

วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ 2 (มี.ค. 61)

วันอาทิตย์ที่ 18 มีนาคม 2561 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. $\left| \frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right| + \frac{49}{99} - \frac{1}{100}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4751}{9900}$

2. $\frac{1}{2}$

3. $\frac{50}{99}$

4. $\frac{51}{100}$

5. $\frac{7}{11}$

2. $\sqrt[3]{216} - \sqrt[3]{0.216}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5.04

2. 5.16

3. 5.40

4. 5.46

5. 5.96

3. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $2^x \cdot 3^x = (6^{2x-3})^2$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-4, -2)$

2. $[-2, 0)$

3. $[0, 2)$

4. $[2, 4)$

5. $[4, 6)$

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

ถ้า $\sin A = \frac{1}{3}$ แล้ว $\sin B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. $\frac{2}{3}$

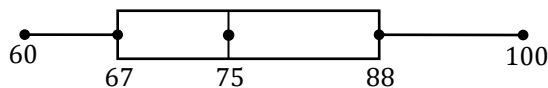
5. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\frac{9}{x+2} < 2 < \frac{19}{x+2}$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 5
 2. 6
 3. 7
 4. 8
 5. 9

6. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = 8$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ แล้ว a_{15} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{\sqrt{2}}{32}$
 2. $-\frac{\sqrt{2}}{16}$
 3. $\frac{1}{16}$
 4. $\frac{1}{8}$
 5. $\frac{1}{4}$

7. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{99} - a_{100} = 40$ แล้วผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{9}{10}$
 2. $-\frac{4}{5}$
 3. $-\frac{2}{5}$
 4. $\frac{2}{5}$
 5. $\frac{4}{5}$

8. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงผลสรุปของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้อง



1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบคือ 75 คะแนน
2. มัธยฐานของคะแนนสอบคือ 75 คะแนน
3. มีนักเรียนทำคะแนนสอบได้ 100 คะแนน
4. ควอร์ไทล์ที่สามของคะแนนสอบคือ 88 คะแนน
5. คะแนนสอบที่อยู่ระหว่าง 67 และ 88 คะแนน มีประมาณ 50% ของจำนวนคะแนนสอบทั้งหมด

9. จากแผนภาพต้นไม้ที่กำหนดให้

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

4	2	4	5	6		
5	1	1	2	3	5	8
6	0	1	1	3		
7	0	1	2			
8	1	2	3			

1. 55 2. 56.5 3. 58 4. 59 5. 60.5

10. ในกล่องมีเสื้อกีฬาจำนวน 100 ตัว ซึ่งมีขนาด S, M และ L เป็นจำนวน 35, 45 และ 20 ตัว ตามลำดับ

ถ้าสุ่มหยิบเสื้อมา 1 ตัว แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อขนาด M หรือ L เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{7}{20}$ 3. $\frac{9}{20}$ 4. $\frac{11}{20}$ 5. $\frac{13}{20}$

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $|x^2 + 1| - |2x - 1 - x^2| = -5$ คือจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{7}{2}$ 2. $-\frac{5}{2}$ 3. $-\frac{7}{4}$ 4. $\frac{5}{2}$ 5. $\frac{7}{2}$

12. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\frac{x-7}{x+3} + \frac{x+3}{x-7} < 0$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9 2. 10 3. 11 4. 12 5. 13

17. จากแบบรูปที่กำหนดให้

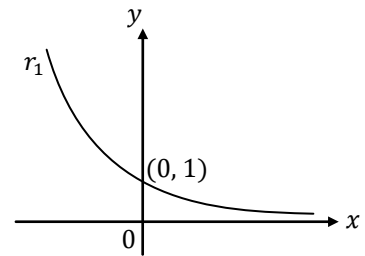
				1				
				2	3	4		
			5	6	7	8	9	
		10	11	12	13	14	15	16
	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33

9,999 เป็นจำนวนที่อยู่ในแถวที่เท่าใดต่อไปนี้

1. 50 2. 51 3. 52 4. 99 5. 100

18. กำหนดให้ $r = \{ (x, y) \mid y = 2^x \}$ และความสัมพันธ์ r_1 มีกราฟดังรูป
ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นไปได้ที่จะเป็นความสัมพันธ์ r_1

1. $\{ (x, -y) \mid (x, y) \in r \}$ 2. $\{ (-x, y) \mid (x, y) \in r \}$
3. $\{ (-x, -y) \mid (x, y) \in r \}$ 4. $\{ (\frac{x}{2}, y) \mid (x, y) \in r \}$
5. $\{ (\frac{x}{2}, -y) \mid (x, y) \in r \}$



19. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง เซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือ $[0, 3]$

เซตคำตอบของอสมการ $0 \leq g(x)$ คือ $[0, 4]$

แล้วกราฟในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นไปได้ที่จะเป็นกราฟของ $y = f(x)$ และ $y = g(x)$

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

20. ถ้ากราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = f(x)$ ตัดแกน X ที่ $(-4, 0)$ และ $(2, 0)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 16)$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -18
2. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -17
3. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 16
4. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 18
5. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 20

21. เพื่อนกลุ่มหนึ่งให้บริษัททัวร์จัดเที่ยวหนึ่งวันแบบไปเช้า – เย็นกลับ บริษัททัวร์คิดค่าใช้จ่ายรวมทั้งสิ้น 4,950 บาท เมื่อถึงวันเดินทาง มีเพื่อนในกลุ่ม 2 คน ไปไม่ได้ คนที่ไปเที่ยวจึงต้องจ่ายเงินแทนเพื่อนที่ไปไม่ได้ โดยแต่ละคนจ่ายเพิ่มคนละ 100 บาทพอดี จำนวนเพื่อนในกลุ่มเมื่อเริ่มต้นจัดทัวร์ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11 คน
2. 12 คน
3. 13 คน
4. 14 คน
5. 15 คน

22. กำหนดให้ $1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, 16$ เป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{3}$ ค่าของ $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 250
2. 274
3. 350
4. 364
5. 374

23. จากแบบรูปของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

เซตที่ 1 คือ $\{1\}$
 เซตที่ 2 คือ $\{2, 3\}$
 เซตที่ 3 คือ $\{4, 5, 6\}$
 เซตที่ 4 คือ $\{7, 8, 9, 10\}$
 $\vdots$ $\vdots$

จำนวนเต็มทีุ่ดเล็กที่สุดของเซตที่ 50 คือจำนวนใดต่อไปนี้

1. 1,225
2. 1,226
3. 1,250
4. 1,274
5. 1,275

24. ในปีที่ 1 สมาคมแห่งหนึ่งมีสมาชิก 5 คน

ในปีที่ 2 สมาชิกแต่ละคนจากปีที่ 1 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในปีที่ 3 สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่ 2 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในปีที่ 4 สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่ 3 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในทุกๆ ปี สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่แล้ว ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ถ้าการเพิ่มสมาชิกของสมาคมทำโดยวิธีนี้เท่านั้น ในปีที่ 8 สมาคมจะมีสมาชิกรวมทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|--------------|--------------|-------------|
| 1. 3,280 คน | 2. 5,465 คน | 3. 6,561 คน |
| 4. 16,400 คน | 5. 49,205 คน | |

25. ข้อมูลชุดใดต่อไปนี้ มีฐานนิยม มัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากัน

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. 3, 3, 3, 5, 7, 7 | 2. 2, 2, 3, 3, 3, 4 | 3. 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6 |
| 4. 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9 | 5. 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4 | |

26. จากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่า คะแนนสูงสุดของนักเรียนในห้องคือ 18 คะแนน
คะแนนต่ำสุดของนักเรียนในห้องคือ 10 คะแนน
คะแนนสูงสุดของนักเรียนหญิงคือ 17 คะแนน
คะแนนต่ำสุดของนักเรียนชายคือ 11 คะแนน

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

1. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนในห้องคือ 8 คะแนน
2. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนชายคือ 7 คะแนน
3. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนหญิงคือ 8 คะแนน
4. นักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดในห้อง เป็นนักเรียนชาย
5. นักเรียนที่ได้คะแนนต่ำสุดในห้อง เป็นนักเรียนหญิง

27. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้ดังนี้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{18}, x_{19}$

ถ้า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 30 คะแนน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$ เท่ากับ 24.5 คะแนน

และ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_{10}, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{18}, x_{19}$ เท่ากับ 35 คะแนน

แล้ว มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1. 24.5 คะแนน | 2. 25 คะแนน | 3. 25.5 คะแนน |
| 4. 26 คะแนน | 5. 26.5 คะแนน | |

28. ถ้าทอดลูกเต๋า 3 ลูกพร้อมกันแล้ว ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าคะขึ้นแต้มไม่ซ้ำกันเลยเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1. $\frac{1}{9}$ | 2. $\frac{1}{6}$ | 3. $\frac{5}{9}$ | 4. $\frac{2}{3}$ | 5. $\frac{5}{6}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|

29. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 5 หลัก จากเลขโดด 0 และ 1 โดยจำนวนที่สร้างขึ้นมีค่ามากกว่า 10,000

จะมีวิธีการสร้างได้ทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15 วิธี 2. 16 วิธี 3. 20 วิธี 4. 31 วิธี 5. 32 วิธี

30. กำหนดให้ $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$S = \{(a, b) \mid a, b \in A\}$$

ถ้า (a, b) เป็นสมาชิกหนึ่งตัวของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้ว ความน่าจะเป็นที่เส้นตรง $y = ax + b$ ตัดกับเส้นตรง $y = 8x + 1$ ที่จุด $(0, 1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{100}$ 2. $\frac{1}{50}$ 3. $\frac{1}{40}$ 4. $\frac{1}{20}$ 5. $\frac{1}{10}$

เฉลย

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 2 | 7. 2 | 13. 3 | 19. 3 | 25. 4 |
| 2. 3 | 8. 1 | 14. 5 | 20. 4 | 26. 3 |
| 3. 4 | 9. 4 | 15. 5 | 21. 1 | 27. 2 |
| 4. 5 | 10. 5 | 16. 1 | 22. 5 | 28. 3 |
| 5. 1 | 11. 2 | 17. 5 | 23. 2 | 29. 1 |
| 6. 3 | 12. 1 | 18. 2 | 24. 4 | 30. 5 |

แนวคิด

1. $\left| \frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right| + \frac{49}{99} - \frac{1}{100}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. $\frac{4751}{9900}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{50}{99}$ 4. $\frac{51}{100}$ 5. $\frac{7}{11}$

ตอบ 2

ข้อนี้จะคิดเลขตรงๆ ก็ได้ แต่เลขจะเยอะ

ถ้าสังเกตดีๆ จะเห็นว่าข้างในค่าสัมบูรณ์ กับข้างนอกค่าสัมบูรณ์ มีคู่ที่ส่วนเหมือนกัน บวกลบกันได้ง่ายๆ อยู่

ดังนั้น จะพยายามถอดค่าสัมบูรณ์ โดยไม่คิดเลข ด้วยสมบัติ $|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$

ซึ่งจะใช้สมบัตินี้ได้ เราต้องรู้ว่าข้างในค่าสัมบูรณ์ เป็นบวกหรือเป็นลบก่อน

เนื่องจาก $\frac{49}{100} < \frac{50}{99}$ (เศษส่วนที่มี “เศษ” น้อย และ “ส่วน” มาก จะมีค่าน้อย)

ดังนั้น $\frac{49}{100} - \frac{50}{99}$ จะเป็นค่าติดลบ $\rightarrow \left| \frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right|$ ต้องใช้สูตรล่าง ได้เป็น $-\left(\frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right)$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } \left| \frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right| + \frac{49}{99} - \frac{1}{100} &= -\left(\frac{49}{100} - \frac{50}{99} \right) + \frac{49}{99} - \frac{1}{100} \\
 &= -\frac{49}{100} + \frac{50}{99} + \frac{49}{99} - \frac{1}{100} \\
 &= \frac{-49-1}{100} + \frac{50+49}{99} \\
 &= -\frac{50}{100} + \frac{99}{99} \\
 &= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

2. $\sqrt[3]{216} - \sqrt[3]{0.216}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 5.04 2. 5.16 3. 5.40 4. 5.46 5. 5.96

ตอบ 3

หารากที่ 3 ต้องแยกตัวประกอบ แล้วจับตัวซ้ำ 3 ตัว ยุบเหลือ 1 ตัว

$$\begin{aligned}
 \text{ได้ 2 หนึ่งตัว } \begin{cases} 2 \overline{) 216} \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \end{cases} &\rightarrow \text{จะได้ } \sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6 \\
 &\text{และทศนิยม จะถูกยุบลง 3 เท่าด้วย} \\
 \text{ได้ 3 หนึ่งตัว } \begin{cases} 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \end{cases} &\rightarrow 0.216 \text{ มี 3 ตำแหน่ง } \rightarrow \text{จะถูกยุบเหลือ } \frac{3}{3} = 1 \text{ ตำแหน่ง} \\
 &\rightarrow \text{จะได้ } \sqrt[3]{0.216} = 0.6
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt[3]{216} - \sqrt[3]{0.216} = 6 - 0.6 = 5.4 = 5.40$$

3. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $2^x \cdot 3^x = (6^{2x-3})^2$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-4, -2)$ 2. $[-2, 0)$ 3. $[0, 2)$ 4. $[2, 4)$ 5. $[4, 6)$

ตอบ 4

$$(ab)^n = a^n b^n \quad \left(\begin{array}{l} 2^x \cdot 3^x = (6^{2x-3})^2 \\ (2 \cdot 3)^x = (6^{2x-3})^2 \\ 6^x = 6^{(2x-3)(2)} \end{array} \right) \rightarrow (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\begin{array}{l} x = (2x-3)(2) \\ x = 4x-6 \\ 6 = 3x \\ 2 = x \end{array} \rightarrow \text{อยู่ในช่วง } [2, 4)$$

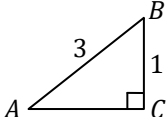
4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

ถ้า $\sin A = \frac{1}{3}$ แล้ว $\sin B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

ตอบ 5

$\sin A = \frac{1}{3} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$ → จะวาดได้ดังรูป



พีทาโกรัส จะได้ $AC = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

ถ้าใช้ B เป็นมุมอ้างอิง จะได้ ข้าม คือ AC

จะได้ $\sin B = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\frac{9}{x+2} < 2 < \frac{19}{x+2}$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 7 4. 8 5. 9

ตอบ 1

จะเห็นว่า $x+2$ ต้องเป็นบวก ไม่งั้น $\frac{19}{x+2}$ จะติดลบ และไม่มีทางมากกว่า 2 ได้

ดังนั้น เราสามารถคูณ $x+2$ ตลอดได้ โดยไม่ต้องกลับเครื่องหมายของอสมการ

$$\begin{array}{l} \frac{9}{x+2} < 2 < \frac{19}{x+2} \\ 9 < 2(x+2) < 19 \\ 4.5 < x+2 < 9.5 \\ 2.5 < x < 7.5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{คูณ } x+2 \text{ ตลอด} \\ \text{ไม่ต้องกลับมากกว่าน้อยกว่า} \end{array}$$

จะเห็นว่าคำตอบ สอดคล้องกับเงื่อนไข $x+2$ ต้องเป็นบวก → คำตอบคือช่วง 2.5 ถึง 7.5

เอาเฉพาะจำนวนเต็ม จะได้ 3, 4, 5, 6, 7 ซึ่งมีทั้งหมด 5 จำนวน

6. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = 8$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

แล้ว a_{15} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{\sqrt{2}}{32}$ 2. $-\frac{\sqrt{2}}{16}$ 3. $\frac{1}{16}$ 4. $\frac{1}{8}$ 5. $\frac{1}{4}$

ตอบ 3

จากสูตรลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$ แทน $n = 15$, $a_1 = 8$ และ $r = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

จะได้ $a_{15} = 8 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{15-1} = 8 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{14} = 8 \left(\frac{1}{2^7}\right) = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

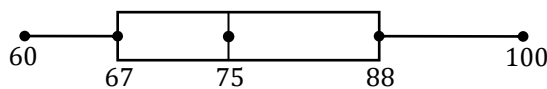
7. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{99} - a_{100} = 40$
แล้วผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{9}{10}$ 2. $-\frac{4}{5}$ 3. $-\frac{2}{5}$ 4. $\frac{2}{5}$ 5. $\frac{4}{5}$

ตอบ 2

$$\begin{array}{rcl}
 a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{99} - a_{100} & = & 40 \\
 -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots - a_{99} + a_{100} & = & -40 \\
 (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \dots + (a_{100} - a_{99}) & = & -40 \\
 d + d + \dots + d & = & -40 \\
 50d & = & -40 \\
 d & = & -\frac{4}{5}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{คูณ } -1 \text{ ตลอด} \\
 \text{พจน์คู่ที่ติดกันในลำดับเลขคณิต ห่างกัน } = d \\
 100 \text{ พจน์} = 50 \text{ คู่}
 \end{array}$$

8. แผนภาพกล่องต่อไปนี้ แสดงผลสรุปของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้อง



- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบคือ 75 คะแนน
- มัธยฐานของคะแนนสอบคือ 75 คะแนน
- มีนักเรียนทำคะแนนสอบได้ 100 คะแนน
- ควอร์ไทล์ที่สามของคะแนนสอบคือ 88 คะแนน
- คะแนนสอบที่อยู่ระหว่าง 67 และ 88 คะแนน มีประมาณ 50% ของจำนวนคะแนนสอบทั้งหมด

ตอบ 1

จากแผนภาพกล่อง จะได้ $\min = 60$, $Q_1 = 67$, $Q_2 = 75$, $Q_3 = 88$ และ $\max = 100$

ดังนั้น มัธยฐาน $= Q_2 = 75 \rightarrow 2$. ถูก

จาก $\max = 100$ ดังนั้น มีนักเรียนได้ 100 คะแนน $\rightarrow 3$. ถูก

จาก $Q_3 = 88 \rightarrow 4$. ถูก

ระหว่าง 67 และ 88 จะมี 2 ควอร์ไทล์ $= 2(25\%) = 50\% \rightarrow 5$. ถูก (1 ควอร์ไทล์ $= 25\%$)

เหลือข้อ 1. $\rightarrow$ แผนภาพกล่อง จะบอกเกี่ยวกับ “ตำแหน่ง” ของข้อมูล $\rightarrow$ จะไม่สามารถโยนไปหา $\bar{x}$ ได้โดยตรง

และจากแผนภาพ สองกล่องทางฝั่งขวาใหญ่กว่าสองกล่องทางฝั่งซ้าย $\rightarrow$ ฝั่งขวานานแน่นน้อยกว่า $\rightarrow$ ข้อมูลเบ้ขวา

จึงมีแนวโน้มที่ $\bar{x}$ จะไม่เท่ากับ มัธยฐาน (75) $\rightarrow 1$. ผิด

9. จากแผนภาพต้นไม้ที่กำหนดให้

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

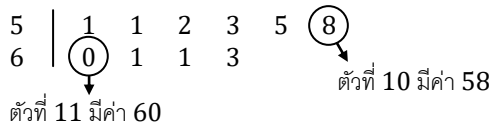
4	2	4	5	6		
5	1	1	2	3	5	8
6	0	1	1	3		
7	0	1	2			
8	1	2	3			

1. 55 2. 56.5 3. 58 4. 59 5. 60.5

ตอบ 4

นับจำนวนข้อมูลจากตัวเลขฝั่งขวาของเส้นคั่น จะได้ $N = 20$ จำนวน

จะได้มัธยฐานอยู่ตัวที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5 \rightarrow$ ระหว่างตัวที่ 10 กับตัวที่ 11



$$\text{จะได้มัธยฐาน} = \frac{58+60}{2} = 59$$

10. ในกล่องมีเสื้อกีฬาจำนวน 100 ตัว ซึ่งมีขนาด S, M และ L เป็นจำนวน 35, 45 และ 20 ตัว ตามลำดับ ถ้าสุ่มหยิบเสื้อมา 1 ตัว แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อขนาด M หรือ L เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{7}{20}$ 3. $\frac{9}{20}$ 4. $\frac{11}{20}$ 5. $\frac{13}{20}$

ตอบ 5

มีเสื้อ 100 ตัว $\rightarrow$ จำนวนแบบทั้งหมด = 100 แบบ

จำนวนเสื้อขนาด M หรือ L = 45 + 20 = 65 ตัว $\rightarrow$ จำนวนแบบที่สนใจ = 65 แบบ

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

11. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $|x^2 + 1| - |2x - 1 - x^2| = -5$ คือจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{7}{2}$ 2. $-\frac{5}{2}$ 3. $-\frac{7}{4}$ 4. $\frac{5}{2}$ 5. $\frac{7}{2}$

ตอบ 2

ถ้ารู้เครื่องหมายของตัวที่อยู่ในค่าสัมบูรณ์ จะถอดค่าสัมบูรณ์ได้ด้วยสมบัติ $|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$

(หมายเหตุ : เมื่อ $a = 0$ จะใช้ a หรือ $-a$ ก็ได้ เพราะเป็น 0 เหมือนกัน)

เนื่องจาก $x^2 \geq 0$ เสมอ ดังนั้น $x^2 + 1$ เป็นบวกเสมอ ดังนั้น $|x^2 + 1| = x^2 + 1$

และ $2x - 1 - x^2 = -(x^2 - 2x + 1) = -\underbrace{(x - 1)^2}$ จะเป็นลบหรือศูนย์เสมอ
ผลกำลังสอง ≥ 0 เสมอ

ดังนั้น $|2x - 1 - x^2| = -(2x - 1 - x^2) = x^2 - 2x + 1$

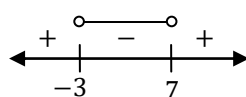
$$\begin{aligned} \text{แทนในสมการโจทย์จะได้} \quad & |x^2 + 1| - |2x - 1 - x^2| = -5 \\ & (x^2 + 1) - (x^2 - 2x + 1) = -5 \\ & x^2 + 1 - x^2 + 2x - 1 = -5 \\ & 2x = -5 \\ & x = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

12. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{x-7}{x+3} + \frac{x+3}{x-7} < 0$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9 2. 10 3. 11 4. 12 5. 13

ตอบ 1

$$\begin{aligned} \frac{x-7}{x+3} + \frac{x+3}{x-7} &< 0 \\ \frac{(x-7)^2 + (x+3)^2}{(x+3)(x-7)} &< 0 \\ \frac{1}{(x+3)(x-7)} &< 0 \end{aligned}$$



ตัวหาร ห้ามเป็น 0 $\rightarrow x + 3$ และ $x - 7 \neq 0$

และเนื่องจากผลกำลังสอง ห้ามเป็นลบ

ดังนั้น $(x - 7)^2 + (x + 3)^2 > 0$

$\rightarrow$ หาคำตอบด้วย $(x - 7)^2 + (x + 3)^2$ ได้

จำนวนเต็มระหว่าง -3 และ 7 จะมี -2, -1, 0, ..., 6 ซึ่งมีทั้งหมด $6 - (-2) + 1 = 9$ จำนวน

13. จำนวนจริงบวก x ที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{3x} = \sqrt[3]{\frac{27}{5\sqrt{5}}}$ คือจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ 3. $\frac{3}{5}$ 4. $\frac{5}{3}$ 5. $\frac{5}{\sqrt{3}}$

ตอบ 3

$$\begin{aligned}\sqrt{3x} &= \sqrt[3]{\frac{27}{5\sqrt{5}}} \\ \sqrt{3x} &= \sqrt[3]{\frac{3^3}{5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}}}} \\ \sqrt{3x} &= \sqrt[3]{\frac{3^3}{5^{1+\frac{1}{2}}}} \\ \sqrt{3x} &= \left(\frac{3^3}{5^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

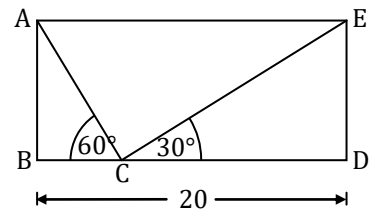
$$\begin{aligned}\sqrt{3x} &= \frac{3}{5^{\frac{1}{2}}} \\ 3x &= \left(\frac{3}{5^{\frac{1}{2}}}\right)^2 \\ 3x &= \frac{9}{5} \\ x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

14. ให้ $ABDE$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความยาวด้าน $BD = 20$ หน่วย

$\angle ACB = 60^\circ$ และ $\angle ECD = 30^\circ$ ดังรูป

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $ABDE$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 80 ตารางหน่วย 2. 100 ตารางหน่วย
3. $60\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 4. $80\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
5. $100\sqrt{3}$ ตารางหน่วย



ตอบ 5

จะได้ $\angle ACE = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ \rightarrow \triangle ACE$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก

และจากสมบัติมุมแย้ง จะได้ $\angle AEC = \angle ECD = 30^\circ$ ดังรูป

ใช้อัตราส่วนตรีโกณฯ กับ $\triangle ACE$ จะได้ $\sin 30^\circ = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{AC}{AE}$

$$\frac{1}{2} = \frac{AC}{20}$$

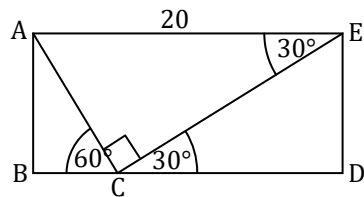
$$10 = AC$$

ใช้อัตราส่วนตรีโกณฯ กับ $\triangle ABC$ จะได้ $\sin 60^\circ = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{10}$$

$$5\sqrt{3} = AB$$

จะได้ พื้นที่สี่เหลี่ยม $ABDE = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} = AB \times AE = 5\sqrt{3} \times 20 = 100\sqrt{3}$

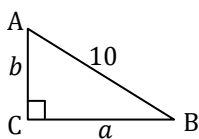


15. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก และความยาวด้าน AB เท่ากับ 10 หน่วย

ถ้าพื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 24 ตารางหน่วย แล้ว $\sin A + \sin B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{7}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. 1 4. $\frac{4}{3}$ 5. $\frac{7}{5}$

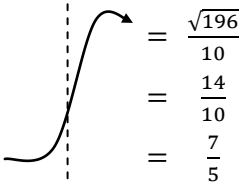
ตอบ 5



จากพีทาโกรัส จะได้ $a^2 + b^2 = 10^2 \dots(1)$

โจทย์ให้พื้นที่ = 24 ดังนั้น $\frac{1}{2}ab = 24$

$$ab = 48 \dots(2)$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } \sin A + \sin B &= \frac{a}{10} + \frac{b}{10} \\
 \text{พยายามโยงไปหา (1) กับ (2)} &= \frac{a+b}{10} \\
 (a, b \text{ เป็นบวก}) &= \frac{\sqrt{(a+b)^2}}{10} \\
 &= \frac{\sqrt{a^2+2ab+b^2}}{10} \\
 &= \frac{\sqrt{(a^2+b^2)+2ab}}{10} \\
 \text{จาก (1) และ (2)} &= \frac{\sqrt{10^2+2(48)}}{10}
 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{196}}{10} \\
 &= \frac{14}{10} \\
 &= \frac{7}{5}
 \end{aligned}$$

16. จากการสอบถามผู้ชมที่วิกิกลุ่มหนึ่งจำนวน 100 คน ถึงความชอบในการรับชมรายการทีวี 3 ประเภท คือ ดนตรี กีฬา และละคร โดยผู้ชมแต่ละคนเลือกได้ไม่เกิน 2 รายการ พบว่ามี

- 5 คน ไม่ชอบรายการทั้ง 3 ประเภท
- 50 คน ชอบรายการดนตรี
- 40 คน ชอบรายการกีฬา
- 25 คน ชอบทั้งรายการดนตรีและกีฬา

จำนวนผู้ชมที่ชอบรายการละครเพียงประเภทเดียว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

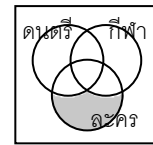
1. 30 คน
2. 35 คน
3. 40 คน
4. 45 คน
5. 50 คน

ตอบ 1

จะใช้วิธีบวกกลับแผนภาพ โดยพยายามประกอบขึ้นส่วนให้ครบ (ทั้งหมด = 100 คน)

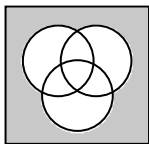
สมมติให้จำนวนผู้ชมที่ชอบละครเพียงประเภทเดียว มี x คน $\rightarrow$ ส่วนที่แรเงา = x ดังรูป

ละครอย่างเดียวนั้น x คน ... (1)

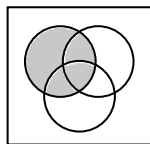


และจากข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์กำหนด จะได้แผนภาพดังรูป

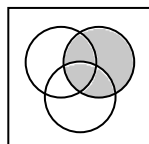
ไม่ชอบเลย 5 คน ... (2)



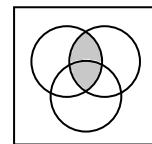
ดนตรี 50 คน ... (3)



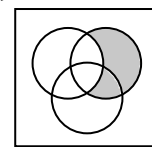
กีฬา 40 คน ... (4)



ดนตรีและกีฬา 25 คน ... (5)



$$(4) - (5) : 40 - 25 = 15 \text{ คน ... (6)}$$



จะเห็นว่า ชิ้นส่วนที่แรเงาใน (1) + (2) + (3) + (6) จะประกอบกัน

$$\begin{aligned}
 \text{ได้ครบทั้งรูป (= 100 คน) พอดี} &\rightarrow x + 5 + 50 + 15 = 100 \\
 &x = 30
 \end{aligned}$$

17. จากแบบรูปที่กำหนดให้

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34

9,999 เป็นจำนวนซึ่งอยู่ในแถวที่เท่าใดต่อไปนี้

1. 50

2. 51

3. 52

4. 99

5. 100

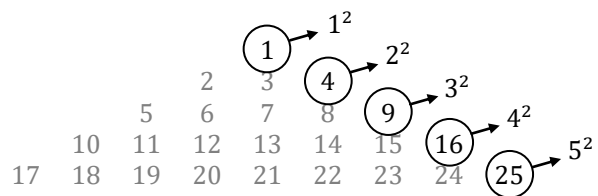
ตอบ 5

สังเกตว่าตัวเลขสุดท้ายของแถว = (หมายเลขแถว)² เสมอ

ดังนั้น ต้องหาว่า 9,999 มีค่าประมาณ n^2 ตัวไหน

→ $100^2 = 10,000$ มีค่ามากกว่า 9,999 อยู่นิดๆ

ดังนั้น 9,999 จะอยู่ภายในแถวที่ 100



18. กำหนดให้ $r = \{ (x, y) \mid y = 2^x \}$ และความสัมพันธ์ r_1 มีกราฟดังรูป

ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นไปได้ที่จะเป็นความสัมพันธ์ r_1

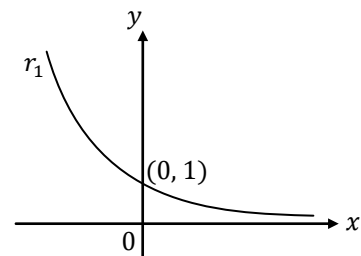
1. $\{ (x, -y) \mid (x, y) \in r \}$

2. $\{ (-x, y) \mid (x, y) \in r \}$

3. $\{ (-x, -y) \mid (x, y) \in r \}$

4. $\{ (\frac{x}{2}, y) \mid (x, y) \in r \}$

5. $\{ (\frac{x}{2}, -y) \mid (x, y) \in r \}$



ตอบ 2

r เป็นเอกซโพเนนเชียลฐาน 2

ซึ่งถ้านำไปวาดบนแกนเดียวกับ r_1 จะมีกราฟเป็นเส้นประตามรูป

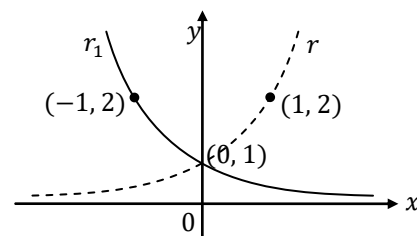
จะเห็นว่า มีความเป็นไปได้ที่ r_1 จะสมมาตรกับ r รอบแกน y

ซึ่งจุดที่สมมาตรรอบแกน y จะมีค่า x ที่สลับเครื่องหมายกัน

(เช่น เมื่อ $(1, 2)$ อยู่บน r จะได้ $(-1, 2)$ อยู่บน r_1 ดังรูป)

นั่นคือ เมื่อ (x, y) อยู่บน r จะได้ $(-x, y)$ จะอยู่บน r_1

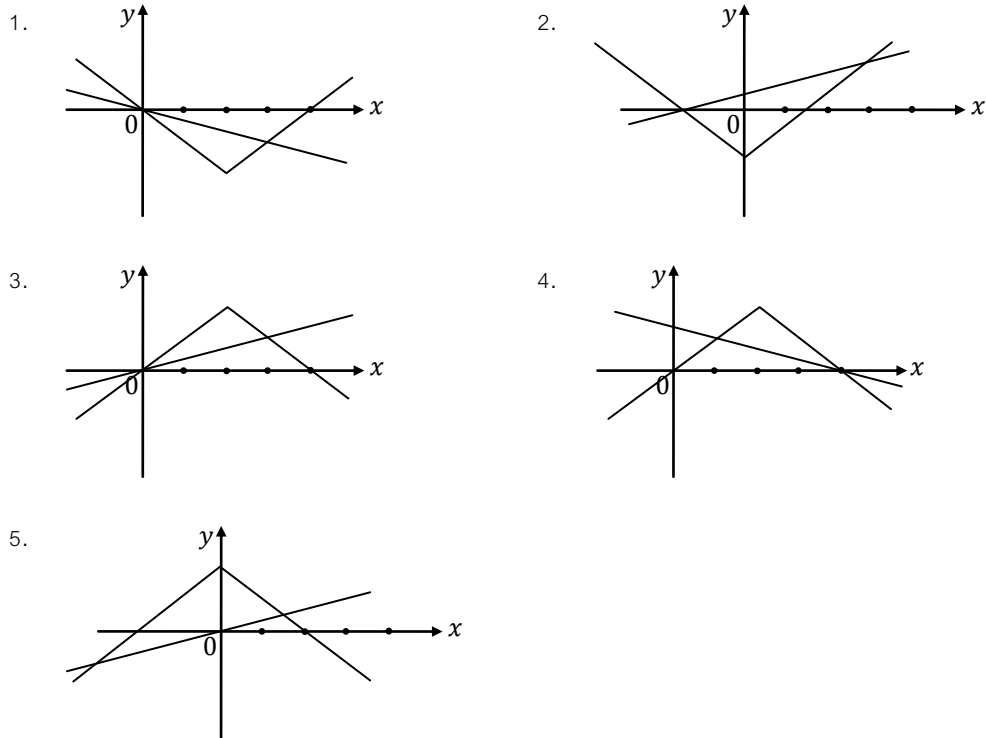
ดังนั้น r_1 คือ $\{ (-x, y) \mid (x, y) \in r \}$



19. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่ง เซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือ $[0, 3]$

เซตคำตอบของอสมการ $0 \leq g(x)$ คือ $[0, 4]$

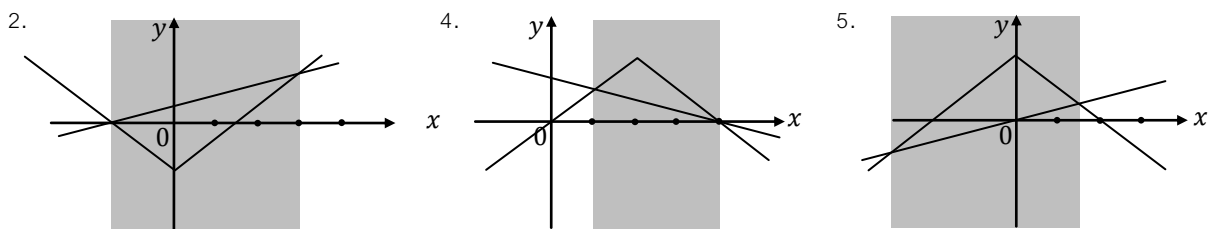
แล้วกราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นไปได้ที่จะเป็นกราฟของ $y = f(x)$ และ $y = g(x)$



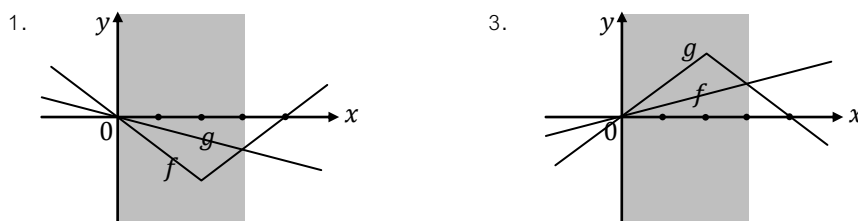
ตอบ 3

คำตอบของ $f(x) \leq g(x)$ คือ $[0, 3]$ แสดงว่าในช่วง $x = 0$ ถึง 3 กราฟของ f ต้องสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับกราฟ g และนอกช่วง $[0, 3]$ กราฟ f ต้องสูงกว่ากราฟ g

จะเห็นว่าข้อ 2. 4. และ 5. ช่วงที่กราฟเส้นหนึ่ง สูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอีกเส้น ไม่ใช่ $[0, 3] \rightarrow$ ใช้ไม่ได้



ส่วนข้อ 1. และ 3. จะมีกราฟหนึ่งสูงน้อยกว่าหรือเท่ากับอีกเส้น ในช่วง $[0, 3] \rightarrow$ ใช้ได้ และจะได้กราฟข้างคือ f ดังรูป



ถัดมา โจทย์ให้คำตอบของ $0 \leq g(x)$ คือ $[0, 4] \rightarrow$ แสดงว่าในช่วง $x = 0$ ถึง 4 กราฟ g ต้อง ≥ 0

จะเห็นว่าข้อ 1. ช่วง $[0, 4]$ กราฟ g มีส่วนที่อยู่ใต้แกน x จึงเป็นลบและใช้ไม่ได้

ในขณะที่ข้อ 3. ช่วง $[0, 4]$ กราฟ g ไม่มีส่วนที่อยู่ใต้แกน $x \rightarrow$ ตอบ 3.

20. ถ้ากราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = f(x)$ ตัดแกน X ที่ $(-4, 0)$ และ $(2, 0)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 16)$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -18
2. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -17
3. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 16
4. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 18
5. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 20

ตอบ 4

ตัดแกน X ที่ $(-4, 0)$ และ $(2, 0)$ แสดงว่าสมการ $f(x) = 0$ มีคำตอบคือ -4 และ 2

แต่สมการกำลังสอง ที่มีคำตอบ คือ -4 และ 2 จะต้องอยู่ในรูป $k(x+4)(x-2) = 0$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่

ดังนั้น $f(x) = k(x+4)(x-2) \dots (*)$

โจทย์ให้กราฟตัดแกน Y ที่จุด $(0, 16)$ แสดงว่า $f(0) = 16$

$$\begin{aligned} \text{แทน } x = 0 \text{ ใน } (*) \text{ จะได้ } f(0) &= k(0+4)(0-2) \\ 16 &= k(4)(-2) \\ -2 &= k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } k = -2 \text{ ใน } (*) \text{ จะได้ } f(x) &= -2(x+4)(x-2) \\ &= -2(x^2 + 2x - 8) \\ &= -2x^2 - 4x + 16 \end{aligned}$$

เทียบกับรูปสมการ $ax^2 + bx + c$ จะได้ $a = -2$, $b = -4$ และ $c = 16$

$$a \text{ เป็นลบ แสดงว่าเป็นพาราโบลาคว่ำ จะได้ค่าสูงสุด} = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4(-2)(16)-(-4)^2}{4(-2)} = 16 - \frac{(-4)^2}{4(-2)} = 18$$

21. เพื่อนกลุ่มหนึ่งให้บริษัททัวร์จัดเที่ยวหนึ่งวันแบบไปเช้า - เย็นกลับ บริษัททัวร์คิดค่าใช้จ่ายรวมทั้งสิ้น 4,950 บาท เมื่อถึงวันเดินทาง มีเพื่อนในกลุ่ม 2 คน ไปไม่ได้ คนที่ไปเที่ยวจึงต้องจ่ายเงินแทนเพื่อนที่ไปไม่ได้ โดยแต่ละคนจ่ายเพิ่มคนละ 100 บาทพอดี จำนวนเพื่อนในกลุ่มเมื่อเริ่มต้นจัดทัวร์ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11 คน
2. 12 คน
3. 13 คน
4. 14 คน
5. 15 คน

ตอบ 1

ให้ตอนแรกมี x คน ค่าใช้จ่ายรวม 4950 บาท $\rightarrow$ ต้องจ่ายคนละ $\frac{4950}{x}$ บาท

ตอนหลัง หายไป 2 คน $\rightarrow$ เหลือ $x - 2$ คน $\rightarrow$ ตอนหลังต้องจ่ายคนละ $\frac{4950}{x-2}$ บาท

$$\begin{aligned} \text{ตอนหลังจ่ายเพิ่มคนละ 100 บาท} \rightarrow \text{จะได้สมการคือ } \frac{4950}{x-2} - \frac{4950}{x} &= 100 \\ \frac{99}{x-2} - \frac{99}{x} &= 2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \div 50 \text{ ตลอด}$$

$$99x - 99(x-2) = 2(x-2)(x)$$

$$99x - 99x + 198 = 2(x-2)(x)$$

$$99 = (x-2)(x)$$

$$0 = x^2 - 2x - 99$$

$$0 = (x+9)(x-11)$$

$$x = -9, 11$$

แต่จำนวนคน เป็นลบไม่ได้ $\rightarrow$ ตอบ 11 คน

22. กำหนดให้ $1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, 16$ เป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{3}$
ค่าของ $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 250 2. 274 3. 350 4. 364 5. 374

ตอบ 5

ผลต่างร่วม $= \frac{1}{3}$ ดังนั้น b_1 จะเพิ่มจากพจน์ก่อนหน้า $= \frac{1}{3} \rightarrow$ จะได้ $b_1 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

และ b_n จะน้อยกว่าพจน์ก่อนหน้า $= \frac{1}{3} \rightarrow$ จะได้ $b_n = 16 - \frac{1}{3} = \frac{47}{3}$

จากสูตรลำดับเลขคณิต จะได้ $b_n = b_1 + (n - 1)d$

$$\frac{47}{3} = \frac{4}{3} + (n-1) \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$43 = n - 1$$

$$44 = n$$

จากสูตรอนุกรมเลขคณิต จะได้ $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n = \frac{n}{2}(b_1 + b_n)$

$$= \frac{44}{2} \left(\frac{4}{3} + \frac{47}{3} \right)$$

$$= 22(17) = 374$$

23. จากแบบรูปของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็น

เซตที่ 1 คือ	{1}
เซตที่ 2 คือ	{2, 3}
เซตที่ 3 คือ	{4, 5, 6}
เซตที่ 4 คือ	{7, 8, 9, 10}
$\vdots$	$\vdots$

จำนวนเต็มที่เล็กที่สุดของเซตที่ 50 คือจำนวนใดต่อไปนี้

1. 1,225 2. 1,226 3. 1,250 4. 1,274 5. 1,275

ตอบ 2

จะหาจำนวนเต็มที่เล็กที่สุดของเซตที่ 50 ต้องหาว่าเซตทุกเซตก่อนหน้า (เซตที่ 1 ถึง 49) นับไปถึงตัวที่เท่าไร

สังเกตว่า เซตที่ 1 มีสมาชิก 1 ตัว

เซตที่ 2 มีสมาชิก 2 ตัว

เซตที่ 3 มีสมาชิก 3 ตัว

...

เซตที่ 49 มีสมาชิก 49 ตัว

ดังนั้น รวม 49 เซตก่อนหน้า จะนับไปถึงตัวที่ $1 + 2 + \dots + 49 = \frac{49(49+1)}{2} = 1225$

→ ตัวแรกของเซตที่ 50 จะมีค่าถัดไป ซึ่งคือ 1226

24. ในปีที่ 1 สมาคมแห่งหนึ่งมีสมาชิก 5 คน

ในปีที่ 2 สมาชิกแต่ละคนจากปีที่ 1 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในปีที่ 3 สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่ 2 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในปีที่ 4 สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่ 3 ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ในทุกๆ ปี สมาชิกแต่ละคนที่เข้ามาใหม่ในปีที่แล้ว ต่างหาสมาชิกใหม่ได้คนละ 3 คน

ถ้าการเพิ่มสมาชิกของสมาคมทำโดยวิธีนี้เท่านั้น ในปีที่ 8 สมาคมจะมีสมาชิกรวมทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3,280 คน
2. 5,465 คน
3. 6,561 คน
4. 16,400 คน
5. 49,205 คน

ตอบ 4

จะได้ ปีที่ 2 มีสมาชิกใหม่ $5 \times 3 = 15$ คน

ปีที่ 3 มีสมาชิกใหม่ $15 \times 3 = 45$ คน

ปีที่ 4 มีสมาชิกใหม่ $45 \times 3 = 135$ คน

:

จะเห็นว่า สมาชิกใหม่ของปีถัดไป จะเท่ากับสมาชิกใหม่ของปีก่อนหน้า คูณ 3

ดังนั้น จำนวนสมาชิกใหม่ของแต่ละปี จะเป็นลำดับเรขาคณิต ที่มี $a_1 = 5$ และ $r = 3$

จำนวนสมาชิกรวมในปีที่ 8 จะหาได้จากผลรวมของจำนวนสมาชิกใหม่ในแต่ละปี ตั้งแต่ปีที่ 1 ถึงปีที่ 8 $\rightarrow S_8$

จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \rightarrow$ แทน $n = 8$ จะได้ $S_8 = \frac{5(1-3^8)}{1-3} = \frac{5(-6560)}{-2} = 16400$

25. ข้อมูลชุดต่อไปนี้ มีฐานนิยม มัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากัน

1. 3, 3, 3, 5, 7, 7
2. 2, 2, 3, 3, 3, 4
3. 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6
4. 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9
5. 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4

ตอบ 4

ฐานนิยม = มัธยฐาน แสดงว่า “ตัวซ้ำมากที่สุด ต้องอยู่ตำแหน่งตรงกลาง”

จะเห็นว่าข้อ 1. 3. และ 5. ตัวซ้ำมากที่สุด คือตัวแรก ทางซ้ายสุด $\rightarrow$ ผิด

เหลือข้อ 2. กับ 4. ต้องหา $\bar{x}$ มาดูว่าเท่ากับฐานนิยมหรือไม่

2. $\bar{x} = \frac{2+2+3+3+3+4}{6} = \frac{17}{6}$ ไม่ตรงกับข้อมูลไหนเลย จึงไม่เท่ากับฐานนิยมแน่นอน

4. $\bar{x} = \frac{5+6+7+7+7+8+9}{7} = \frac{49}{7} = 7$ ตรงกับข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุด (= ฐานนิยม) $\rightarrow$ ตอบ 4.

26. จากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่า คะแนนสูงสุดของนักเรียนในห้องคือ 18 คะแนน
คะแนนต่ำสุดของนักเรียนในห้องคือ 10 คะแนน
คะแนนสูงสุดของนักเรียนหญิงคือ 17 คะแนน
คะแนนต่ำสุดของนักเรียนชายคือ 11 คะแนน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ต้อง

1. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนในห้องคือ 8 คะแนน
2. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนชายคือ 7 คะแนน
3. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนหญิงคือ 8 คะแนน
4. นักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดในห้อง เป็นนักเรียนชาย
5. นักเรียนที่ได้คะแนนต่ำสุดในห้อง เป็นนักเรียนหญิง

ตอบ 3

สังเกตว่า สูงสุดหญิง (17) ไม่เท่ากับ สูงสุดทั้งห้อง (18) แสดงว่า สูงสุดทั้งห้อง ต้องมาจาก นร.ชาย → 4. ถูก

และจะสรุปได้ว่า สูงสุดชาย = สูงสุดทั้งห้อง = 18

ทำนองเดียวกัน ต่ำสุดชาย (11) ไม่เท่ากับ ต่ำสุดทั้งห้อง (10) แสดงว่า ต่ำสุดทั้งห้อง ต้องมาจาก นร. หญิง → 5. ถูก

และจะสรุปได้ว่า ต่ำสุดหญิง = ต่ำสุดทั้งห้อง = 10

จะได้ พิสัยทั้งห้อง = สูงสุดทั้งห้อง - ต่ำสุดทั้งห้อง = $18 - 10 = 8$ → 1. ถูก

พิสัยชาย = สูงสุดชาย - ต่ำสุดชาย = $18 - 11 = 7$ → 2. ถูก

พิสัยหญิง = สูงสุดหญิง - ต่ำสุดหญิง = $17 - 10 = 7$ → 3. ผิด

27. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้ดังนี้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{18}, x_{19}$

ถ้า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 30 คะแนน

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$ เท่ากับ 24.5 คะแนน

และ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_{10}, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{18}, x_{19}$ เท่ากับ 35 คะแนน

แล้ว มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 24.5 คะแนน
2. 25 คะแนน
3. 25.5 คะแนน
4. 26 คะแนน
5. 26.5 คะแนน

ตอบ 2

มัธยฐาน จะอยู่ตัวที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{19+1}{2} = 10 \rightarrow$ มัธยฐาน = x_{10}

ค่าเฉลี่ยของข้อมูล = 30 $\rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{19}}{19} = 30$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{19} = 570 \quad \dots(1)$$

ค่าเฉลี่ย $x_1, x_2, \dots, x_{10} = 24.5 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 24.5$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 245 \quad \dots(2)$$

ค่าเฉลี่ย $x_{10}, x_{11}, \dots, x_{19} = 35 \rightarrow \frac{x_{10} + x_{11} + \dots + x_{19}}{10} = 35$

$$x_{10} + x_{11} + \dots + x_{19} = 350 \quad \dots(3)$$

$$\begin{array}{rcl}
 (2) + (3) : & x_1 + x_2 + \dots + x_{10} + x_{10} + x_{11} + \dots + x_{19} & = 245 + 350 \\
 & x_1 + x_2 + \dots + x_{10} & + x_{11} + \dots + x_{19} + x_{10} = 595 \\
 \text{จาก (1)} \left(\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + & \dots & + x_{19} + x_{10} = 595 \\ & 570 & + x_{10} = 595 \\ & & x_{10} = 25 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้นมัธยฐาน} = x_{10} = 25$$

28. ถ้าทอดลูกเต๋า 3 ลูกพร้อมกันแล้ว ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าคือแต้มไม่ซ้ำกันเลยเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{9}$ 2. $\frac{1}{6}$ 3. $\frac{5}{9}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{5}{6}$

ตอบ 3

จำนวนแบบทั้งหมด : แต่ละลูก มี 6 แบบ โยน 3 ลูก จะมีได้ $6 \times 6 \times 6$ แบบ

จำนวนแบบที่แต้มไม่ซ้ำ : ลูกแรก ไม่ซ้ำแน่นอน จะเลือกได้ 6 แบบ

ลูกที่ 2 ต้องไม่ซ้ำกับลูกแรก $\rightarrow$ เหลือ 5 แบบ

ลูกที่ 3 ต้องไม่ซ้ำกับสองลูกแรก $\rightarrow$ เหลือ 4 แบบ

จะได้จำนวนแบบ $= 6 \times 5 \times 4$ แบบ

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{9}$$

29. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 5 หลัก จากเลขโดด 0 และ 1 โดยจำนวนที่สร้างขึ้นมีค่ามากกว่า 10,000

จะมีวิธีการสร้างได้ทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15 วิธี 2. 16 วิธี 3. 20 วิธี 4. 31 วิธี 5. 32 วิธี

ตอบ 1

หลักซ้ายสุด ต้องเป็น 1 เท่านั้น ไม่งั้นค่าจะน้อยกว่า 10000

ส่วน 4 หลักทางขวาเป็นอะไรก็ได้ ที่ไม่ใช่ 0 หหมด (ถ้า 0 หหมด จะได้เท่ากับ 10000 $\rightarrow$ ไม่มากกว่า 10000)

มี 4 หลัก แต่ละหลัก เลือกได้ 2 แบบ (คือ 0 หรือ 1) $\rightarrow$ จะเลือกได้ $2^4 = 16$ แบบ

หักแบบที่เป็น 0 หหมดออก จะเหลือแบบที่ใช้ได้ $= 16 - 1 = 15$ แบบ

30. กำหนดให้ $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$S = \{(a, b) \mid a, b \in A\}$$

ถ้า (a, b) เป็นสมาชิกหนึ่งตัวของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้ว ความน่าจะเป็นที่เส้นตรง $y = ax + b$ ตัดกับ

เส้นตรง $y = 8x + 1$ ที่จุด $(0, 1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{100}$ 2. $\frac{1}{50}$ 3. $\frac{1}{40}$ 4. $\frac{1}{20}$ 5. $\frac{1}{10}$

ตอบ 5

จำนวนแบบทั้งหมด : นับดูจะได้ A มีสมาชิก 10 ตัว $\rightarrow$ เลือกมา 2 ตัวเพื่อสร้างคู่อันดับ (a, b) ได้ $10^2 = 100$ แบบ

จำนวนแบบที่สนใจ : เส้นตรง $y = ax + b$ จะตัดเส้นตรง $y = 8x + 1$ ที่จุด $(0, 1)$ เมื่อ $y = ax + b$ ผ่าน $(0, 1)$

และเส้นตรงทั้งสองเส้นไม่ขนานกัน (ความชันไม่เท่ากัน)

นั่นคือ $(0, 1)$ ต้องแทนใน $y = ax + b$ แล้วเป็นจริง และ $a \neq 8$

$$1 = a(0) + b$$

$$1 = b$$

นั่นคือ b ต้องเป็น 1 แบบเดียว และ a เป็นอะไรก็ได้ใน A (ไม่มี 8 ใน A อยู่แล้ว) $\rightarrow$ ได้ 10 แบบ

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

เครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ และเฉลยละเอียด จาก อ.ปิง GTRmath

ขอบคุณ เฉลยละเอียดจาก คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book

ขอบคุณ คุณ Chonlakorn Chiewpanich

และ คุณ Potae Kitt

ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร