

วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ 2 (ธ.ค. 59)

วันอาทิตย์ที่ 25 ธันวาคม 2559 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1.  $\frac{1}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-\frac{1}{5}$

2.  $\frac{1}{3}$

3.  $\frac{1}{2}$

4.  $2\sqrt{5}$

5.  $-2 + 2\sqrt{5}$

2. ถ้า  $f(x) = ||x - 3| - 3|$  แล้ว  $\frac{f(4) - f(-4)}{2}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-2$

2.  $-1$

3.  $0$

4.  $2$

5.  $4$

3. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีด้าน  $AB = AC$  ถ้า  $AB$  และ  $BC$  ยาวเท่ากับ 10 และ 12 หน่วย ตามลำดับ แล้ว  $\tan B$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{3}{5}$

2.  $\frac{3}{4}$

3.  $\frac{4}{5}$

4.  $\frac{5}{4}$

5.  $\frac{4}{3}$

4. จำนวนจริง  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 155\sqrt{5}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $-\frac{1}{5}$       2.  $-\frac{2}{5}$       3.  $\frac{1}{2}$       4.  $\frac{5}{2}$       5. 5

5. ให้  $S$  เป็นเซตของจำนวนเต็ม  $m$  ซึ่งทำให้กราฟของ  $y = x^2 + mx + 16$  ไม่ตัดแกน  $X$  จำนวนสมาชิกของ  $S$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15      2. 16      3. 17      4. 18      5. 19

6. ถ้า  $a_n = 4n + 3$  แล้วผลบวก 20 พจน์แรกของลำดับนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 900      2. 930      3. 950      4. 980      5. 1000

7. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า  $a_7 - a_5 = 50$  และ  $a_6 + a_5 = 25$  แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-3$                       2.  $-2$                       3.  $-1$                       4.  $2$                       5.  $3$

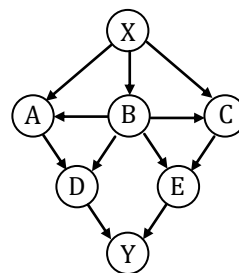
8. จากการสำรวจครอบครัวในหมู่บ้านแห่งหนึ่งเกี่ยวกับจำนวนสุนัขที่แต่ละครอบครัวเลี้ยงไว้ ได้เป็นตารางแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ดังนี้ ถ้าสุ่มครอบครัวจากการสำรวจมา 1 ครอบครัว แล้วความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นเลี้ยงสุนัขมากกว่า 2 ตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

จำนวนสุนัข (ตัว)	ความถี่สัมพัทธ์
0	0.30
1	0.30
2	0.25
3	0.10
4	0.05

1.  $0.15$                       2.  $0.25$                       3.  $0.30$   
 4.  $0.40$                       5.  $0.45$

9. กำหนดเส้นทางจาก X ไปยัง Y เป็นไปตามลูกศรของแผนภาพต่อไปนี้ จำนวนวิธีในการเดินทางจาก X ไปยัง Y มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3                              2. 4  
 3. 5                              4. 6  
 5. 7



10. ข้อสอบแบบเลือกตอบคำตอบชุดหนึ่งมี 5 ข้อ แต่ละข้อมี 5 ตัวเลือก และมีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียว ถ้านายสไบจะเดาคำตอบแต่ละข้ออย่างสุ่ม ข้อละ 1 ตัวเลือก ความน่าจะเป็นที่นายสไบจะเดาคำตอบผิดหมดทุกข้อเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\left(\frac{1}{5}\right)^5$       2.  $\left(\frac{1}{4}\right)^5$       3.  $\left(\frac{2}{5}\right)^5$       4.  $\left(\frac{3}{5}\right)^5$       5.  $\left(\frac{4}{5}\right)^5$

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกที่สุด จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. กำหนดให้  $a = 9^{99} \cdot 10^{100}$        $b = 9^{98} \cdot 10^{101}$        $c = 9^{100} \cdot 10^{99}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $a < b < c$       2.  $a < c < b$       3.  $b < a < c$   
 4.  $c < b < a$       5.  $c < a < b$

12. นักเรียนชั้น ม.6 ห้องหนึ่งมีอยู่  $n$  คน เมื่อจบการศึกษา มีเงินส่วนกลางของห้องเหลืออยู่ 6,500 บาท จึงนำเงินไปซื้อเสื้อรุ่น ราคาตัวละ 235 บาท มาแจกคนละ 1 ตัว แล้วนำเงินที่เหลือมาแบ่งคืนคนละเท่าๆกัน ปรากฏว่าได้เงินคืนคนละ  $n$  บาทพอดี ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $10 < n < 20$       2.  $20 < n < 30$       3.  $30 < n < 40$   
 4.  $40 < n < 50$       5.  $50 < n < 60$

13. จำนวนเต็ม  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $(x - 5)^2 - |x - 5| < 30$  มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9                      2. 10                      3. 11                      4. 12                      5. 13

14. จำนวนคำตอบทั้งหมดของสมการ  $2^x = 2x - x^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีคำตอบ)                      2. 1                      3. 2  
4. 3                      5. มากกว่า 3

15. จุดที่กราฟ  $y = \frac{1}{2}(4^{2x+1}) - 16$  ตัดแกน X คือจุดในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-\frac{3}{4}, 1)$                       2.  $(-\frac{1}{2}, 0)$                       3.  $(\frac{1}{2}, 0)$   
4.  $(\frac{3}{4}, 0)$                       5.  $(\frac{5}{4}, 0)$

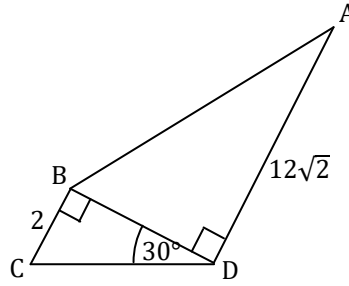
16. จากรูป ถ้า  $\widehat{ADB} = \widehat{BDC} = 90^\circ$

$$\widehat{BDC} = 30^\circ$$

$$BC = 2 \text{ หน่วย}$$

และ  $AD = 12\sqrt{2}$  หน่วย

แล้ว  $\sin \widehat{BAD}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1.  $\frac{1}{5}$                       2.  $\frac{1}{4}$                       3.  $\frac{1}{3}$                       4.  $\frac{\sqrt{2}}{9}$                       5.  $\frac{2}{9}$

17. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีความยาวเรียงกันจากน้อยไปมากเป็นลำดับเลขคณิต แล้ว  $\cos A + \cos B$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{5}{7}$                       2.  $\frac{6}{7}$                       3. 1                      4.  $\frac{7}{6}$                       5.  $\frac{7}{5}$

18. จากการสำรวจนักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 500 คน พบว่าแต่ละคนเป็นสมาชิกของชมรมดนตรีไทย หรือ ชมรมดนตรีสากล หรือชมรมศิลปะอย่างน้อยหนึ่งชมรม

ถ้า มีนักเรียน 220 คน เป็นสมาชิกของชมรมศิลปะอย่างเดียว

มีนักเรียน 90 คน เป็นสมาชิกทั้งชมรมดนตรีไทยและชมรมดนตรีสากล

มีนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมดนตรีสากลไม่เกิน 100 คน

แล้วจำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกของชมรมดนตรีไทยมีอย่างน้อยที่สุด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 90 คน                      2. 120 คน                      3. 150 คน  
4. 220 คน                      5. 270 คน

19. ชาวประมงคนหนึ่ง สังเกตแสงไฟจากประภาคารแห่งหนึ่งได้ดังนี้

วินาทีที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
แสงไฟ	สว่าง	สว่าง	มืด	สว่าง	มืด	สว่าง	สว่าง	มืด	สว่าง	มืด	สว่าง	สว่าง	...

ถ้าลักษณะการส่องสว่างของแสงไฟจากประภาคารแห่งนี้มีรูปแบบที่แน่นอนตายตัว

แล้วในวินาทีที่ 97, 98 และ 99 การส่องสว่างของแสงไฟจะเป็นดังข้อใดต่อไปนี้

1. สว่าง สว่าง มืด
2. สว่าง มืด สว่าง
3. มืด สว่าง สว่าง
4. มืด มืด สว่าง
5. มืด สว่าง มืด

20. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} x + 3 & , x < 1 \\ 4x^2 & , x \geq 1 \end{cases}$

ถ้า  $f(f(c)) = 9$  แล้ว  $c$  มีค่าอยู่ในช่วงข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-2, -1)$
2.  $(-1, 0)$
3.  $(0, 1)$
4.  $(1, 2)$
5.  $(2, 3)$

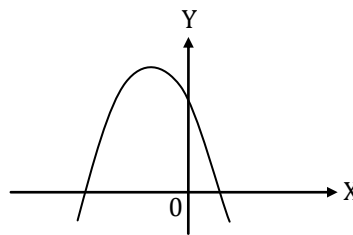
21. ถ้าสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  มีกราฟดังรูป

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก.  $a > 0$
- ข.  $b > 0$
- ค.  $c < 0$
- ง.  $c - a > 0$

จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. มากกว่า 3



22. ถ้า  $a > 1$  แล้วช่วง  $(0, a)$  เป็นสับเซตของเซตคำตอบของอสมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $ax^2 - a < 0$

2.  $ax^2 + a < 0$

3.  $ax - a^2 < 0$

4.  $ax + a^2 < 0$

5.  $a^2x - a < 0$

23. ด.ญ. ปาหนัน ได้รางวัลจากการแข่งขันตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเงิน 1,800 บาท เธอตั้งใจจะออมเงินและนำมารวมกับเงินรางวัลที่ได้ เพื่อซื้อหนังสือนวนิยายชุดหนึ่ง ราคา 3,700 บาท ถ้าในวันแรก ด.ญ. ปาหนัน ออมเงินไว้ 10 บาท และในวันต่อมาจะออมเพิ่มจากวันก่อนหน้าวันละ 10 บาท ทุกๆวัน แล้วจำนวนวันที่น้อยที่สุดที่ ด.ญ. ปาหนันต้องออมเงินเพื่อให้พอซื้อหนังสือชุดดังกล่าว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 17 วัน

2. 18 วัน

3. 19 วัน

4. 20 วัน

5. 21 วัน

24. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$  เป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ  $\frac{1}{3}$

และ  $b_n = 8^{a_n}$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$

ถ้า  $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{10} = 2^{15}$  แล้ว  $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{5111}{64}$

2.  $\frac{7227}{4}$

3.  $\frac{1023}{8}$

4.  $\frac{8661}{64}$

5.  $\frac{2027}{8}$



25. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 120 คน และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานเท่ากับ 25 ปี โดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานชายและพนักงานหญิงเป็น 21 ปี และ 27 ปี ตามลำดับ ถ้า  $n$  คือจำนวนพนักงานหญิงแล้ว  $n$  มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. [70, 72]
2. [73, 75]
3. [76, 78]
4. [79, 81]
5. [82, 84]

26. ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ทุกชุดมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10

ชุด A : 8 , 9 , 9 , 10 , 10 , 10 , 11 , 11 , 12

ชุด B : 7 , 8 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 12 , 13

ชุด C : 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 13 , 14

ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุด A, B และ C เท่ากับ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ตามลำดับ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $a < b < c$
2.  $a < c < b$
3.  $b < c < a$
4.  $b < a < c$
5.  $c < b < a$

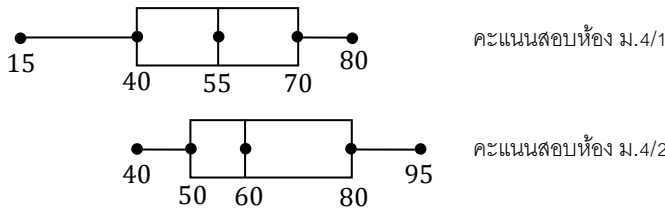
27. แผนภาพ ต้น-ใบ ต่อไปนี้ เป็นคะแนนสอบของผู้สมัครงาน จำนวน 39 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง

3	0	4	5	6	6			
4	1	3	3	6	7	8	8	
5	2	4	5	5	7			
6	0	1	1	4	4	5	9	
7	1	2	2	3	3	6	7	7
8	1	3	5	8	9			
9	1	2						

ถ้าผู้ที่ได้รับคัดเลือกเข้าทำงานต้องมีคะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 85 ขึ้นไป แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของผู้ที่ได้รับคัดเลือก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 87 คะแนน
2. 88 คะแนน
3. 89 คะแนน
4. 90 คะแนน
5. 90.67 คะแนน

28. จากผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.4 ซึ่งประกอบด้วยห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 ที่มีจำนวนนักเรียนห้องละ 40 คน เท่ากัน ได้ผลสรุปของคะแนนสอบเป็นแผนภาพกล่องดังนี้



ถ้าในการสอบครั้งนี้ครูให้ระดับคะแนน 1 แก่ผู้ที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 40 คะแนน และให้ระดับคะแนน 4 แก่ผู้ที่สอบได้คะแนนมากกว่า 80 คะแนน แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.4 เท่ากับ 80 คะแนน
- ข. นักเรียนชั้น ม.4 ที่ได้ระดับคะแนน 1 มีไม่เกิน 10 คน
- ค. นักเรียนชั้น ม.4 ที่ได้ระดับคะแนน 4 มีไม่เกิน 10 คน
- ง. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.4 เท่ากับ 57.5 คะแนน

จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
- 2. 1
- 3. 2
- 4. 3
- 5. มากกว่า 3

29. ให้  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก จากข้อมูลที่เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ของนักเรียนจำนวน 10 คน เป็นดังนี้ 10 ,  $x$  , 11 , 10 , 15 , 12 , 14 , 10 , 13 , 16

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐานมากกว่าฐานนิยมอยู่ 2 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนกลุ่มนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1. 10 คะแนน
- 2. 11 คะแนน
- 3. 11.5 คะแนน
- 4. 12 คะแนน
- 5. 12.3 คะแนน

30. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกซึ่งเขียนหมายเลข 100 , 101 , 102 , ... , 998 , 999 ใ้ฉลากละหนึ่งหมายเลข ถ้าสุ่มหยิบฉลาก 1 ใบจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่ฉลากที่หยิบมามีผลคูณของเลข 3 หลัก เป็นจำนวนคู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1.  $\frac{1}{2}$
- 2.  $\frac{2}{3}$
- 3.  $\frac{29}{36}$
- 4.  $\frac{77}{90}$
- 5.  $\frac{31}{36}$

เฉลย

- |      |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 3 | 7. 5  | 13. 3 | 19. 2 | 25. 4 |
| 2. 2 | 8. 1  | 14. 1 | 20. 1 | 26. 1 |
| 3. 5 | 9. 4  | 15. 4 | 21. 2 | 27. 2 |
| 4. 4 | 10. 5 | 16. 1 | 22. 3 | 28. 4 |
| 5. 1 | 11. 5 | 17. 5 | 23. 3 | 29. 5 |
| 6. 1 | 12. 2 | 18. 5 | 24. 3 | 30. 5 |

แนวคิด

1.  $\frac{1}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- |                   |                     |                  |
|-------------------|---------------------|------------------|
| 1. $-\frac{1}{5}$ | 2. $\frac{1}{3}$    | 3. $\frac{1}{2}$ |
| 4. $2\sqrt{5}$    | 5. $-2 + 2\sqrt{5}$ |                  |

ตอบ 3

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-\sqrt{5}} + \frac{1}{3-\sqrt{5}} &= \frac{3-\sqrt{5} + 1-\sqrt{5}}{(1-\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} \\ &= \frac{4-2\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+5} \\ &= \frac{4-2\sqrt{5}}{8-4\sqrt{5}} \\ &= \frac{4-2\sqrt{5}}{2(4-2\sqrt{5})} \end{aligned}$$

) ตั้ง 2 ออกจากตัวส่วน ให้เศษส่วนตัดกันได้

$$= \frac{1}{2}$$

2. ถ้า  $f(x) = ||x - 3| - 3|$  แล้ว  $\frac{f(4)-f(-4)}{2}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- |       |       |      |      |      |
|-------|-------|------|------|------|
| 1. -2 | 2. -1 | 3. 0 | 4. 2 | 5. 4 |
|-------|-------|------|------|------|

ตอบ 2

$\begin{aligned} \text{แทน } x = 4 \text{ จะได้ } f(4) &=   4 - 3  - 3  \\ &=    1   - 3  \\ &=   1 - 3  \\ &=   -2   \\ &= 2 \end{aligned}$	$\vdots$	$\begin{aligned} \text{แทน } x = -4 \text{ จะได้ } f(-4) &=   -4 - 3  - 3  \\ &=    -7   - 3  \\ &=   7 - 3  \\ &=   4   \\ &= 4 \end{aligned}$
--	----------	---

ดังนั้น  $\frac{f(4)-f(-4)}{2} = \frac{2-4}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

3. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีด้าน  $AB = AC$  ถ้า AB และ BC ยาวเท่ากับ 10 และ 12 หน่วย ตามลำดับ แล้ว  $\tan B$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1. $\frac{3}{5}$ | 2. $\frac{3}{4}$ | 3. $\frac{4}{5}$ | 4. $\frac{5}{4}$ | 5. $\frac{4}{3}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|

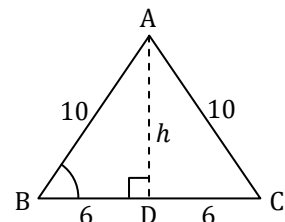
ตอบ 5

ลากส่วนสูง AD

จากสมบัติ  $\Delta$  หน้าจั่ว ส่วนสูงจะแบ่งครึ่งฐาน ดังนั้น  $BD = DC = \frac{12}{2} = 6$  ดังรูป

จากด้านซุดพีทาโกรัส 3, 4, 5 ขยายเป็น 6, 8, 10 จะได้  $h = 8$

ดังนั้น  $\tan B = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{h}{BD} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$



4. จำนวนจริง  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 155\sqrt{5}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $-\frac{1}{5}$       2.  $-\frac{2}{5}$       3.  $\frac{1}{2}$       4.  $\frac{5}{2}$       5. 5

ตอบ 4

$$\begin{aligned}
 5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} &= 155\sqrt{5} \\
 5^x(5^1 + 1 + 5^{-1}) &= 155\sqrt{5} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ดึงตัวร่วม } 5^x \\
 5^x \left( 6 + \frac{1}{5} \right) &= 155\sqrt{5} \\
 5^x \left( \frac{31}{5} \right) &= 155\sqrt{5} \\
 5^x &= 25\sqrt{5} \\
 5^x &= 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \\
 5^x &= 5^{\frac{5}{2}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ฐานเหมือนกัน คูณกัน} \rightarrow \text{เอาเลขชี้กำลังมาบวกกัน} \\
 x &= \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

5. ให้  $S$  เป็นเซตของจำนวนเต็ม  $m$  ซึ่งทำให้กราฟของ  $y = x^2 + mx + 16$  ไม่ตัดแกน  $X$  จำนวนสมาชิกของ  $S$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 15      2. 16      3. 17      4. 18      5. 19

ตอบ 1

หาจุดตัดแกน  $X$  ต้องแทน  $y = 0$  แล้วแก้สมการ  $\rightarrow$  ถ้าไม่ตัดแกน  $X$  แสดงว่า สมการที่ได้จะต้องไม่มีคำตอบ

แทน  $y = 0$  จะได้  $0 = x^2 + mx + 16$   
 ซึ่งจะไม่มีคำตอบเมื่อ  $b^2 - 4ac < 0$

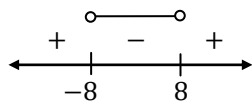
$$\begin{aligned}
 m^2 - 4(1)(16) &< 0 \\
 m^2 - 64 &< 0 \\
 (m + 8)(m - 8) &< 0
 \end{aligned}$$

สมการ  $ax^2 + bx + c = 0$

$b^2 - 4ac > 0 \rightarrow$  มี 2 คำตอบ

$b^2 - 4ac = 0 \rightarrow$  มี 1 คำตอบ

$b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$  ไม่มีคำตอบ



$\rightarrow$  จะมีที่เป็นจำนวนเต็มคือ  $-7, -6, -5, \dots, 5, 6, 7$   
 ซึ่งมีทั้งหมด  $= 7 - (-7) + 1 = 15$  จำนวน

6. ถ้า  $a_n = 4n + 3$  แล้วผลบวก 20 พจน์แรกของลำดับนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 900      2. 930      3. 950      4. 980      5. 1000

ตอบ 1

แทน  $n = 1, 2, \dots, 20$  จะได้ 20 พจน์แรกคือ  $4(1) + 3, 4(2) + 3, 4(3) + 3, \dots, 4(20) + 3$

$$\begin{aligned}
 &= 7, 11, 15, \dots, 83 \\
 &\text{แต่ละพจน์เพิ่มทีละ } 4 \rightarrow \text{เป็นลำดับเลขคณิต}
 \end{aligned}$$

จากสูตรอนุกรมเลขคณิต  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  จะได้ผลบวก 20 พจน์แรก  $= \frac{20}{2}(7 + 83) = 900$

7. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า  $a_7 - a_5 = 50$  และ  $a_6 + a_5 = 25$   
แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -3                      2. -2                      3. -1                      4. 2                      5. 3

ตอบ 5

สังเกตว่าสมการที่โจทย์ให้ ประกอบด้วย  $a_5, a_6, a_7$

จากสมบัติของลำดับเรขาคณิต พจน์ถัดไป = พจน์ก่อนหน้า  $\times r$  ดังนั้น  $a_6 = a_5r$  และ  $a_7 = a_5r^2$

แทนในสมการที่โจทย์ให้:

$$\begin{array}{lcl} a_7 - a_5 = 50 & & a_6 + a_5 = 25 \\ a_5r^2 - a_5 = 50 & & a_5r + a_5 = 25 \\ a_5(r^2 - 1) = 50 & & a_5(r + 1) = 25 \\ a_5(r + 1)(r - 1) = 50 & & \\ \downarrow & \swarrow & \\ 25 & (r - 1) = 50 & \\ & r - 1 = 2 & \\ & r = 3 & \end{array}$$

8. จากการสำรวจครอบครัวในหมู่บ้านแห่งหนึ่งเกี่ยวกับจำนวนสุนัขที่แต่ละครอบครัวเลี้ยงไว้ ได้เป็นตารางแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ดังนี้  
ถ้าสุ่มครอบครัวจากการสำรวจมา 1 ครอบครัว แล้วความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นเลี้ยงสุนัขมากกว่า 2 ตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

จำนวนสุนัข (ตัว)	ความถี่สัมพัทธ์
0	0.30
1	0.30
2	0.25
3	0.10
4	0.05

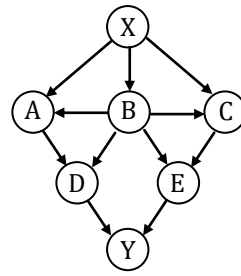
1. 0.15                      2. 0.25                      3. 0.30  
4. 0.40                      5. 0.45

ตอบ 1

$$\begin{aligned} P(\text{เลี้ยงมากกว่า 2 ตัว}) &= \frac{\text{จำนวนแบบที่เลี้ยงมากกว่า 2 ตัว}}{\text{จำนวนแบบทั้งหมด}} \\ &= \frac{\text{จำนวนแบบที่เลี้ยง 3 ตัว} + \text{จำนวนแบบที่เลี้ยง 4 ตัว}}{\text{จำนวนแบบทั้งหมด}} \\ &= \frac{\text{จำนวนแบบที่เลี้ยง 3 ตัว}}{\text{จำนวนแบบทั้งหมด}} + \frac{\text{จำนวนแบบที่เลี้ยง 4 ตัว}}{\text{จำนวนแบบทั้งหมด}} \\ &= \text{ความถี่สัมพัทธ์ที่เลี้ยง 3 ตัว} + \text{ความถี่สัมพัทธ์ที่เลี้ยง 4 ตัว} \\ &= 0.10 + 0.05 = 0.15 \end{aligned}$$

$\text{ความถี่สัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$
---

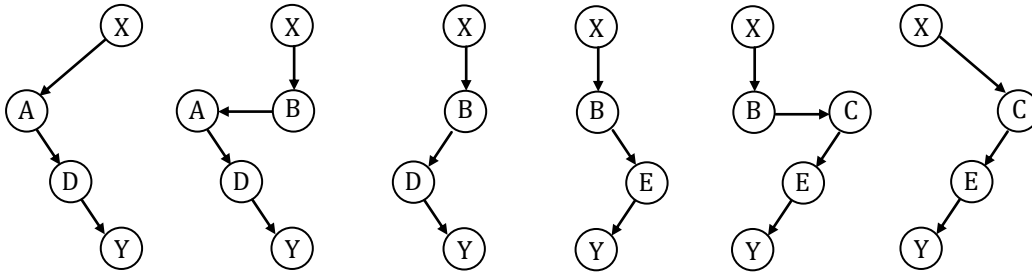
9. กำหนดเส้นทางจาก X ไปยัง Y เป็นไปตามลูกศรของแผนภาพต่อไปนี้  
จำนวนวิธีในการเดินทางจาก X ไปยัง Y มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้



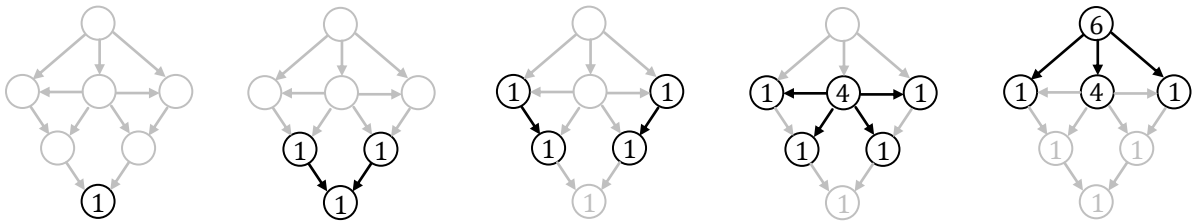
- 1. 3
- 2. 4
- 3. 5
- 4. 6
- 5. 7

ตอบ 4

เขียนนับ จะได้ 6 แบบ ดังนี้



หรือจะนับจำนวนแบบย้อนจากปลายทางมารวมกันก็ได้ (จำนวนแบบที่ต้นลูกศร = จำนวนแบบที่ปลายลูกศร รวมกัน)



10. ข้อสอบแบบเลือกตอบคำตอบหนึ่งมี 5 ข้อ แต่ละข้อมี 5 ตัวเลือก และมีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียว

ถ้านายสไบโชคเดาคำตอบแต่ละข้ออย่างสุ่ม ข้อละ 1 ตัวเลือก ความน่าจะเป็นที่นายสไบโชคจะเดาคำตอบผิดพลาดทุกข้อเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1.  $(\frac{1}{5})^5$
- 2.  $(\frac{1}{4})^5$
- 3.  $(\frac{2}{5})^5$
- 4.  $(\frac{3}{5})^5$
- 5.  $(\frac{4}{5})^5$

ตอบ 5

จำนวนแบบทั้งหมด : มี 5 ข้อแต่ละข้อเลือกได้ข้อละ 5 แบบ  $\rightarrow$  จำนวนแบบทั้งหมด =  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

จำนวนแบบที่ผิดพลาด : มี 5 ข้อ แต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูก ตัวเลือกเดียวเดียว  $\rightarrow$  อีก 4 ตัวเลือก คือผิด

ดังนั้น แต่ละข้อมีวิธีผิดได้ 4 แบบ  $\rightarrow$  จำนวนแบบที่ผิดพลาด =  $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$

จะได้ความน่าจะเป็นที่ผิดพลาด =  $\frac{4^5}{5^5} = (\frac{4}{5})^5$

11. กำหนดให้  $a = 9^{99} \cdot 10^{100}$        $b = 9^{98} \cdot 10^{101}$        $c = 9^{100} \cdot 10^{99}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $a < b < c$
2.  $a < c < b$
3.  $b < a < c$
4.  $c < b < a$
5.  $c < a < b$

ตอบ 5

หารทอนทุกตัวให้ได้มากที่สุดก่อนแล้วค่อยเทียบ (ต้องหารด้วย  $9^{98} \cdot 10^{99}$ ) ดังนี้

$$\begin{array}{ccc} a = 9^{99} \cdot 10^{100} & b = 9^{98} \cdot 10^{101} & c = 9^{100} \cdot 10^{99} \\ \frac{9^{99} \cdot 10^{100}}{9^{98} \cdot 10^{99}} & \frac{9^{98} \cdot 10^{101}}{9^{98} \cdot 10^{99}} & \frac{9^{100} \cdot 10^{99}}{9^{98} \cdot 10^{99}} \end{array} \quad \left. \vphantom{\frac{9^{99} \cdot 10^{100}}{9^{98} \cdot 10^{99}}} \right\} \text{หารตลอดด้วย } 9^{98} \cdot 10^{99}$$

$$\begin{array}{ccc} 9^1 \cdot 10^1 & 10^2 & 9^2 \\ 90 & 100 & 81 \end{array}$$

จะเห็นว่า  $81 < 90 < 100$  ดังนั้น  $c < a < b$

12. นักเรียนชั้น ม.6 ห้องหนึ่งมีอยู่  $n$  คน เมื่อจบการศึกษา มีเงินส่วนกลางของห้องเหลืออยู่ 6,500 บาท จึงนำเงินไปซื้อเสื้อรุ่น ราคาตัวละ 235 บาท มาแจกคนละ 1 ตัว แล้วนำเงินที่เหลือมาแบ่งคืนคนละเท่าๆกัน ปรากฏว่าได้เงินคืนคนละ  $n$  บาทพอดี ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $10 < n < 20$
2.  $20 < n < 30$
3.  $30 < n < 40$
4.  $40 < n < 50$
5.  $50 < n < 60$

ตอบ 2

มี  $n$  คน ซื้อเสื้อคนละตัว ตัวละ 235 บาท  $\rightarrow$  คิดเป็นเงิน  $235n$  บาท

ดังนั้น หลังซื้อเสื้อ จะเหลือเงินส่วนกลาง =  $6500 - 235n$  บาท

แบ่งเงินที่เหลือคืนให้  $n$  คน คนละเท่าๆกัน  $\rightarrow$  จะได้เงินคืนคนละ  $\frac{6500-235n}{n}$  บาท

โจทย์บอกว่าได้คืนคนละ  $n$  บาท ดังนั้น  $\frac{6500-235n}{n} = n$

$$\begin{aligned} 6500 - 235n &= n^2 \\ 0 &= n^2 + 235n - 6500 \\ 0 &= (n + 260)(n - 25) \\ n &= -260, 25 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $n$  แทนจำนวนคน จะเป็นลบไม่ได้  $\rightarrow$  จะได้  $n = 25$

13. จำนวนเต็ม  $x$  ที่สอดคล้องกับอสมการ  $(x - 5)^2 - |x - 5| < 30$  มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9
2. 10
3. 11
4. 12
5. 13

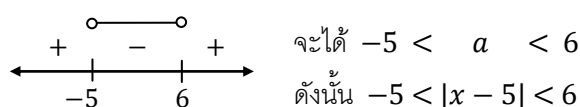
ตอบ 3

เนื่องจาก  $k^2 = |k|^2$  (เพราะเป็นบวกเท่าๆกัน) ดังนั้น  $(x - 5)^2 = |x - 5|^2$

แทนในอสมการ  $(x - 5)^2 - |x - 5| < 30$

$$\begin{aligned} |x - 5|^2 - |x - 5| &< 30 \\ a^2 - a &< 30 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{|x - 5|^2 - |x - 5|} \right\} \text{เปลี่ยนตัวแปรให้ } a = |x - 5|$$

$$\begin{aligned} a^2 - a - 30 &< 0 \\ (a + 5)(a - 6) &< 0 \end{aligned}$$



แต่ค่าสัมบูรณ์เป็นลบไม่ได้ ดังนั้น  $0 \leq |x - 5| < 6$

เป็นจริงเสมอ  $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ -6 < x - 5 < 6 \\ -1 < x < 11 \end{matrix}$  จะได้  $x = 0, 1, 2, \dots, 10$  ทั้งหมด 11 ค่า

14. จำนวนคำตอบทั้งหมดของสมการ  $2^x = 2x - x^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีคำตอบ)
2. 1
3. 2
4. 3
5. มากกว่า 3

ตอบ 1

สังเกตว่าฝั่งซ้าย  $2^x$  เป็นเอกซ์โพเนนเชียล แต่ฝั่งขวา  $2x - x^2$  เป็นพหุนาม จึงไม่สามารถแก้สมการแบบปกติได้

→ จะใช้กราฟมาช่วยในการแก้สมการ โดยดูว่ากราฟ  $y = 2^x$  และกราฟ  $y = 2x - x^2$  ตัดกันที่จุดไหนบ้าง

$y = 2^x$  เป็นเอกซ์โพเนนเชียล → กราฟจะผ่านจุด  $(0, 1)$  เสมอ

→ เทียบกับ  $y = a^x$  จะได้ฐาน  $a = 2$  เป็นแบบฐาน  $> 1$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

$y = 2x - x^2$  เป็นฟังก์ชันกำลังสอง → เทียบกับ  $y = ax^2 + bx + c$  จะได้  $a = -1, b = 2, c = 0$

→  $a$  เป็นลบ จะเป็นพาราโบลาคว่ำ

→ จุดยอด  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}) = (-\frac{2}{2(-1)}, \frac{4(-1)(0) - 2^2}{4(-1)}) = (1, 1)$

→ จุดตัดแกน Y แทน  $x = 0$  จะได้  $y = 2(0) - 0^2 = 0$  → ตัดที่  $(0, 0)$

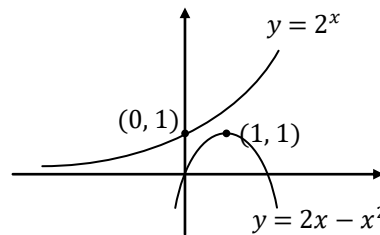
นำข้อมูลที่ได้อามาวาดกราฟทั้งสอง ลงบนแกนเดียวกัน จะได้ดังรูป

เนื่องจาก  $y = 2^x$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มที่ผ่าน  $(0, 1)$

แต่  $y = 2x - x^2$  มีจุดสูงสุดอยู่ที่  $(1, 1)$  และผ่าน  $(0, 0)$

กราฟทั้งสอง จึงไม่มีวันตัดกันได้

ดังนั้น สมการ  $2^x = 2x - x^2$  จึงเป็นสมการที่ไม่มีคำตอบ



15. จุดที่กราฟ  $y = \frac{1}{2}(4^{2x+1}) - 16$  ตัดแกน X คือจุดในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-\frac{3}{4}, 1)$
2.  $(-\frac{1}{2}, 0)$
3.  $(\frac{1}{2}, 0)$
4.  $(\frac{3}{4}, 0)$
5.  $(\frac{5}{4}, 0)$

ตอบ 4

หาจุดตัดแกน X ต้องแทน  $y = 0$  → จะได้  $0 = \frac{1}{2}(4^{2x+1}) - 16$

$$16 = \frac{1}{2}(4^{2x+1})$$

$$32 = 4^{2x+1}$$

$$2^5 = (2^2)^{2x+1}$$

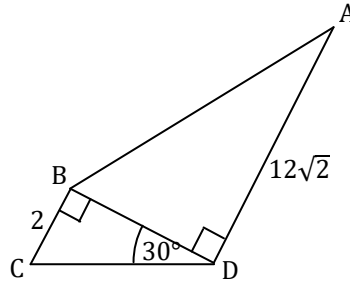
$$2^5 = 2^{4x+2}$$

$$5 = 4x + 2$$

$$\frac{3}{4} = x \rightarrow \text{จะได้จุดตัดคือ } (\frac{3}{4}, 0)$$



16. จากรูป ถ้า  $\widehat{ADB} = \widehat{BDC} = 90^\circ$   
 $\widehat{BCD} = 30^\circ$   
 $BC = 2$  หน่วย  
 และ  $AD = 12\sqrt{2}$  หน่วย  
 แล้ว  $\sin \widehat{BAD}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1.  $\frac{1}{5}$       2.  $\frac{1}{4}$       3.  $\frac{1}{3}$       4.  $\frac{\sqrt{2}}{9}$       5.  $\frac{2}{9}$

ตอบ 1

$\sin \widehat{BAD} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{BD}{AB} \rightarrow$  ต้องหา BD กับ AB มาแทน

จาก  $\triangle BCD$  จะได้  $\tan 30^\circ = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{BC}{BD}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{BD}$$

$$BD = 2\sqrt{3}$$

ใช้พีทาโกรัสที่  $\triangle BAD$  จะได้  $AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (12\sqrt{2})^2}$

$$= \sqrt{12 + 288} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

ดังนั้น  $\sin \widehat{BAD} = \frac{BD}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{5}$

17. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก ถ้าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีความยาวเรียงกันจากน้อยไปมากเป็นลำดับเลขคณิต แล้ว  $\cos A + \cos B$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{5}{7}$       2.  $\frac{6}{7}$       3. 1      4.  $\frac{7}{6}$       5.  $\frac{7}{5}$

ตอบ 5

เนื่องจากด้านทั้งสาม เรียงเป็นลำดับเลขคณิต

สมมติให้ด้านที่สั้นที่สุด =  $x$   
 สมมติให้ผลต่างร่วม =  $d$  } จะได้ความยาวด้านเรียงจากน้อยไปมาก คือ  $x, x+d, x+2d$

$\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มุมฉาก  $\rightarrow$  พีทาโกรัส จะได้  $x^2 + (x+d)^2 = (x+2d)^2$

$$x^2 + x^2 + 2dx + d^2 = x^2 + 4dx + 4d^2$$

$$x^2 - 2dx - 3d^2 = 0$$

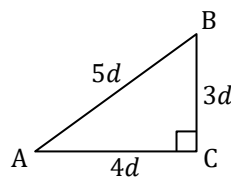
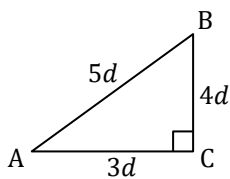
$$(x-3d)(x+d) = 0$$

$$x = 3d, -d$$

แต่  $x = -d$  ไม่ได้ เพราะ  $d \geq 0$  แต่  $x$  ต้องเป็นบวก (เพราะ  $x$  เป็นความยาวด้าน)  $\rightarrow$  จึงสรุปได้ว่า  $x = 3d$

แทน  $x = 3d$  ในความยาวด้านทั้งสาม  $\rightarrow x, x+d, x+2d$   
 $3d, 3d+d, 3d+2d$   
 $3d, 4d, 5d$

$5d$  จะเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก (เพราะยาวที่สุด) แต่  $3d$  กับ  $4d$  ยังไม่รู้ว่าเป็นด้านไหน  $\rightarrow$  วาดรูปได้ 2 แบบ



รูปแรก :  $\cos A + \cos B = \frac{3d}{5d} + \frac{4d}{5d} = \frac{7d}{5d} = \frac{7}{5}$

รูปสอง :  $\cos A + \cos B = \frac{4d}{5d} + \frac{3d}{5d} = \frac{7d}{5d} = \frac{7}{5}$

จะเห็นว่า ทั้งสองรูป ได้คำตอบเท่ากัน คือ  $\frac{7}{5}$

18. จากการสำรวจนักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 500 คน พบว่าแต่ละคนเป็นสมาชิกของชมรมดนตรีไทย หรือ ชมรมดนตรีสากล หรือชมรมศิลปะอย่างน้อยหนึ่งชมรม

ถ้า มีนักเรียน 220 คน เป็นสมาชิกของชมรมศิลปะอย่างเดียว

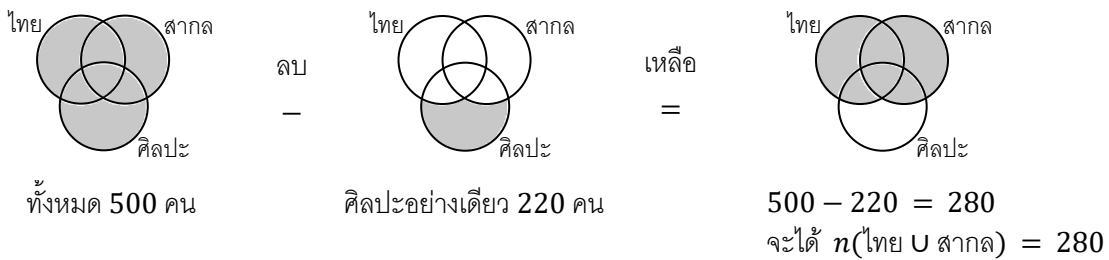
มีนักเรียน 90 คน เป็นสมาชิกทั้งชมรมดนตรีไทยและชมรมดนตรีสากล

มีนักเรียนที่เป็นสมาชิกชมรมดนตรีสากลไม่เกิน 100 คน

แล้วจำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกของชมรมดนตรีไทยมีอย่างน้อยที่สุด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 90 คน
2. 120 คน
3. 150 คน
4. 220 คน
5. 270 คน

ตอบ 5



แทนค่า  $n(\text{ไทย} \cup \text{สากล}) = 280$  ลงในสูตร Inclusive - Exclusive ดังนี้

$$\begin{aligned}
 n(\text{ไทย} \cup \text{สากล}) &= n(\text{ไทย}) + n(\text{สากล}) - n(\text{ไทย} \cap \text{สากล}) \\
 280 &= n(\text{ไทย}) + n(\text{สากล}) - 90 \quad \leftarrow \text{โจทย์กำหนด} \\
 370 - n(\text{ไทย}) &= n(\text{สากล}) \\
 370 - n(\text{ไทย}) &\leq 100 \quad \leftarrow \text{โจทย์ให้ ชมรมดนตรีสากล ไม่เกิน 100 คน} \\
 270 &\leq n(\text{ไทย})
 \end{aligned}$$

จะได้ ชมรมดนตรีไทย  $\geq 270$  คน  $\rightarrow$  อย่างน้อย 270 คน

19. ชาวประมงคนหนึ่ง สังเกตแสงไฟฉายจากประภาคารแห่งหนึ่งได้ดังนี้

วินาทีที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
แสงไฟ	สว่าง	สว่าง	มืด	สว่าง	มืด	สว่าง	สว่าง	มืด	สว่าง	มืด	สว่าง	สว่าง	...

ถ้าลักษณะการส่องสว่างของแสงไฟจากประภาคารแห่งนี้มีรูปแบบที่แน่นอนตายตัว

แล้วในวินาทีที่ 97, 98 และ 99 การส่องสว่างของแสงไฟจะเป็นดังข้อใดต่อไปนี้

1. สว่าง สว่าง มืด
2. สว่าง มืด สว่าง
3. มืด สว่าง สว่าง
4. มืด มืด สว่าง
5. มืด สว่าง มืด

ตอบ 2

สังเกตว่า แสงไฟ วนซ้ำแบบเดิมทุกๆ 5 วินาที โดยรูปแบบการซ้ำคือ "สว่าง สว่าง มืด สว่าง มืด"

และเนื่องจาก 97, 98 และ 99 หารด้วย 5 เหลือเศษ 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

ดังนั้นวินาทีที่ 97, 98 และ 99 จะมีแสงไฟเหมือนกับวินาทีที่ 2, 3 และ 4 นั่นคือ สว่าง มืด สว่าง

20. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} x + 3 & , x < 1 \\ 4x^2 & , x \geq 1 \end{cases}$   
 ถ้า  $f(f(c)) = 9$  แล้ว  $c$  มีค่าอยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-2, -1)$
2.  $(-1, 0)$
3.  $(0, 1)$
4.  $(1, 2)$
5.  $(2, 3)$

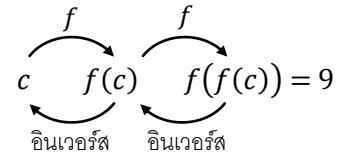
ตอบ 1

ข้อนี้เราต้องหาว่า 9 “ย้อน  $f$  กลับไปสองครั้ง” ได้  $c$  เท่ากับเท่าไร

โดยจะหาอินเวอร์สของ  $f$  แล้วแทน 9 กลับไป 2 ครั้ง ดังรูป

จะหาอินเวอร์ส โดยแทน  $f(x)$  ด้วย  $y$  แล้วเปลี่ยน  $x$  เป็น  $y$  เปลี่ยน  $y$  เป็น  $x$

โดยจะแยกคิดเป็นกรณี ตามการแบ่งกรณีของ  $f(x)$  ดังนี้



สูตรบน

$$\begin{aligned} y &= x + 3 && \text{เมื่อ } x < 1 && \text{เมื่อ } x < 1 \text{ จะได้ } y < 4 \\ y &= x + 3 && \text{เมื่อ } x < 1, y < 4 \\ x &= y + 3 && \text{เมื่อ } y < 1, x < 4 && \text{สลับ } x, y \\ x - 3 &= y && \text{เมื่อ } y < 1, x < 4 \end{aligned}$$

สูตรล่าง

$$\begin{aligned} y &= 4x^2 && \text{เมื่อ } x \geq 1 && \text{เมื่อ } x \geq 1 \text{ จะได้ } y \geq 4 \\ y &= 4x^2 && \text{เมื่อ } x \geq 1, y \geq 4 \\ x &= 4y^2 && \text{เมื่อ } y \geq 1, x \geq 4 && \text{สลับ } x, y \\ \sqrt{\frac{x}{4}} &= y && \text{เมื่อ } y \geq 1, x \geq 4 \\ &&& \text{(ไม่ต้องเป็น } \pm\sqrt{\quad} \text{ เพราะ } y \text{ เป็นบวก)} \end{aligned}$$

รวมสองกรณี จะได้อินเวอร์สคือ  $y = \begin{cases} x - 3 & , x < 4 \\ \sqrt{\frac{x}{4}} & , x \geq 4 \end{cases}$

หาอินเวอร์สรอบแรก : แทน  $x = 9 \rightarrow$  เนื่องจาก  $9 \geq 4$  ต้องใช้สูตรล่าง จะได้  $y = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

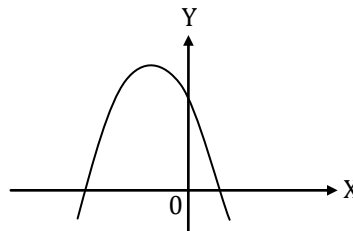
หาอินเวอร์สรอบสอง : แทน  $x = \frac{3}{2} \rightarrow$  เนื่องจาก  $\frac{3}{2} < 4$  ต้องใช้สูตรบน จะได้  $y = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$

ดังนั้น  $c = -\frac{3}{2}$  ซึ่งจะอยู่ในช่วง  $(-2, -1)$  ในข้อ 1

21. ถ้าสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  มีกราฟดังรูป

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- |            |                |
|------------|----------------|
| ก. $a > 0$ | ข. $b > 0$     |
| ค. $c < 0$ | ง. $c - a > 0$ |



จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. มากกว่า 3

ตอบ 2

ก. กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ จะสรุปได้ว่า  $a$  เป็นลบ  $\rightarrow$  ก. ผิด

ข. ค่า  $b$  จะปรากฏในสูตรจุดยอด  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

จะเห็นว่า จุดยอดของพาราโบลา อยู่ในจุดภาคที่ 2 ซึ่งจะมีค่า  $x$  เป็นลบ ดังนั้น  $-\frac{b}{2a}$  ต้องเป็นลบ

ดังนั้น  $\frac{b}{2a}$  ต้องเป็นบวก

แต่จากข้อ ก. ได้ว่า  $a$  เป็นลบ ดังนั้น  $b$  ต้องเป็นลบ จึงจะทำให้  $\frac{b}{2a}$  เป็นบวกได้  $\rightarrow$  ข. ผิด

- ค. ค่า  $c$  จะเกี่ยวข้องกับจุดตัดแกน  $Y$  เพราะเมื่อแทน  $x = 0$  จะได้  $y = a(0^2) + b(0) + c = c$   
 นั่นคือ พาราโบลาจะตัดแกน  $Y$  ที่  $(0, c)$   
 ซึ่งจากรูปกราฟจะเห็นว่ากราฟตัดแกน  $Y$  ที่ด้านบน ซึ่งจะได้พิกัด  $y$  เป็นบวก ดังนั้น จะได้  $c$  เป็นบวก  $\rightarrow$  ค. ผิด
- ง. จากข้อ ค. จะได้  $c$  เป็นบวก และจากข้อ ก. จะได้  $a$  เป็นลบ ซึ่งจะได้  $-a$  เป็นบวก  
 ดังนั้น  $c - a = c + (-a) = \text{บวก} + \text{บวก} > 0 \rightarrow$  ง. ถูก

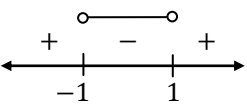
22. ถ้า  $a > 1$  แล้วช่วง  $(0, a)$  เป็นสับเซตของเซตคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $ax^2 - a < 0$                       2.  $ax^2 + a < 0$                       3.  $ax - a^2 < 0$   
 4.  $ax + a^2 < 0$                       5.  $a^2x - a < 0$

ตอบ 3

1.  $ax^2 - a < 0$   
 $x^2 - 1 < 0$   
 $(x + 1)(x - 1) < 0$

$\rightarrow \div a$  ตลอด (ไม่ต้องกลับน้อยกว่า เป็นมากกว่าเพราะ  $a$  เป็นบวก)



จะได้เซตคำตอบ =  $(-1, 1)$

2.  $ax^2 + a < 0$   
 ทั้ง  $ax^2$  และ  $a$  ไม่เป็นจำนวนลบ จึงไม่สามารถบวกกันแล้ว  $< 0$  ได้  
 ดังนั้น เซตคำตอบ =  $\emptyset$

3.  $ax - a^2 < 0$   
 $x - a < 0$   
 $x < a$   
 จะได้เซตคำตอบ =  $(-\infty, a)$

$\rightarrow \div a$  ตลอด

4.  $ax + a^2 < 0$   
 $x + a < 0$   
 $x < -a$   
 จะได้เซตคำตอบ =  $(-\infty, -a)$

$\rightarrow \div a$  ตลอด

5.  $a^2x - a < 0$   
 $x - \frac{1}{a} < 0$   
 $x < \frac{1}{a}$   
 จะได้เซตคำตอบ =  $(-\infty, \frac{1}{a})$

$\rightarrow \div a^2$  ตลอด

$\rightarrow$  เมื่อ  $a > 1$  จะเห็นว่า  $(0, a)$  เป็น สับเซตของ  $(-\infty, a)$  ในข้อ 3.

23. ด.ญ. ปาหนัน ได้รางวัลจากการแข่งขันตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเงิน 1,800 บาท เธอตั้งใจจะออมนเงินและนำมารวมกับเงินรางวัลที่ได้ เพื่อซื้อหนังสือนวนิยายชุดหนึ่ง ราคา 3,700 บาท ถ้าในวันแรก ด.ญ. ปาหนัน ออมนเงินไว้ 10 บาท และในวันต่อมาจะออมเพิ่มจากวันก่อนหน้าวันละ 10 บาท ทุกๆวัน แล้วจำนวนวันที่น้อยที่สุดที่ ด.ญ. ปาหนันต้องออมนเงินเพื่อให้พอซื้อหนังสือชุดดังกล่าว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 17 วัน                      2. 18 วัน                      3. 19 วัน  
 4. 20 วัน                      5. 21 วัน

ตอบ 3

วันแรก ออม 10 บาท วันต่อมาออมเพิ่มวันละ 10 บาท  $\rightarrow$  ดังนั้น วันที่ 2 ออม 20 บาท, วันที่ 3 ออม 30 บาท, ...  
 จะเห็นว่าเงินออมในแต่ละวันเพิ่มเป็นลำดับเลขคณิต (เงินออมวันแรก  $a_1 = 10$  บาท และ เพิ่มวันละ  $d = 10$  บาท)

ดังนั้น เมื่อผ่านไป  $n$  วัน จะหาผลรวมเงินออมได้จากสูตรอนุกรมเลขคณิต  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$

$$= \frac{n}{2}(2(10) + (n - 1)(10))$$

$$= 10n + n(n - 1)(5)$$

$$= 5n^2 + 5n$$

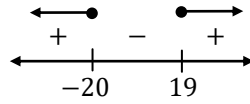
ป้าหนั้น จะซื้อนียายได้เมื่อ เงินรางวัลตอบปัญหา + เงินออม  $\geq$  ราคานียาย

$$1800 + 5n^2 + 5n \geq 3700$$

$$5n^2 + 5n - 1900 \geq 0$$

$$n^2 + n - 380 \geq 0$$

$$(n + 20)(n - 19) \geq 0$$



$\rightarrow$  แต่  $n$  คือจำนวนวัน ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก  
จะได้  $n$  น้อยสุดที่เป็นคำตอบได้ คือ 19 วัน

24. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$  เป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ  $\frac{1}{3}$

และ  $b_n = 8^{a_n}$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$

ถ้า  $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{10} = 2^{15}$  แล้ว  $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{5111}{64}$       2.  $\frac{7227}{4}$       3.  $\frac{1023}{8}$       4.  $\frac{8661}{64}$       5.  $\frac{2027}{8}$

ตอบ 3

$$\begin{aligned} \text{จาก } b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{10} &= 2^{15} \\ 8^{a_1} \cdot 8^{a_2} \cdot 8^{a_3} \cdot \dots \cdot 8^{a_{10}} &= 2^{15} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} b_n = 8^{a_n} \\ 8^{a_1+a_2+a_3+\dots+a_{10}} &= 2^{15} \\ 8^{\frac{10}{2}(2a_1+(10-1)(\frac{1}{3}))} &= 2^{15} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \\ 8^{10a_1+15} &= 2^{15} \\ (2^3)^{10a_1+15} &= 2^{15} \\ 2^{3(10a_1+15)} &= 2^{15} \\ 30a_1 + 45 &= 15 \\ a_1 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_1 = -1 \text{ และ } d = \frac{1}{3} \text{ จะได้ลำดับ } a_1, a_2, a_3, \dots \text{ คือ } -1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \dots \\ \text{จะได้ลำดับ } b_1, b_2, b_3, \dots \text{ คือ } 8^{-1}, 8^{-\frac{2}{3}}, 8^{-\frac{1}{3}}, \dots \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} b_n = 8^{a_n} \\ = (2^3)^{-1}, (2^3)^{-\frac{2}{3}}, (2^3)^{-\frac{1}{3}}, \dots \\ = 2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1}, \dots \\ = \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots \end{aligned}$$

จะเห็นว่าลำดับ  $b_1, b_2, b_3, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์แรก  $= \frac{1}{8}$  และอัตราส่วนร่วม  $r = 2$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} \text{ จะได้ } b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10} &= \frac{\frac{1}{8}(2^{10}-1)}{2-1} = \frac{1}{8}(1024-1) \\ &= \frac{1023}{8} \end{aligned}$$

25. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 120 คน และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานเท่ากับ 25 ปี โดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานชายและพนักงานหญิงเป็น 21 ปี และ 27 ปี ตามลำดับ ถ้า  $n$  คือจำนวนพนักงานหญิงแล้ว  $n$  มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. [70, 72]
2. [73, 75]
3. [76, 78]
4. [79, 81]
5. [82, 84]

ตอบ 4

มีพนักงาน 120 คน เป็นหญิง  $n$  คน ดังนั้น เป็นชาย  $120 - n$  คน

$$\text{จากสูตรค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก จะได้ } \bar{x}_{\text{รวม}} = \frac{N_{\text{ชาย}} \bar{x}_{\text{ชาย}} + N_{\text{หญิง}} \bar{x}_{\text{หญิง}}}{N_{\text{ชาย}} + N_{\text{หญิง}}}$$

$$25 = \frac{(120-n)(21) + (n)(27)}{120}$$

	$N$	$\bar{x}$
ชาย	$120 - n$	21
หญิง	$n$	27
รวม	120	25

$$25(120) = (120)(21) - 21n + 27n$$

$$25(120) - (120)(21) = 6n$$

$$(120)(25 - 21) = 6n$$

$$(20)(4) = n$$

$$80 = n$$

→ อยู่ในช่วง [79, 81]

26. ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ทุกชุดมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10

ชุด A : 8 , 9 , 9 , 10 , 10 , 10 , 11 , 11 , 12

ชุด B : 7 , 8 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 12 , 13

ชุด C : 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 13 , 14

ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุด A, B และ C เท่ากับ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ตามลำดับ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1.  $a < b < c$
2.  $a < c < b$
3.  $b < c < a$
4.  $b < a < c$
5.  $c < b < a$

ตอบ 1

จะใช้สูตร  $s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$  คำนวณ  $a, b, c$  ออกมาก็ได้ แต่ข้อมูลในข้อนี้สามารถเรียง  $a, b, c$  ได้โดยไม่ต้องคำนวณ

เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นค่าที่ขึ้นกับระยะห่างของข้อมูลแต่ละตัว กับ  $\bar{x}$

ดังนั้น ยังมีข้อมูลที่ห่างจาก  $\bar{x}$  มาก ก็จะทำให้ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ามาก

	$\bar{x}$									
ชุด A		8	9	9	10	10	10	11	11	12
ชุด B	7	8	8	9	10	11	12	12	13	
ชุด C	6	7	8	9	10	11	12	13	14	

จะเห็นว่า ข้อมูลชุด A จะเกาะกลุ่มกันอยู่แถวๆ  $\bar{x}$  มากกว่า ในขณะที่ข้อมูลชุด C มีการกระจายออกห่างจาก  $\bar{x}$  มากที่สุด

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด A จะน้อยที่สุด ในขณะที่ข้อมูลชุด C จะมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากที่สุด

ดังนั้น  $a < b < c$

27. แผนภาพ ต้น-ใบ ต่อไปนี้ เป็นคะแนนสอบของผู้สมัครงาน จำนวน 39 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง

3	0	4	5	6	6			
4	1	3	3	6	7	8	8	
5	2	4	5	5	7			
6	0	1	1	4	4	5	9	
7	1	2	2	3	3	6	7	7
8	1	3	5	8	9			
9	1	2						

ถ้าผู้ที่ได้รับคัดเลือกเข้าทำงานต้องมีคะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 85 ขึ้นไป แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของผู้ที่ได้รับคัดเลือก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 87 คะแนน
2. 88 คะแนน
3. 89 คะแนน
4. 90 คะแนน
5. 90.67 คะแนน

ตอบ 2

$$P_{85} \text{ จะอยู่ที่ตัวที่ } \frac{85(N+1)}{100} = \frac{85(39+1)}{100} = 34$$

ดังนั้น ผู้ได้รับคัดเลือก คือ ข้อมูลตัวที่ 34 ไปจนถึงตัวสุดท้าย (= ตัวที่ 39)

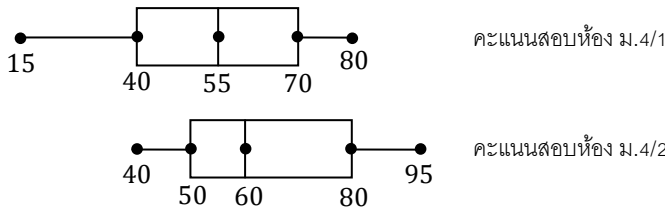
8	1	3	5	8	9		
9	1	2					

นับจากตัวสุดท้ายย้อนขึ้นมาจนถึงตัวที่ 34

จะได้ผู้ได้รับคัดเลือก จะมี 83, 85, 88, 89, 91, 92

$$\text{จะได้ค่าเฉลี่ย} = \frac{83 + 85 + 88 + 89 + 91 + 92}{6} = \frac{528}{6} = 88$$

28. จากผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.4 ซึ่งประกอบด้วยห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 ที่มีจำนวนนักเรียนห้องละ 40 คน เท่ากัน ได้ผลสรุปของคะแนนสอบเป็นแผนภาพกล่องดังนี้

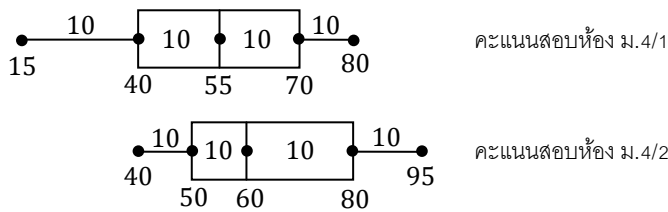


ถ้าในการสอบครั้งนี้ครูให้ระดับคะแนน 1 แก่ผู้ที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 40 คะแนน และให้ระดับคะแนน 4 แก่ผู้ที่สอบได้คะแนนมากกว่า 80 คะแนน แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.4 เท่ากับ 80 คะแนน
  - ข. นักเรียนชั้น ม.4 ที่ได้ระดับคะแนน 1 มีไม่เกิน 10 คน
  - ค. นักเรียนชั้น ม.4 ที่ได้ระดับคะแนน 4 มีไม่เกิน 10 คน
  - ง. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.4 เท่ากับ 57.5 คะแนน
- จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
  2. 1
  3. 2
  4. 3
  5. มากกว่า 3

**ตอบ 4**

แต่ส่วนของแผนภาพกล่อง จะคิดเป็น  $\frac{1}{4}$  ของข้อมูลทั้งหมด  
 เนื่องจากมีนักเรียนห้องละ 40 คน  $\rightarrow$  จะได้ส่วนละ  $\frac{40}{4} = 10$  คน ดังรูป



- ก. น้อยสุด  $\rightarrow$  อยู่ห้อง 4/1 = 15 คะแนน  
 มากสุด  $\rightarrow$  อยู่ห้อง 4/2 = 95 คะแนน ดังนั้น พิสัย = มากสุด - น้อยสุด =  $95 - 15 = 80 \rightarrow$  ก. ถูก
- ข. ได้ระดับ 1 คือคะแนนน้อยกว่า 40 คะแนน ซึ่งจะเห็นว่าห้อง 4/1 มี 10 คน แต่ห้อง 4/2 ไม่มีเลย  
 รวมทั้งสองห้อง มี 10 คน  $\rightarrow$  ไม่ได้มีมากกว่า 10 คน ดังนั้น ข. ถูก
- ค. ได้ระดับ 4 คือคะแนนมากกว่า 80 คะแนน ซึ่งจะเห็นว่าห้อง 4/1 ไม่มีเลย แต่ห้อง 4/2 มี 10 คน  
 รวมทั้งสองห้อง มี 10 คน  $\rightarrow$  ไม่ได้มีมากกว่า 10 คน ดังนั้น ค. ถูก
- ง. แผนภาพกล่อง จะบอกแค่  $x_{\min}, Q_1, Q_2, Q_3, x_{\max}$   
 ซึ่งหากข้อมูลไม่ได้แจกแจงแบบปกติ จะไม่สามารถสรุปเกี่ยวกับ  $\bar{x}$  ได้  $\rightarrow$  ง. ผิด



29. ให้  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก จากข้อมูลที่เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ของนักเรียนจำนวน 10 คน เป็นดังนี้ 10,  $x$ , 11, 10, 15, 12, 14, 10, 13, 16
- ถ้าข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐานมากกว่าฐานนิยมอยู่ 2 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนกลุ่มนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1. 10 คะแนน
  2. 11 คะแนน
  3. 11.5 คะแนน
  4. 12 คะแนน
  5. 12.3 คะแนน

ตอบ 5

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก (ไม่รวม  $x$  ที่ยังไม่รู้) จะได้ 10, 10, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16  
 จะเห็นว่ามี 10 ซ้ำกันสามตัว แต่ค่าอื่นไม่ซ้ำเลย ดังนั้น ไม่ว่า  $x$  จะเป็นอะไร ก็จะซ้ำไม่ชนะ 10  $\rightarrow$  จะได้ฐานนิยม = 10  
 โจทย์กำหนดให้ มัธยฐานมากกว่าฐานนิยมอยู่ 2  $\rightarrow$  จะได้มัธยฐาน = 12  
 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนด ถ้าไม่นับ  $x$  จะเห็นว่า 12 อยู่ตำแหน่งตรงกลางของข้อมูลพอดี

$$\{10, 10, 10, 11\}, 12, \{13, 14, 15, 16\}$$

แต่ถ้าเพิ่ม  $x$  เข้าไปอีกหนึ่งค่า ไม่ว่าจะเพิ่มตรงไหน ก็จะทำให้ 12 ไม่อยู่ตรงกลางอีกต่อไป (ยกเว้นเมื่อ  $x = 12$ )  
 แต่ 12 ต้องเป็นมัธยฐาน ต้องอยู่ตรงกลางของข้อมูล จึงสรุปได้ว่า  $x$  ต้องเท่ากับ 12 เท่านั้น  
 จะได้ค่าเฉลี่ย =  $\frac{10 + 10 + 10 + 11 + 12 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16}{10} = \frac{123}{10} = 1.23$

30. กล่องใบหนึ่งบรรจุฉลากซึ่งเขียนหมายเลข 100, 101, 102, ..., 998, 999 ใฉลากละหนึ่งหมายเลข  
 ถ้าสุ่มหยิบฉลาก 1 ใบจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่ฉลากที่หยิบมามีผลคูณของเลข 3 หลัก เป็นจำนวนคู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1.  $\frac{1}{2}$
  2.  $\frac{2}{3}$
  3.  $\frac{29}{36}$
  4.  $\frac{77}{90}$
  5.  $\frac{31}{36}$

ตอบ 5

ผลคูณเป็นเลขคู่ จะนับยาก เพราะเป็นไปได้หลายแบบ (แค่นี้ “อย่างน้อย 1 หลัก” เป็นเลขคู่ ก็จะได้ผลคูณเป็นเลขคู่)  
 จะเห็นว่านับแบบตรงข้ามง่ายกว่า  $\rightarrow$  ผลคูณเป็นเลขคี่เมื่อ “ทุกหลัก” เป็นจำนวนคี่  
 เลขคี่ มี 1, 3, 5, 7, 9 ทั้งหมด 5 แบบ ดังนั้น จำนวนฉลากที่ทั้ง 3 หลักเป็นเลขคี่ =  $5 \times 5 \times 5 = 125$  ใบ  
 และจากจำนวนฉลากทั้งหมด =  $999 - 100 + 1 = 900$  ใบ  
 ดังนั้น จำนวนฉลากที่ผลคูณเลข 3 หลักเป็นเลขคู่ =  $900 - 125 = 775$  ใบ  
 จะได้ความน่าจะเป็น ที่ฉลากมีผลคูณเลข 3 หลักเป็นเลขคู่ =  $\frac{775}{900} = \frac{31}{36}$

เครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ และเฉลยคำตอบ จาก อ.ปิง GTRmath

ขอบคุณ คุณ Chalermpong ChokkijchaiView

และ คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book

และ น้อง บุญช่วย ฤทธิเทพ

ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร