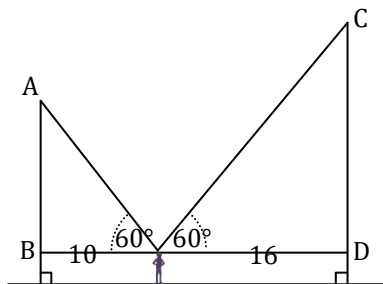
1. $6\sqrt{3}$ เมตร
2. 6 เมตร
3. $3\sqrt{3}$ เมตร
4. 3 เมตร
5. $2\sqrt{3}$ เมตร



ตอบ 1

สามเหลี่ยมมุมฉากซ้าย :

$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{AB}{10} \\ \sqrt{3} &= \frac{AB}{10} \\ 10\sqrt{3} &= AB\end{aligned}$$



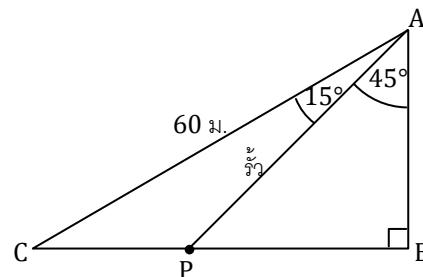
สามเหลี่ยมมุมฉากขวา :

$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{CD}{16} \\ \sqrt{3} &= \frac{CD}{16} \\ 16\sqrt{3} &= CD\end{aligned}$$

จะเห็นว่า CD ยาวกว่า AB อยู่ $16\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \rightarrow$ จะสรุปได้ว่าเสาไฟฟ้าสูงกว่าเสาธงอยู่ $6\sqrt{3}$ เมตร

7. ที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\overline{AC}$ ยาว 60 เมตร
ต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้ออกเป็นสองส่วน โดยทำรั้วกัน
จากจุด A ไปยังจุด P ซึ่งอยู่บน $\overline{BC}$ ดังรูป
รั้วกันจากจุด A ไปยังจุด P ยาวกี่เมตร

1. 30 เมตร
2. 45 เมตร
3. $30\sqrt{2}$ เมตร
4. $30\sqrt{3}$ เมตร
5. $30\sqrt{6}$ เมตร



ตอบ 3

จะใช้ $\triangle ABC$ (รูปใหญ่) หา AB แล้วค่อยใช้ $\triangle ABP$ (รูปเล็ก) หา AP

$$\begin{aligned}\triangle ABC: \cos \widehat{CAB} &= \frac{\text{ชิด}}{\text{จาก}} = \frac{AB}{AC} \\ \cos(15^\circ + 45^\circ) &= \frac{AB}{60} \\ \frac{1}{2} &= \frac{AB}{60} \\ 30 &= AB \dots (*)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle ABP: \cos \widehat{PAB} &= \frac{\text{ชิด}}{\text{จาก}} = \frac{AB}{AP} \\ \cos 45^\circ &= \frac{30}{AP} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{30}{AP} \\ AP &= \frac{60}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 30\sqrt{2}\end{aligned}$$

จาก (*)

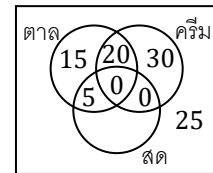
5. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

5. $\{-5, -2, 2, 5\}$

5. 35 คน

จาก 1) จะได้ส่วนที่เหลือของวงน้ำตาล = $40 - 20 - 5 = 15$

จาก 2) จะได้ส่วนที่เหลือของวงครีมเทียม = $50 - 20 = 30$



มีทั้งหมด 125 คน $\rightarrow$ เหลือคนสมคยอย่างเดียวน = $125 - 15 - 20 - 30 - 5 - 25 = 30$ คน

11. พิจารณาการอ้างเหตุผล โดยกำหนดเหตุและผล ดังนี้

เหตุ 1) ภาพวาดในโรงเรียนทุกภาพ วาดโดยครูศิลปะ

2) ภาพวาดที่วาดโดยครูศิลปะบางภาพ เป็นภาพสีน้ำมัน

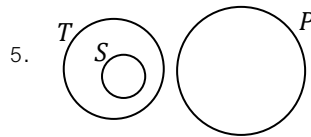
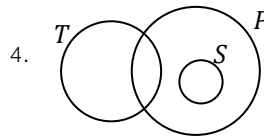
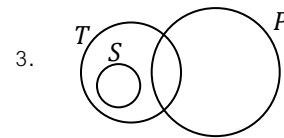
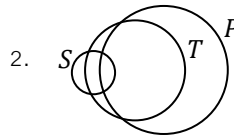
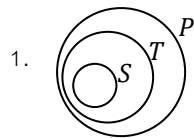
ผล มีภาพวาดในโรงเรียนบางภาพเป็นภาพสีน้ำมัน

กำหนดให้ S แทน เซตของภาพวาดในโรงเรียน

T แทน เซตของภาพวาดที่วาดโดยครูศิลปะ

P แทน เซตของภาพสีน้ำมัน

แผนภาพในข้อใดสอดคล้องกับเหตุที่กำหนดและแสดงว่าผลสรุปข้างต้น ไม่ สมเหตุสมผล



ตอบ 3

ผลสรุป จะไม่สมเหตุสมผล เมื่อมีแผนภาพที่ทำให้เหตุทุกเหตุเป็นจริง แต่ทำให้ผลเป็นเท็จ

เหตุ 1) ภาพโรงเรียน (S) ทุกภาพ วาดโดยครูศิลปะ (T) แสดงว่าวง S อยู่ในวง $T \rightarrow$ เหลือตัวเลือก 1, 3, 5

เหตุ 2) ภาพครูศิลปะ (T) บางภาพ เป็นภาพสีน้ำมัน (P) แสดงว่าวง T กับวง P มีส่วนซ้อนทับกัน $\rightarrow$ เหลือ 1, 3

แต่ผล มีภาพโรงเรียน (S) บางภาพเป็นภาพสีน้ำมัน (P) ต้องไม่จริง แสดงว่า วง S กับ วง P ต้องไม่มีส่วนซ้อนทับกัน

ทำให้สามารถตัดตัวเลือก 1 ทิ้ง เหลือเพียงตัวเลือกข้อ 3 เท่านั้นที่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไข

12. พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก) เหตุ 1) ขนมที่ขายในโรงอาหารบางชนิดไม่มีน้ำตาลเป็นส่วนผสม

2) มีขนม A ขายในโรงอาหาร

ผล ขนม A ไม่มีน้ำตาลเป็นส่วนผสม

ข) เหตุ 1) นักฟุตบอลทุกคนที่เป็นนักเรียน ใส่กางเกงสีเหลือง

2) เก่งเป็นนักเรียนที่ใส่กางเกงสีเหลือง

ผล เก่งเป็นนักฟุตบอล

- ผล ครุคณิตศาสตร์ทุกคนในโรงเรียน B อายุมากกว่า 30 ปี

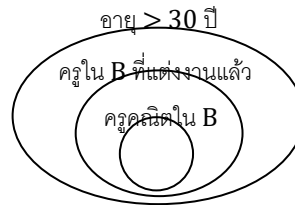
1. ก) เท่านั้น 2. ข) เท่านั้น 3. ค) เท่านั้น

4. ก) และ ค) 5. ข) และ ค)

จะเห็นว่า ก) และ ข) สามารถหาแผนภาพที่ทำให้เหตุทุกเหตุเป็นจริง แต่ผลเป็นเท็จได้ จึงไม่สมเหตุสมผล



ซึ่งจากแผนภาพ จะเห็นว่าผลสรุปจริงเสมอ $\rightarrow$ สมเหตุสมผล



A coordinate plane with x and y axes ranging from -1 to 6. A dashed line passes through the points (0, 5) and (4, 0). The region below and to the left of this line is shaded gray, representing the solution set for the inequality $y < -\frac{5}{4}x + 5$.

1. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, \ x > 1 \text{ และ } y > 2 \}$
2. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, \ x > 2 \text{ และ } y > 1 \}$
3. $r = \{ (x, y) \mid x + y < 5, \ x < 4 \text{ และ } y < 3 \}$
4. $r = \{ (x, y) \mid x + y > 5, \ x > 2 \text{ และ } y > 1 \}$
5. $r = \{ (x, y) \mid x + y > 5, \ x < 4 \text{ และ } y < 3 \}$

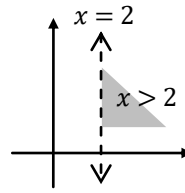
ตอบ 2

เส้นแนวดิ่ง ตัดแกน X ที่ 2 จะมีสมการคือ $x = 2$ ส่วนที่แรเงาอยู่ทางขวาของเส้นประนี้ $\rightarrow$ จะได้เงื่อนไขหนึ่งคือ $x > 2$

พิจารณาตัวเลือก จะเหลือข้อ 2 และ ข้อ 4

ซึ่งข้อ 2 และ ข้อ 4 จะต่างกันที่เงื่อนไข $x + y < 5$ หรือ > 5

ทดลองสุ่มจุดในส่วนที่แรเงามาแทนดูว่าเงื่อนไขไหนเป็นจริง

สุ่มจุด $(2.5, 1.5)$ มาแทนดู จะเห็นว่า $2.5 + 1.5 < 5$ ซึ่งจะตรงกับเงื่อนไขข้อ 214. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ f เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(x) = (x + a)^2 - a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงถ้า $f(-2) = f(4)$ แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -3 2. -2 3. -1 4. 1 5. 2

ตอบ 3

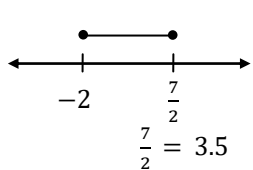
$$\begin{aligned}
 f(-2) &= f(4) \\
 (-2 + a)^2 - a &= (4 + a)^2 - a &> \text{โจทย์ให้ } f(x) = (x + a)^2 - a \\
 (-2 + a)^2 &= (4 + a)^2 &> (n + l)^2 = n^2 + 2nl + l^2 \\
 (-2)^2 + 2(-2)a + a^2 &= 4^2 + 2(4)a + a^2 \\
 4 - 4a &= 16 + 8a \\
 -12 &= 12a \\
 -1 &= a
 \end{aligned}$$

15. กำหนดให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม และ $A = \{ x \mid x \in I \text{ และ } 2x^2 - 3x - 14 \leq 0 \}$ ผลรวมของสมาชิกทุกตัวในเซต A เท่ากับเท่าใด

1. -5 2. -3 3. 3 4. 5 5. 7

ตอบ 3

$$\begin{aligned}
 2x^2 - 3x - 14 &\leq 0 \\
 (2x - 7)(x + 2) &\leq 0
 \end{aligned}$$

 $\rightarrow$ จะได้จำนวนเต็มในช่วงนี้คือ $-2, -1, 0, 1, 2, 3$

ซึ่งเมื่อรวมกัน จำนวนลบจะหักกับจำนวนบวก เหลือผลรวม = 3

16. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของ $y = 2^{x+a} + b$ ตัดแกน X ที่จุด $(2, 0)$ และตัดแกน Y ที่จุด $(0, -1.5)$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -7 2. -3 3. -1 4. 0.5 5. 2

ตอบ 2

จุดตัดแกน จะอยู่บนกราฟด้วย $\rightarrow$ เมื่อแทนในสมการกราฟ จะทำให้สมการเป็นจริง

$$\begin{aligned}
 (2, 0): 0 &= 2^{2+a} + b & (0, -1.5): -1.5 &= 2^{0+a} + b \\
 0 &= 2^2 \cdot 2^a + b & -1.5 &= 2^a + b \quad \dots(2) \\
 0 &= 4(2^a) + b & & \dots(1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1) - (2) : 0 - (-1.5) &= (4(2^a) + b) - (2^a + b) \\
 1.5 &= 3(2^a) \\
 0.5 &= 2^a \longrightarrow \text{แทนใน (2) : } -1.5 = 0.5 + b \\
 \frac{1}{2} &= 2^a & -2 &= b \\
 2^{-1} &= 2^a \\
 -1 &= a & \text{จะได้ } a + b &= -1 + (-2) = -3
 \end{aligned}$$

17. บริษัทวางแผนการจ้างพนักงาน โดยรายได้และรายจ่ายของบริษัทคำนวณได้ดังนี้

รายได้ต่อเดือน เท่ากับ ax^2 บาท และ รายจ่ายต่อเดือน เท่ากับ bx บาท

เมื่อ x แทน จำนวนพนักงานที่บริษัทจ้างในหนึ่งเดือน (คน) และ a, b เป็นจำนวนจริงบวก

จากข้อมูลเกี่ยวกับการจ้างพนักงานของบริษัทนี้ พบว่า

- ในเดือนที่บริษัทจ้างพนักงาน 100 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้เท่ากับรายจ่าย
- ในเดือนที่บริษัทจ้างพนักงาน 200 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้มากกว่ารายจ่ายอยู่ 100,000 บาท

ในเดือนที่บริษัทนี้จ้างพนักงาน 300 คน ในเดือนนั้น บริษัทจะมีรายได้มากกว่ารายจ่ายอยู่กี่บาท

1. 100,000 บาท
2. 150,000 บาท
3. 200,000 บาท
4. 250,000 บาท
5. 300,000 บาท

ตอบ 5

จ้าง 100 คน $\rightarrow x = 100$

จ้าง 200 คน $\rightarrow x = 200$

จะได้ รายได้ = รายจ่าย

จะได้ รายได้ - รายจ่าย = 100000

$$ax^2 = bx$$

$$ax^2 - bx = 100000$$

$$a(100)^2 = b(100)$$

$$a(200)^2 - b(200) = 100000$$

$$100a = b \quad \dots (*)$$

$$200a - b = 500$$

$$200a - 100a = 500$$

$$100a = 500$$

$$a = 5 \rightarrow \text{แทนใน } (*) \text{ จะได้ } b = 500$$

ถ้าจ้าง 300 คน $\rightarrow x = 300$ จะมีรายได้มากกว่ารายจ่าย = $ax^2 - bx$

$$= 5(300)^2 - 500(300)$$

$$= 450,000 - 150,000 = 300,000 \text{ บาท}$$

18. ถ้าพจน์ทั่วไปของลำดับ a_n คือ $\frac{1}{2}(n^2 + 3n)$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$

แล้วจำนวนในข้อใดอยู่ในลำดับนี้

1. 10
2. 15
3. 21
4. 25
5. 27

ตอบ 5

จาก $a_n = \frac{1}{2}(n^2 + 3n)$

$2a_n = n(n + 3) \rightarrow$ จำนวนในลำดับนี้ เมื่อคูณ 2 แล้วต้องเขียนเป็นผลคูณของจำนวนที่ต่างกัน 3 ได้

$$1. \quad \begin{array}{l} 10 \\ 20 \end{array} \nearrow \times 2$$

$$2. \quad \begin{array}{l} 15 \\ 30 \end{array} \nearrow \times 2$$

$$3. \quad \begin{array}{l} 21 \\ 42 \end{array} \nearrow \times 2$$

$$4. \quad \begin{array}{l} 25 \\ 50 \end{array} \nearrow \times 2$$

$$5. \quad \begin{array}{l} 27 \\ 54 \end{array} \nearrow \times 2$$

$$4 \times 5$$

$$5 \times 6$$

$$6 \times 7$$

$$5 \times 10$$

$$6 \times 9 \checkmark$$

$$2 \times 10$$

$$3 \times 10$$

$$3 \times 14$$

จะเห็นว่าข้อ 5 เท่านั้น ที่เขียนเป็นผลคูณของจำนวนที่ต่างกัน 3 ได้ ($6 + 3 = 9$)

19. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{44}, a_{45}$ เป็นลำดับเลขคณิต

ถ้า $a_1 = 60$ และ $a_{45} = 720$ แล้ว $a_{36} - a_{34}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 30 2. 32 3. 34 4. 36 5. 45

ตอบ 1

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต } a_n &= a_1 + (n-1)d &> \text{แทน } n = 45 \\ a_{45} &= a_1 + (45-1)d \\ 720 &= 60 + 44d \\ 660 &= 44d \\ 15 &= d \end{aligned}$$

ดังนั้น แต่ละพจน์ในลำดับนี้ จะเพิ่มขึ้นจากพจน์ก่อนหน้าทีละ 15

เนื่องจาก a_{36} เป็นพจน์ที่อยู่ถัดจาก a_{34} ไป 2 พจน์ จึงเพิ่มขึ้น $15 + 15 = 30$ นั่นคือ $a_{36} - a_{34} = 30$

20. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก ถ้า $a, 2, b, 6, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต

แล้วพจน์ที่ 10 ของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด

1. 18 2. 36 3. 54 4. 81 5. 162

ตอบ 5

จากลำดับที่โจทย์ให้ เราจะรู้พจน์ที่สอง $a_2 = 2$ และพจน์ที่สี่ $a_4 = 6$

จากสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{แทน } n = 2: \quad a_2 &= a_1 r^{2-1} && \text{แทน } n = 4: \quad a_4 = a_1 r^{4-1} \\ 2 &= a_1 r \quad \dots(1) && 6 = a_1 r^3 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \div (1): \quad \frac{6}{2} &= \frac{a_1 r^3}{a_1 r} \\ 3 &= r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &= r \quad \rightarrow \text{แทนใน (1): } 2 = a_1 \sqrt{3} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} &= a_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } n = 10 \text{ ในสูตรพจน์ทั่วไป จะได้ } a_{10} &= a_1 r^{10-1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^9 = 2(\sqrt{3})^8 = 2(3)^4 = 162 \end{aligned}$$

21. ถ้า k เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1 แล้ว $k + k^2 + k^3 + k^4 + k^5 + k^6 + k^7 + k^8$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{k(k^7-1)}{k-1}$ 2. $\frac{k(k^8-1)}{k-1}$ 3. $\frac{k^8}{k-1}$
4. $4(k+k^7)$ 5. $4(k+k^8)$

ตอบ 2

แต่ละพจน์ คูณเพิ่มทีละ $k \rightarrow$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $r = k$ โดยมีพจน์แรก $a_1 = k$

ใช้สูตรอนุกรมเรขาคณิต $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ โดยแทน $n = 8$ (บวกกัน 8 พจน์)

$$\text{จะได้ผลบวก} = \frac{k(k^8-1)}{k-1}$$

22. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้าผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเลขคณิต $2, a, 10, \dots, b$ เท่ากับ 288 แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 48 2. 50 3. 52 4. 54 5. 56

ตอบ 3

จากลำดับที่โจทย์ให้ เราจะรู้พจน์แรก $a_1 = 2$ และพจน์ที่สาม $a_3 = 10$

จากสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d \dots (*)$

$$\begin{aligned} \text{แทน } n = 3 \text{ จะได้ } a_3 &= a_1 + (3 - 1)d \\ 10 &= 2 + 2d \\ 4 &= d \end{aligned}$$

โจทย์ให้ผลบวก = 288 $\rightarrow$ ใช้สูตรอนุกรมเลขคณิต $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$

$$288 = \frac{n}{2}(2(2) + (n - 1)4)$$

$$288 = \frac{n}{2}(4 + 4n - 4)$$

$$\begin{aligned} 288 &= 2n^2 \\ 12 &= n \end{aligned}$$

ดังนั้น ลำดับนี้มี 12 พจน์ จะได้ $b = \text{พจน์ที่ } 12 \rightarrow a + b = \text{พจน์ที่ } 2 + \text{พจน์ที่ } 12 = a_2 + a_{12}$

$$\begin{aligned} \text{แทน } n = 2 \text{ ใน } (*) : a_2 &= a_1 + (2 - 1)d & \text{แทน } n = 12 \text{ ใน } (*) : a_{12} &= a_1 + (12 - 1)d \\ &= 2 + (1)4 & &= 2 + (11)4 \\ &= 6 & &= 46 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } a + b = 6 + 46 = 52$$

23. หุ่นยนต์ตัวหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรง

โดย เวลาตั้งแต่ 0 วินาที ถึง 1 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ได้ระยะทาง 50 นิ้ว

เวลาตั้งแต่ 1 วินาที ถึง 2 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ต่อไปได้ระยะทางอีก 48 นิ้ว

เวลาตั้งแต่ 2 วินาที ถึง 3 วินาที หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ต่อไปได้ระยะทางอีก 46 นิ้ว

และ หุ่นยนต์นี้เคลื่อนที่ในทำนองนี้ไปเรื่อยๆ จนหยุดนิ่ง ระยะทางทั้งหมดที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ได้เท่ากับกี่นิ้ว

1. 575 นิ้ว 2. 598 นิ้ว 3. 625 นิ้ว 4. 650 นิ้ว 5. 676 นิ้ว

ตอบ 4

จะเห็นว่าระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ 50, 48, 46, ... $\rightarrow$ ลดลงทีละ 2 จะเป็นลำดับเลขคณิต ที่มี $a_1 = 50$ และ $d = -2$

หยุดนิ่ง คือเคลื่อนได้ 0 นิ้ว จะได้พจน์สุดท้าย $a_n = 0 \rightarrow$ ต้องหาผลบวก $50 + 48 + 46 + \dots + 2 + 0$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรลำดับเลขคณิต } a_n &= a_1 + (n - 1)d \\ 0 &= 50 + (n - 1)(-2) \\ 0 &= 50 - 2n + 2 \\ 2n &= 52 \\ n &= 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ใช้สูตรอนุกรมเลขคณิต จะได้ผลบวก } S_n &= \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d) \\ &= \frac{26}{2}(2(50) + (26 - 1)(-2)) \\ &= 13(100 - 50) = 650 \end{aligned}$$

24. แผนภาพต้นไม้ - ใบ แสดงข้อมูลซึ่งเป็นคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

0	7	9			
1					
2	2	3	3	3	8
3	0	0	5	7	
4	2	4	5		
5	0				

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 70 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับกี่คะแนน

1. 35.4 คะแนน
2. 36 คะแนน
3. 37 คะแนน
4. 38 คะแนน
5. 39.5 คะแนน

ตอบ 4

นับตัวเลขทางฝั่งขวาของเส้นคั่น จะนับได้ 15 จำนวน ดังนั้น มีข้อมูล 15 ตัว

$$\text{ใช้สูตรตำแหน่ง } P_r = \frac{r}{100} \times (N + 1)$$

$$\text{จะได้ } P_{70} \text{ อยู่ตัวที่ } \frac{70}{100} \times (15 + 1) = 11.2$$

นับตัวเลขทางฝั่งขวาของเส้นคั่น ตัวที่ 11 คือ 37 และตัวที่ 12 คือ 42

0	7	9			
1					
2	2	3	3	3	8
3	0	0	5	7	
4	2	4	5		
5	0				

ตัวที่ 11 ตัวที่ 12

$$\begin{aligned} \text{ใช้สูตรการประมาณค่าระหว่างตำแหน่ง จะได้ } \text{ตัวที่ } 11.2 &= \text{ตัวที่ } 11 + 0.2 \times (\text{ตัวที่ } 12 - \text{ตัวที่ } 11) \\ &= 37 + 0.2 \times (42 - 37) = 38 \end{aligned}$$

25. นักท่องเที่ยวกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 20 คน เมื่อชั่งสัมภาระของแต่ละคนรวมกันแล้ว ได้น้ำหนักเฉลี่ยของสัมภาระของทั้ง 20 คน เป็น 30.4 กิโลกรัม ต่อมาเมื่อนักท่องเที่ยวบางคนหยิบสัมภาระออกมาส่วนหนึ่ง พบว่า น้ำหนักเฉลี่ยใหม่ของสัมภาระของทั้ง 20 คน เป็น 29.6 กิโลกรัม สัมภาระที่หยิบออกมาหนักกี่กิโลกรัม

1. 8 กิโลกรัม
2. 16 กิโลกรัม
3. 25 กิโลกรัม
4. 30 กิโลกรัม
5. 32 กิโลกรัม

ตอบ 2

$$\text{จากสูตร ค่าเฉลี่ย} = \frac{\text{ผลรวมข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูล}} \text{ จะได้}$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักเฉลี่ยก่อนหยิบ} &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักก่อนหยิบ}}{\text{จำนวนคน}} \\ 30.4 &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักก่อนหยิบ}}{20} \\ 608 &= \text{ผลรวมน้ำหนักก่อนหยิบ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักเฉลี่ยหลังหยิบ} &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักหลังหยิบ}}{\text{จำนวนคน}} \\ 29.6 &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักหลังหยิบ}}{20} \\ 592 &= \text{ผลรวมน้ำหนักหลังหยิบ} \end{aligned}$$

จะเห็นว่าหลังหยิบสัมภาระออก น้ำหนักรวมลดลง $608 - 592 = 16$ แสดงว่า หยิบออก 16 กิโลกรัม

26. ข้อมูลชุดหนึ่งมีสิบจำนวน ประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ โดยที่ $x_i = \begin{cases} i & \text{เมื่อ } i \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ 2i + 2 & \text{เมื่อ } i \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

1. 5
2. 5.5
3. 7
4. 8
5. 9.5

ตอบ 4

จะหามัธยฐาน ต้องเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากก่อน (ข้อมูลชุดนี้ ยังไม่ได้เรียงลำดับ จึงยังใช้หามัธยฐานไม่ได้)

พจน์ที่ x_1, x_3, x_5, x_7, x_9 ใช้สูตร $x_i = i$ จะได้ 5 พจน์นี้คือ 1, 3, 5, 7, 9

พจน์คู่ $x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}$ ใช้สูตร $x_i = 2i + 2$ จะได้ 5 พจน์นี้คือ $2(2) + 2, 2(4) + 2, 2(6) + 2, \dots$
 $= 6, 10, 14, 18, 22$

เรียงข้อมูลทั้ง 10 จำนวน จะได้ $1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 14, 18, 22$

จากสูตรตำแหน่งมัธยฐาน $\frac{N+1}{2}$ จะได้มัธยฐานอยู่ตัวที่ $\frac{10+1}{2} = 5.5 \rightarrow$ ตรงกลางระหว่าง 7 และ 9

$$\rightarrow \text{จะได้ มัธยฐาน} = \frac{7+9}{2} = 10$$

27. ตารางแสดงความยาวรอบอกและสีเสื้อ ของนักแสดง 5 คน

นักแสดง	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5
ความยาวรอบอก (นิ้ว)	34	42	40	36	38
สีเสื้อ	สีแดง	สีชมพู	สีแดง	สีม่วง	สีแดง

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความยาวรอบอก คือ 38 นิ้ว

ข) มัธยฐานเป็นค่ากลางที่เหมาะสม เพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลสีเสื้อได้

ค) ฐานนิยมเป็นค่ากลางที่เหมาะสม เพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลความยาวรอบอกได้

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

- ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

ตอบ 1

ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $= \frac{\text{ผลรวมข้อมูล}}{\text{จำนวนตัว}} = \frac{34+42+40+36+38}{5} = \frac{190}{5} = 38 \checkmark$

ข) สีเสื้อ ไม่สามารถเรียงลำดับได้ จึงหามัธยฐานไม่ได้ $\times$

ค) ฐานนิยม เหมาะกับข้อมูลเชิงคุณภาพ แต่ความยาวรอบอก เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ จึงไม่เหมาะกับฐานนิยม $\times$

28. ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างชุดหนึ่งมี 5 จำนวน ถ้าข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยมเป็น 6 มัธยฐานเป็น 8 พิสัยเป็น 10 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 10 แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{22}$
- $3\sqrt{2}$
- 2
- 5

ตอบ 2

มีข้อมูล 4 ตัว และมัธยฐานเป็น 8 แสดงว่าตัวตรงกลาง (ตัวที่ 3) มีค่า 8 $\rightarrow _, _, 8, _, _$

ฐานนิยมเป็น 6 แสดงว่ามีอย่างน้อย 2 ตัวเป็น 6 $\rightarrow 6, 6, 8, _, _ \quad (\text{เพราะ } 6 < 8)$

พิสัย = 10 แต่ข้อมูลน้อยสุด = 6 ดังนั้นข้อมูลมากที่สุด = $10 + 6 = 16 \rightarrow 6, 6, 8, _, 16$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 10 ดังนั้น $\frac{6+6+8+x+16}{5} = 10$

$$x + 36 = 50$$

$$x = 14$$

$$\rightarrow 6, 6, 8, 14, 16$$

ใช้สูตร s ของกลุ่มตัวอย่าง $\sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$ จะได้ $s = \sqrt{\frac{(6-10)^2 + (6-10)^2 + (8-10)^2 + (14-10)^2 + (16-10)^2}{5-1}}$

$$= \sqrt{\frac{16 + 16 + 4 + 16 + 36}{4}} = \sqrt{4 + 4 + 1 + 4 + 9} = \sqrt{22}$$

29. ตารางแสดงผลการสำรวจวันที่ออกกำลังกายในแต่ละสัปดาห์ของนักศึกษากลุ่มหนึ่ง จำแนกตามระดับการศึกษา

จำนวนวันที่ออกกำลังกาย ต่อสัปดาห์	จำนวนนักศึกษา (คน)	
	ปริญญาตรี	สูงกว่าปริญญาตรี
น้อยกว่า 3 วัน	45	25
3 วัน ถึง 5 วัน	20	20
มากกว่า 5 วัน	25	15

หากสุ่มนักศึกษาจากกลุ่มนี้มาหนึ่งคน ความน่าจะเป็นที่จะได้นักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ออกกำลังกาย ไม่ เกิน 5 วันต่อสัปดาห์ เท่ากับใด

1. $\frac{13}{30}$ 2. $\frac{2}{15}$ 3. $\frac{11}{15}$ 4. $\frac{3}{10}$ 5. $\frac{3}{5}$

ตอบ 1

จำนวนนักศึกษาทั้งหมด = $45 + 20 + 25 + 25 + 20 + 15 = 150$ คน

ไม่เกิน 5 วัน จะได้จากช่อง “น้อยกว่า 3 วัน” รวมกับช่อง “3 วันถึง 5 วัน”

จะได้จำนวนนักศึกษา ป. ตรี ที่ออกกำลังไม่เกิน 5 วัน = $45 + 20 = 65$

จะได้ความน่าจะเป็น = $\frac{65}{150} = \frac{13}{30}$

30. จุกและปอเป็นพนักงานบัญชีประจำสำนักงานใหญ่ของบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีสาขาอยู่ทั้งหมด 4 สาขา จุกและปอต้องเลือกสาขา คนละหนึ่งสาขา เพื่อไปตรวจสอบบัญชี โดยทั้งสองคนไม่ตรวจสอบบัญชีของสาขาเดียวกัน จำนวนวิธีที่จุกและปอเลือกสาขาที่แตกต่างกันมีได้ทั้งหมดกี่วิธี

1. 7 วิธี 2. 8 วิธี 3. 12 วิธี 4. 16 วิธี 5. 24 วิธี

ตอบ 3

จะแบ่งงานเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 : เลือกสาขาให้จุก จากสาขาที่มีทั้งหมด จะเลือกได้ 4 แบบ

ขั้นตอนที่ 2 : เลือกสาขาให้ปอ โดยต้องไม่ใช่สาขาที่เลือกให้จุก จะมีสาขาเหลือให้เลือกได้ 3 แบบ

จะได้จำนวนแบบทั้งหมด = $4 \times 3 = 12$ แบบ

31. ร้านค้าจัดรายการสมนาคุณให้แก่ลูกค้า โดยให้ลูกค้าสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ จากกล่องซึ่งมีสลากทั้งหมด 40 ใบ ดังนี้

สลากสีขาว 20 ใบ เป็น สลากหมายเลข 1, 2, 3, ..., 19, 20

และ สลากสีแดง 20 ใบ เป็น สลากหมายเลข 21, 22, 23, ..., 39, 40

ลูกค้าที่หยิบได้สลากสีขาวที่มีหมายเลขมากกว่า 15 หรือ หยิบได้สลากสีแดงที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ จะได้รับของสมนาคุณจากทางร้านค้า ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนแรกสุ่มหยิบสลากแล้วได้รับของสมนาคุณเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{3}{8}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{5}{8}$ 5. $\frac{7}{8}$

ตอบ 2

จำนวนแบบทั้งหมด = จำนวนสลากทั้งหมด = 40 แบบ

จำนวนแบบที่สนใจ = จำนวนสลากสีขาวที่มากกว่า 15 + จำนวนสลากสีแดงที่เป็นเลขคู่

สีขาวที่มากกว่า 15 จะมี 16, 17, 18, 19, 20 รวม 5 แบบ

สีแดงที่เป็นคู่ จะมีครึ่งหนึ่งของสลากสีแดงทั้งหมด (เพราะสลากสลับ คี่, คู่, คี่, คู่, ..., คู่) $\rightarrow \frac{20}{2} = 10$ แบบ

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{5+10}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

32. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 3 สี คือ สีแดง สีน้ำเงิน และสีขาว โดยมีลูกบอลสีแดงและสีน้ำเงินรวมกัน 24 ลูก และความน่าจะเป็นในการสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ลูกบอลสีต่างๆ เป็นดังนี้

1) ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาวเท่ากับ $\frac{1}{3}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงเท่ากับ $\frac{1}{4}$

กล่องใบนี้มีลูกบอลสีน้ำเงินกี่ลูก

1. 5 ลูก 2. 9 ลูก 3. 10 ลูก 4. 12 ลูก 5. 15 ลูก

ตอบ 5

สมมติให้มีลูกบอลสีแดง r ลูก สีน้ำเงิน b ลูก และสีขาว w ลูก

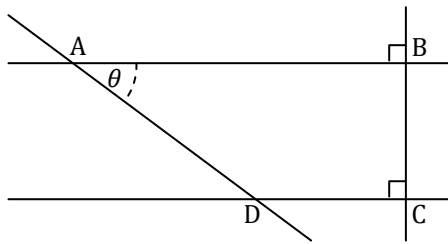
จาก 1) จะได้ $\frac{\text{จำนวนลูกบอลสีขาว}}{\text{จำนวนลูกบอลทั้งหมด}} = \frac{1}{3}$ โจทย์ให้ แดง และน้ำเงิน รวมกัน 24 ลูก $\frac{w}{r+b+w} = \frac{1}{3}$ $\begin{aligned} 3w &= 24 + w \\ 2w &= 24 \\ w &= 12 \end{aligned}$		จาก 2) จะได้ $\frac{\text{จำนวนลูกบอลสีแดง}}{\text{จำนวนลูกบอลทั้งหมด}} = \frac{1}{4}$ $\frac{r}{r+b+w} = \frac{1}{4}$ $\begin{aligned} \frac{r}{24+12} &= \frac{1}{4} \\ 4r &= 36 \\ r &= 9 \end{aligned}$ ดังนั้น จะเหลือสีน้ำเงิน = $24 - 9 = 15$ ลูก
---	---	--

33. $\left(\frac{6}{\sqrt{48}} - \sqrt{3}\right)^2 + (3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54})^3$ เท่ากับเท่าใด

ตอบ 0.75

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{6}{\sqrt{2^4 \cdot 3}} - \sqrt{3}\right)^2 + (3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^3})^3 \\ &= \left(\frac{6}{2^2\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right)^2 + (3 \cdot 2\sqrt[3]{2} - 2 \cdot 3\sqrt[3]{2})^3 \\ &= \left(\frac{3}{2\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right)^2 + (6\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2})^3 \\ &= \left(\frac{3-6}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 0 \\ &= \left(\frac{-3}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{9}{4(3)} = \frac{3}{4} = 0.75 \end{aligned}$$

34. จุด A จุด B จุด C และจุด D เป็นจุดตัดของถนนที่เป็นส่วนของเส้นตรงสี่สาย โดยที่ $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{DC}$ ดังรูป

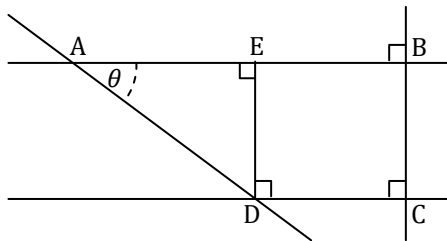


ถ้า $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$

และ ระยะทางจากจุด B ถึงจุด C เท่ากับ 4.5 กิโลเมตร

แล้ว ระยะทางจากจุด A ถึงจุด D เท่ากับกี่กิโลเมตร

ตอบ 7.5



ลาก $\overline{ED}$ ดังรูป จะได้ $ED = BC = 4.5$

ใช้อัตราส่วนตรีโกณกับ $\triangle ADE$ จะได้ $\sin \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{ED}{AD}$

$$\frac{3}{5} = \frac{4.5}{AD}$$

$$AD = \frac{4.5 \times 5}{3} = 7.5$$

35. จากการสำรวจนักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 800 คน พบว่า

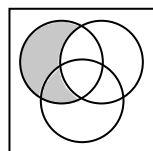
- 1) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม A แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม B มีจำนวน 230 คน
- 2) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม B แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม C มีจำนวน 270 คน
- 3) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรม C แต่ไม่เข้าร่วมกิจกรรม A มีจำนวน 200 คน
- 4) นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมอื่นๆ ที่ไม่ใช่กิจกรรม A ไม่ใช่กิจกรรม B และไม่ใช่กิจกรรม C มีจำนวน 20 คน

ในการสำรวจนี้ นักเรียนที่เข้าร่วมทั้งกิจกรรม A กิจกรรม B และกิจกรรม C มีจำนวนกี่คน

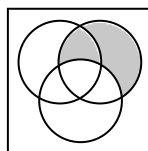
ตอบ 80

จากทั้ง 4 ข้อ จะได้

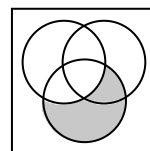
A แต่ไม่ B = 230



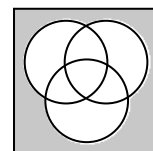
B แต่ไม่ C = 270



C แต่ไม่ A = 200

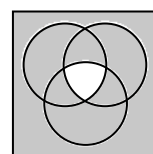


ไม่ A B C = 20



จะเห็นว่า รูปทั้ง 4 ไม่ซ้อนทับกันเลย ซึ่งถ้านำทุกรูปมารวมกัน

จะได้เกือบครบทุกส่วน (ยกเว้นตรงกลาง) ดังรูป



$$230 + 270 + 200 + 20 = 720$$

เนื่องจากมีนักเรียนทั้งหมด 800 คน $\rightarrow$ จะเหลือตรงกลาง (เข้าทั้ง A B C) $= 800 - 720 = 80$ คน

36. ถ้า $A = \{5, 6, 7, \dots, 12, 13, 14\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = \frac{x-1}{2}\}$

แล้ว r มีสมาชิกทั้งหมดกี่ตัว

ตอบ 2

เนื่องจาก $(x, y) \in A \times A$ ดังนั้น ต้องแทน x จาก A ลงในสูตร $y = \frac{x-1}{2}$ แล้วเลือกเฉพาะตัวที่ได้ค่า y อยู่ใน A

$\rightarrow x$ ต้องเป็นเลขคี่ ไม่งั้น $\frac{x-1}{2}$ จะหารไม่ลงตัว

$\rightarrow$ ถ้า x น้อยเกินไป จะได้ $y < 5$ ซึ่งไม่อยู่ใน $A \rightarrow$ จะเห็นว่า x ต้องเป็น 11 ขึ้นไป ถึงทำให้ y เริ่มอยู่ใน A

จะเห็นว่า มี $x = 11 \rightarrow y = \frac{11-1}{2} = 5$ และ $x = 13 \rightarrow y = \frac{13-1}{2} = 6$ เท่านั้น
 ดังนั้น r จะมีสมาชิกคือ $(11, 5)$ และ $(13, 6)$ รวม 2 ตัว

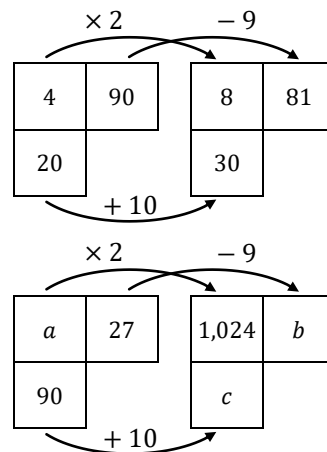
37. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม พิจารณาแบบรูปต่อไปนี้

<table><tr><td>4</td><td>90</td></tr><tr><td>20</td><td></td></tr></table>	4	90	20		<table><tr><td>8</td><td>81</td></tr><tr><td>30</td><td></td></tr></table>	8	81	30		<table><tr><td>16</td><td>72</td></tr><tr><td>40</td><td></td></tr></table>	16	72	40		...	<table><tr><td>a</td><td>27</td></tr><tr><td>90</td><td></td></tr></table>	a	27	90		<table><tr><td>1,024</td><td>b</td></tr><tr><td>c</td><td></td></tr></table>	1,024	b	c	
4	90																								
20																									
8	81																								
30																									
16	72																								
40																									
a	27																								
90																									
1,024	b																								
c																									
รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3	...	รูปที่ 8	รูปที่ 9																				

$a + b + c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ตอบ 630

สังเกตความสัมพันธ์ของรูป 2 รูปที่อยู่ติดกัน จะเป็นดังนี้



ดังนั้น รูปที่ 8 และ 9 จึงน่าจะมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน

$$\begin{aligned} \text{ซึ่งจะได้ } a \times 2 &= 1024 \rightarrow a = 512 \\ b &= 27 - 9 = 18 \\ c &= 90 + 10 = 100 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } a + b + c = 512 + 18 + 100 = 630$$

38. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของด้านสามด้าน ดังนี้

$x - 2$ หน่วย , x หน่วย และ 10 หน่วย

ค่าของ x เท่ากับเท่าใด จึงจะทำให้รูปสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่มากที่สุด

ตอบ 26

เนื่องจากด้านตรงข้ามมุมฉาก จะยาวที่สุดเสมอ ดังนั้น $x - 2$ ไม่ใช่ด้านตรงข้ามมุมฉาก (เพราะสั้นกว่า x)

ใช้พีทาโกรัส $\rightarrow$ ถ้า x เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned} x^2 &= 10^2 + (x - 2)^2 \\ x^2 &= 100 + x^2 - 4x + 4 \\ 4x &= 104 \\ x &= 26 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ ถ้า 10 เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\begin{aligned} 10^2 &= x^2 + (x - 2)^2 \\ 100 &= x^2 + x^2 - 4x + 4 \\ 0 &= 2x^2 - 4x - 96 \\ 0 &= x^2 - 2x - 48 \\ 0 &= (x - 8)(x + 6) \\ x &= 8, -6 \end{aligned}$$

ความยาวด้าน > 0

$\rightarrow$ จะได้ความยาวด้าน คือ 26, 24, 10

$\rightarrow$ จะได้ความยาวด้านคือ 8, 6, 10

จะเห็นว่า 26, 24, 10 ใหญ่กว่า ดังนั้น $x = 26$ จะทำให้สามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่มากที่สุด

39. ตารางแสดงจำนวนปีที่ทำงานของพนักงานจำนวน 45 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง

จำนวนปีที่ทำงาน (ปี)	จำนวนพนักงาน (คน)
2	8
3	a
4	b
5	12

ถ้า $a > b$ และ มัธยฐานและฐานนิยมของจำนวนปีที่ทำงานมีค่าเท่ากัน
แล้ว b ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

ตอบ 10

$$\begin{aligned} \text{มีพนักงาน 45 คน ดังนั้น } 8 + a + b + 12 &= 45 \\ b &= 25 - a \quad \dots(*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และจาก } a &> b \\ a &> 25 - a && \text{จาก } (*) \\ 2a &> 25 \\ a &> 12.5 && \rightarrow \text{ดังนั้น ชั้นของ } a \text{ จะมีความถี่มากที่สุด จึงสรุปได้ว่า ฐานนิยม} = 3 \end{aligned}$$

โจทย์ให้ มัธยฐาน = ฐานนิยม ดังนั้น มัธยฐาน = 3 ด้วย

$$\text{จากสูตร จะได้ตำแหน่งมัธยฐาน} = \frac{N+1}{2} = \frac{45+1}{2} = 23 \quad \text{ดังนั้น ตัวที่ 23 จะต้องมามีค่า 3 (อยู่ในชั้นที่ 2)}$$

$$\begin{aligned} \text{แสดงว่า ความถี่สะสมของชั้นที่ 2 ต้องมีค่า 23 ขึ้นไป นั่นคือ } 8 + a &\geq 23 \\ a &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\text{จาก } (*) \text{ จะเห็นว่า } b \text{ มากสุด เมื่อ } a \text{ น้อยที่สุด } (= 15) \rightarrow \text{จะได้ } b \text{ มากสุด} = 25 - 15 = 10$$

40. กล่องใบหนึ่งมีถ่านไฟฉายอยู่ทั้งหมด 500 ก้อน เป็นถ่านไฟฉายดี จำนวน 420 ก้อน เป็นถ่านไฟฉายเสีย
จำนวน 80 ก้อน ถ่านวินคัดถ่านไฟฉายเสียออกไปจากกล่องจำนวนหนึ่ง แล้วพบว่า เมื่อสุ่มหยิบ
ถ่านไฟฉาย 1 ก้อน จากถ่านไฟฉายที่เหลือในกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะได้ถ่านไฟฉายดี เท่ากับ $\frac{7}{8}$
หาว่าวินคัดถ่านไฟฉายเสียออกไปกี่ก้อน

ตอบ 20

สมมติให้คัดถ่านเสียออกไป x ก้อน $\rightarrow$ จะเหลือถ่าน $500 - x$ ก้อน

$$\begin{aligned} \text{มีถ่านดี 420 ก้อน } \rightarrow \text{ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ถ่านดี} &= \frac{420}{500 - x} = \frac{7}{8} \\ \frac{60}{500 - x} &= \frac{1}{8} \\ 480 &= 500 - x \\ x &= 20 \end{aligned}$$

เครดิต

ขอบคุณ คุณ สรณยา เสนามนตรี สำหรับข้อสอบ และเฉลยคำตอบ

ขอบคุณ คุณ Chonlakorn Chiewpanich

และ คุณ Jack Teerasak

และ คุณ ธนพล ส้าราญรัตน์ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร