

วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ 2 (ธ.ค. 58)

วันอาทิตย์ที่ 27 ธันวาคม 2558 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ b เท่ากับ 3 เท่าของค่าสัมบูรณ์ของ a และ b มากกว่า a อยู่ 12

แล้ว $a + 2b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 15 | 3. 18 |
| 4. 21 | 5. 30 | |

2. $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| 1. $\sqrt{2} - 1$ | 2. $1 + \sqrt{2}$ | 3. $2 + \sqrt{2}$ |
| 4. $\sqrt{6}$ | 5. $1 + 2\sqrt{2}$ | |

3. พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r_1 = \{ (1,2), (1,3), (2,4), (3,6), (5,10) \}$$

$$r_3 = \{ (x,y) \mid y = x^2 + 1 \}$$

$$r_2 = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,4), (5,5) \}$$

$$r_4 = \{ (x,y) \mid |y| = x \}$$

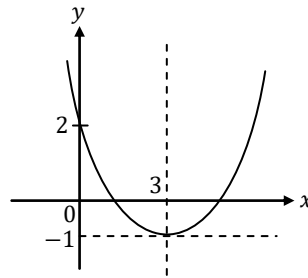
จำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|--------------|------|------|
| 1. 0 (ไม่มี) | 2. 1 | 3. 2 |
| 4. 3 | 5. 4 | |

4. รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B และมุม C เป็นมุมแหลม เมื่อลากเส้นจากจุด A มาตั้งฉากกับด้าน BC ที่จุด D จะได้ AD ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของ AB และ AD ยาวเท่ากับ DC มุม A มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 1. 75° | 2. 90° | 3. 105° |
| 4. 120° | 5. 135° | |

5. ถ้าสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ มีกราฟดังรูป



แล้ว $a + h + k$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{3}$
 2. $\frac{17}{3}$
 3. $\frac{23}{4}$
 4. $\frac{25}{4}$
 5. 6
6. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่ง $a_6 = -8$ แล้ว $a_1 \cdot a_{11}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -64
 2. -24
 3. 8
 4. 24
 5. 64

7. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้า $a_1 = 5$ และ $a_4 = 11$ แล้วผลบวก 20 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 480
 2. 490
 3. 500
 4. 520
 5. 540

8. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $x, 12, 14, 12.5, 11, 9.5, 8, 10, 11.5, 10.5$
 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับฐานนิยม แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด
1. 9.5
 2. 10
 3. 10.5
 4. 11
 5. 11.5

9. กล่องใบหนึ่งมีผ้ารูปสี่เหลี่ยม 8 ผืน ซึ่งมีความกว้างและยาว (ฟุต) ดังนี้

$\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}, \{6, 8\}, \{8, 10\}$

ถ้าสุ่มหยิบ 1 ผืนจากกล่องใบนี้ แล้วความน่าจะเป็นที่ความยาวของเส้นทแยงมุมของผ้าผืนนี้เป็นจำนวนเต็ม เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\frac{1}{8}$
2. $\frac{2}{8}$
3. $\frac{3}{8}$
4. $\frac{4}{8}$
5. $\frac{5}{8}$

10. ถ้าเวลาที่ใช้ในการรอรถประจำทางในช่วง 6.00 – 8.00 น. ของพนักงานจำนวน 100 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง มีการแจกแจงความถี่ดังนี้

เวลาที่รอรถ (นาที)	จำนวนพนักงาน (คน)
0 – 9	10
10 – 19	60
20 – 29	20
30 – 39	10

แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเวลาที่ใช้ในการรอรถประจำทางของพนักงาน 100 คนนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 16.5 นาที
2. 17 นาที
3. 17.5 นาที
4. 18 นาที
5. 18.5 นาที

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. กำหนดให้ $a = 2^5$, $b = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ และ $c = \frac{2^{30}}{5^{10}}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $b < a < c$
5. $c < a < b$

12. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $(|x - 2| - 1)(|2x - 1| - 2) = 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

13. กำหนดให้ $A = \{x \mid x^2 - 9x - 10 \leq 0\}$ $B = \{x \mid 5 - 3x > 7 - 4x\}$

และ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x \in A \cap B\}$

จำนวนสมาชิกของ C เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4
2. 5
3. 8
4. 9
5. 12

14. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (4)^{x^2+x} = 8$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

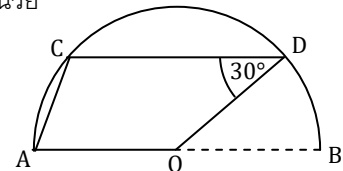
1. $-\frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{4}$
4. 1
5. $\frac{3}{2}$

15. จากรูป ถ้ากำหนดให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี 10 หน่วย

มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

มีคอร์ด CD ขนานกับ AB และ $\angle ODC = 30^\circ$

พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $AODC$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1. 50 ตารางหน่วย
2. $20(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
3. 60 ตารางหน่วย
4. $25(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
5. $50\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน AB ยาว 20 หน่วย และ $\tan B = \frac{3}{4}$

ถ้า D เป็นจุดบนด้าน BC โดยที่ AD ยาว 13 หน่วย แล้ว $\cos \angle ADC$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{13}$
2. $\frac{4}{12}$
3. $\frac{5}{13}$
4. $\frac{5}{12}$
5. $\frac{12}{13}$

17. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ถ้า $S = \{n \mid n \in A \text{ โดยที่ } n \text{หารด้วย } 2 \text{ หรือ } 5 \text{ ลงตัว แต่หารด้วย } 10 \text{ ไม่ลงตัว}\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 40
2. 45
3. 50
4. 55
5. 60

18. ในการสอบถามผู้ที่มาเที่ยวงานประกวดสัตว์เลี้ยงจำนวน 50 คน เรื่องเลี้ยงสุนัข แมว และกระต่ายเป็นสัตว์เลี้ยง

พบว่า	ผู้ที่ไม่เลี้ยงสัตว์ทั้ง 3 ชนิดเลย	มีจำนวน 7 คน
	ผู้ที่เลี้ยงสัตว์ทั้ง 3 ชนิด	มีจำนวน 5 คน
	ผู้ที่เลี้ยงสัตว์เพียง 2 ชนิด	มีจำนวน 22 คน
	ผู้ที่เลี้ยงสุนัข	มีจำนวน 30 คน
	ผู้ที่เลี้ยงแมว	มีจำนวน 25 คน

จำนวนผู้เลี้ยงกระต่าย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 17 คน
2. 20 คน
3. 22 คน
4. 25 คน
5. 27 คน

19. ถ้าความสัมพันธ์ของรายได้ในแต่ละเดือนของนายเดชา กับยอดขายสินค้าของเขา เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น

โดยมีตารางแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ยอดขาย (บาท)	รายได้ต่อเดือน (บาท)
0	11,000
10,000	11,800
20,000	12,600
30,000	13,400

ถ้านายเดชาต้องการมีรายได้ 25,000 บาทต่อเดือน แล้วเขาต้องมียอดขายสินค้าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 160,000 บาท
2. 175,000 บาท
3. 180,500 บาท
4. 185,000 บาท
5. 200,000 บาท

20. กำหนดให้ $2, 6, 18, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้าผลบวก n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 6,560 แล้วพจน์ที่ $2n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 1. $2(3^{15})$ | 2. $2(3^{16})$ | 3. $2(3^{17})$ |
| 4. $2(3^{18})$ | 5. $2(3^{19})$ | |

21. กำหนดให้ A คือเซตของจำนวนเต็ม ซึ่งอยู่ในช่วง $[-30, 30]$ ถ้า S คือเซตของ $m \in A$ ที่ทำให้จุดตัดของกราฟ $y = 2x^2 + x + 2m$ และกราฟ $y = mx - 8$ มีจำนวน 2 จุด แล้ว จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 18 | 2. 24 | 3. 28 |
| 4. 32 | 5. 36 | |

22. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับ ถ้า $a_1 + a_2 = 10$ และ $a_{n+2} - a_n = 3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ แล้วผลบวก $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|----------|----------|----------|
| 1. 1,180 | 2. 1,220 | 3. 1,340 |
| 4. 1,440 | 5. 1,540 | |

23. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต และ $b_n = a_{3n-2}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 11$
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11}$ เป็นลำดับเลขคณิต ข. $\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11}}{11} = a_{16}$
ค. $\frac{a_1 + a_{31}}{2} = a_{16}$ ง. $\frac{b_2 + b_{10}}{2} = a_{16}$

จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก) 2. 1 3. 2
4. 3 5. 4

24. จากการสอบถามนักเรียน 100 คน พบว่า มี 11 คน ที่ไม่เรียนพิเศษ

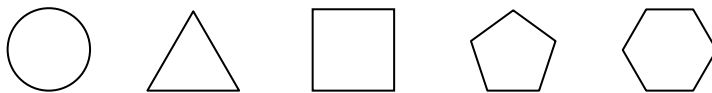
มีนักเรียนชาย 66 คน เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

และมีนักเรียนหญิง 22 คน ที่เรียนพิเศษคณิตศาสตร์อย่างเดียว

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับการเรียนพิเศษของนักเรียน 100 คนนี้

- ถ้าไม่มีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ แล้วจะมีนักเรียนชาย 67 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- ถ้ามีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ แล้วจะมีนักเรียนชาย 66 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- ถ้ามีนักเรียนชาย 67 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แล้วจะมีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
- มีนักเรียน 67 คนเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
- มีนักเรียน 88 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์

25. มีรูปวงกลม รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม และรูปหกเหลี่ยม อย่างละ 1 รูป ดังภาพ



มีสี 4 สี คือ สีฟ้า สีแดง สีเขียว และสีเหลือง ต้องการระบายสีรูปทั้ง 5 รูปนี้ รูปละ 1 สี โดยจะใช้สีซ้ำหรือไม่ก็ได้ และใช้สีครบหรือไม่ก็ได้ แต่ต้องมีรูปสีฟ้าด้วยเสมอ จำนวนวิธีที่จะระบายสีมีทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 581 2. 621 3. 678
4. 721 5. 781

26. มีเลขโดด $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ถ้าสุ่มเลขโดดนี้มาสองจำนวน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เลขโดด m, n ซึ่ง $|m - n| = 2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1. $\frac{2}{21}$ | 2. $\frac{3}{21}$ | 3. $\frac{4}{21}$ |
| 4. $\frac{5}{21}$ | 5. $\frac{6}{21}$ | |

27. คะแนนสอบวิชาประวัติศาสตร์ของนักเรียนจะนวน 12 คน เป็นดังนี้

x 70 65 49 91 72 86 78 91 92 65 45

ถ้ามัธยฐานของคะแนนสอบคือ 73 คะแนน แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1. 70 คะแนน | 2. 72 คะแนน | 3. 73 คะแนน |
| 4. 74 คะแนน | 5. 75 คะแนน | |

28. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ถ้าควอไทล์ที่หนึ่ง ที่สอง และที่สาม เท่ากับ 2, 9 และ 10 ตามลำดับ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. 6.6 | 2. 6.7 | 3. 6.8 |
| 4. 6.9 | 5. 7.0 | |

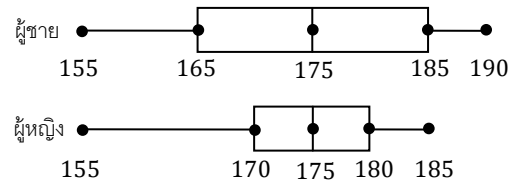
29. ฝ่ายควบคุมคุณภาพของโรงงานแห่งหนึ่ง ได้สุ่มตัวอย่างปลากะป๋องชนิดหนึ่งมา 10 กระป๋อง โดยน้ำหนัก (กรัม)

ของแต่ละกระป๋องเขียนเป็นแผนภาพต้น-ใบได้ดังนี้	14	9				
	15	0	0	4	4	5
	16	1	1	1		

ถ้ากระป๋องที่ได้มาตรฐาน ต้องมีน้ำหนักอยู่ในช่วง $(\bar{x} - \frac{9}{7}s, \bar{x} + \frac{9}{7}s)$ เมื่อ $\bar{x}$ และ s แทนค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระป๋องที่สุ่มมาตามลำดับ แล้วปลากะป๋องที่สุ่มมา มีน้ำหนักได้มาตรฐาน มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 กระป๋อง
2. 6 กระป๋อง
3. 7 กระป๋อง
4. 9 กระป๋อง
5. 10 กระป๋อง

30. จากการวัดความสูงของคน 200 คน ซึ่งประกอบด้วย ผู้ชาย 100 คน และผู้หญิง 100 คน สามารถสรุปข้อมูล ความสูง (เซนติเมตร) ของผู้ชายและผู้หญิงโดยใช้แผนภาพกล่องได้ดังนี้



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. มัธยฐานของความสูงของผู้ชาย เท่ากับมัธยฐานของความสูงของผู้หญิง
- ข. มีคนประมาณ 25% ที่สูงมากกว่าหรือเท่ากับ 185 เซนติเมตร
- ค. มีคนประมาณ 37.5% ที่มีความสูงอยู่ระหว่าง 175 ถึง 185 เซนติเมตร
- ง. ผู้ชายที่สูงน้อยกว่า 165 เซนติเมตร และผู้หญิงที่สูงน้อยกว่า 170 เซนติเมตร มีจำนวนเท่ากันโดยประมาณ

จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

เฉลย

1. 2	7. 1	13. 3	19. 2	25. 5
2. 2	8. 4	14. 1	20. 1	26. 4
3. 3	9. 2	15. 4	21. 5	27. 4
4. 3	10. 3	16. 3	22. 3	28. 1
5. 1	11. 1	17. 3	23. 5	29. 2
6. 5	12. 5	18. 2	24. 2	30. 4

แนวคิด

1. ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ b เท่ากับ 3 เท่าของค่าสัมบูรณ์ของ a และ b มากกว่า a อยู่ 12 แล้ว $a + 2b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 12 | 2. 15 | 3. 18 |
| 4. 21 | 5. 30 | |

ตอบ 2

เนื่องจากโจทย์ให้ a เป็นลบ ดังนั้น $a < 0$

จากสมบัติของค่าสัมบูรณ์ $|a| = \begin{cases} a & , a \geq 0 \\ -a & , a < 0 \end{cases}$ จึงต้องใช้เงื่อนไขล่าง และจะได้ว่า $|a| = -a$

โจทย์ให้ b เท่ากับ 3 เท่าของค่าสัมบูรณ์ของ a แสดงว่า $b = 3|a|$
 $b = 3(-a)$
 $b = -3a \quad \dots (*)$

และโจทย์ให้ b มากกว่า a อยู่ 12 แสดงว่า $b - a = 12$
 $-3a - a = 12 \quad \rightarrow \text{จาก } (*)$
 $-4a = 12$
 $a = -3$

แทน $a = -3$ ใน $(*)$ จะได้ $b = -3(-3) = 9 \rightarrow$ ดังนั้น $a + 2b = -3 + 2(9) = 15$

2. $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| 1. $\sqrt{2} - 1$ | 2. $1 + \sqrt{2}$ | 3. $2 + \sqrt{2}$ |
| 4. $\sqrt{6}$ | 5. $1 + 2\sqrt{2}$ | |

ตอบ 2

จะหา $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ ต้องหาสองจำนวนที่บวกกันได้ 3 และคูณกันได้ 2 $\rightarrow$ จะได้ 2 กับ 1
 $(2 + 1 = 3 \text{ และ } 2 \times 1 = 2)$

ดังนั้น $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{2}$

3. พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$r_1 = \{ (1,2), (1,3), (2,4), (3,6), (5,10) \}$$

$$r_2 = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,4), (5,5) \}$$

$$r_3 = \{ (x, y) \mid y = x^2 + 1 \}$$

$$r_4 = \{ (x, y) \mid |y| = x \}$$

จำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี

- | | | |
|--------------|------|------|
| 1. 0 (ไม่มี) | 2. 1 | 3. 2 |
| 4. 3 | 5. 4 | |

ตอบ 3

$$r_1 = \{ (1,2), (1,3), (2,4), (3,6), (5,10) \}$$

$$r_2 = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,4), (5,5) \}$$

1 เป็นตัวหน้าซ้ำ $\rightarrow$ ไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวหน้าไม่ซ้ำ $\rightarrow$ เป็นฟังก์ชัน

$$r_3 = \{ (x, y) \mid y = x^2 + 1 \}$$

$$\text{ให้ } x_1 = x_2$$

$$x_1^2 = x_2^2$$

$$x_1^2 + 1 = x_2^2 + 2$$

$$y_1 = y_2 \rightarrow \text{เป็นฟังก์ชัน}$$

($y = ax^2 + bx + c$ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง)

$$r_4 = \{ (x, y) \mid |y| = x \}$$

y อยู่ในค่าสัมบูรณ์ $\rightarrow$ มักจะไม่เป็นฟังก์ชัน

จะเห็นว่า $x = 1$ จับคู่ได้กับ $y = 1$ และ -1

$\rightarrow$ ไม่เป็นฟังก์ชัน

4. รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B และมุม C เป็นมุมแหลม เมื่อลากเส้นจากจุด A มาตั้งฉากกับด้าน BC ที่จุด D จะได้ AD ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของ AB และ AD ยาวเท่ากับ DC มุม A มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 75°

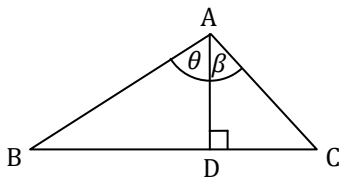
2. 90°

3. 105°

4. 120°

5. 135°

ตอบ 3

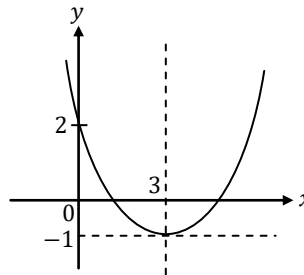


จาก $AD = \text{ครึ่งหนึ่งของ } AB$ จะได้ $\cos \theta = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \rightarrow$ ดังนั้น $\theta = 60^\circ$

จาก $AD = DC$ จะได้ $\triangle ADC$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว ดังนั้น $\beta = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$

ดังนั้น มุม A = $\theta + \beta = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$

5. ถ้าสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ มีกราฟดังรูป



แล้ว $a + h + k$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{3}$

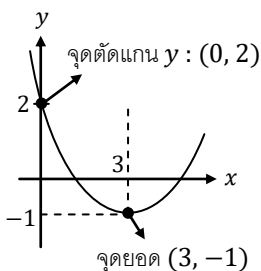
2. $\frac{17}{3}$

3. $\frac{23}{4}$

4. $\frac{25}{4}$

5. 6

ตอบ 1



จุดยอดอยู่ที่ $(3, -1) \rightarrow$ จะได้ $h = 3, k = -1$

แทน h, k ในสมการกราฟ $y = a(x - h)^2 + k$ จะได้เป็น $y = a(x - 3)^2 - 1$

และเนื่องจากกราฟตัดแกน y ที่ $(0, 2)$

ดังนั้น เมื่อ $x = 0, y = 2$ จะต้องทำให้สมการกราฟ $y = a(x - 3)^2 - 1$ เป็นจริง

$$2 = a(0 - 3)^2 - 1$$

$$3 = a(9)$$

$$\frac{1}{3} = a$$

$$\text{ดังนั้น } a + h + k = \frac{1}{3} + 3 + (-1) = \frac{7}{3}$$

6. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$ เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่ง $a_6 = -8$ แล้ว $a_1 \cdot a_{11}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -64

2. -24

3. 8

4. 24

5. 64

ตอบ 5

สูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตคือ $a_n = a_1 r^{n-1} \rightarrow$ แทน $n = 6$ จะได้ $a_6 = a_1 r^{6-1}$ โจทย์ให้ $a_6 = -8$
 $-8 = a_1 r^5 \dots (1)$

$$\rightarrow \text{แทน } n = 11 \text{ จะได้ } a_{11} = a_1 r^{11-1} \\ a_{11} = a_1 r^{10} \quad \dots(2)$$

$$\text{ดังนั้น } a_1 \cdot a_{11} = a_1 \cdot (a_1 r^{10}) = a_1^2 r^{10} = (a_1 r^5)^2 = (-8)^2 = 64$$

7. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้า $a_1 = 5$ และ $a_4 = 11$ แล้วผลบวก 20 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 480
2. 490
3. 500
4. 520
5. 540

ตอบ 1

$$\text{จากสูตรลำดับเลขคณิต } a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow \text{แทน } n = 4 \text{ จะได้ } a_4 = a_1 + (4-1)d \\ 11 = 5 + 3d \quad \text{โจทย์ให้ } a_1 = 5 \\ 6 = 3d \quad a_4 = 11 \\ 2 = d$$

$$\text{จากสูตรอนุกรมเลขคณิต } S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \\ \text{จะได้ผลบวก 20 พจน์แรก } S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + (20-1)d) \\ = 10(2(5) + (19)2) \\ = 10(10 + 38) = 480$$

8. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $x, 12, 14, 12.5, 11, 9.5, 8, 10, 11.5, 10.5$

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับฐานนิยม แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 9.5
2. 10
3. 10.5
4. 11
5. 11.5

ตอบ 4

ฐานนิยม = ข้อมูลที่ซ้ำบ่อยที่สุด แต่จะเห็นว่า ข้อมูลไม่มีตัวไหนซ้ำเลย (ยกเว้น x ที่ยังไม่รู้ค่า)

ดังนั้น x ต้องซ้ำกับตัวไหนซักตัว (ไม่งั้นข้อมูลชุดนี้จะไม่มีความถี่) ซึ่งทำให้ x กับตัวที่มันซ้ำ กลายเป็นฐานนิยม

ดังนั้น สรุปได้ว่า ฐานนิยม = $x \dots(1)$

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ทุกตัวบวกกัน}}{\text{จำนวนตัว}} = \frac{x + 12 + 14 + 12.5 + 11 + 9.5 + 8 + 10 + 11.5 + 10.5}{10} = \frac{x+99}{10} \dots(2)$$

$$\text{โจทย์ให้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \text{ฐานนิยม} \text{ ดังนั้น } (2) = (1) \rightarrow \frac{x+99}{10} = x \\ x + 99 = 10x \\ 99 = 9x \\ 11 = x \rightarrow \text{ซ้ำกับ 11 อีกตัวที่มีอยู่ จึงใช้ได้}$$

9. กล่องใบหนึ่งมีผ้ารูปสี่เหลี่ยม 8 ผืน ซึ่งมีความกว้างและยาว (ฟุต) ดังนี้

$$\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}, \{6, 8\}, \{8, 10\}$$

ถ้าสุ่มหยิบ 1 ผืนจากกล่องใบนี้ แล้วความน่าจะเป็นที่ความยาวของเส้นทแยงมุมของผ้าผืนนี้เป็นจำนวนเต็ม เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\frac{1}{8}$
2. $\frac{2}{8}$
3. $\frac{3}{8}$
4. $\frac{4}{8}$
5. $\frac{5}{8}$

ตอบ 2

จะใช้พีทาโกรัส ไล่หาเส้นทแยงมุมของแต่ละผืนก็ได้ หรือถ้าท่องด้านชุดพีทาโกรัสได้ จะเห็นว่า $\{3, 4\} \rightarrow 5$ และ

$\{6, 8\} \rightarrow 10$ จำนวน 2 ผืนเท่านั้น (จากทั้งหมด 8 ผืน) ที่มีอยู่ในด้านซูด $\rightarrow$ แสดงว่าด้านที่เหลือของผืนอื่นๆ จะไม่เป็นจำนวนเต็ม $\rightarrow$ ดังนั้น จะได้ว่าความน่าจะเป็น $= \frac{2}{8}$

10. ถ้าเวลาที่ใช้ในการรอรถประจำทางในช่วง 6.00 – 8.00 น. ของพนักงานจำนวน 100 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง มีการแจกแจงความถี่ดังนี้

เวลาที่รอรถ (นาที)	จำนวนพนักงาน (คน)
0 – 9	10
10 – 19	60
20 – 29	20
30 – 39	10

แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเวลาที่ใช้ในการรอรถประจำทางของพนักงาน 100 คนนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 16.5 นาที
2. 17 นาที
3. 17.5 นาที
4. 18 นาที
5. 18.5 นาที

ตอบ 3

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตารางที่มีอันตรภาคชั้นเป็นช่วง ต้องใช้จุดกึ่งกลางชั้นเป็นตัวแทนข้อมูล

(หาแค่จุดกึ่งกลางชั้นของชั้นแรก ส่วนจุดกึ่งกลางชั้นของชั้นถัดไป จะได้จากการบวกความกว้างชั้นเข้าไป)

เวลาที่รอรถ (นาที)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	จำนวนพนักงาน (f_i)	$f_i x_i$
0 – 9	$\frac{0+9}{2} = 4.5$	10	45
10 – 19	14.5	60	870
20 – 29	24.5	20	490
30 – 39	34.5	10	345
		100	1750

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{1750}{100} = 17.5$$

11. กำหนดให้ $a = 2^5$, $b = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ และ $c = \frac{2^{30}}{5^{10}}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $b < a < c$
5. $c < a < b$

ตอบ 1

a	b	c
2^5	$\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$	$\frac{2^{30}}{5^{10}}$
$(2^5)^{\frac{1}{5}}$	$\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{10}\right)^{\frac{1}{5}}$	$\left(\frac{2^{30}}{5^{10}}\right)^{\frac{1}{5}}$
2	$\left(\frac{3}{2}\right)^2$	$\frac{2^6}{5^2}$
2	$\frac{9}{4}$	$\frac{64}{25}$
2	2.25	2.56

สังเกตว่าเลขชี้กำลังของ a, b, c มี 5 เป็นตัวร่วม

ดังนั้น จะยกกำลัง $\frac{1}{5}$ ตลอด เพื่อลดทอนเลขชี้กำลัง

$\rightarrow$ จะเห็นว่า $2 < 2.25 < 2.56$

ดังนั้น $a < b < c$

12. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $(|x - 2| - 1)(|2x - 1| - 2) = 0$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

ตอบ 5

$$\begin{aligned} & (|x - 2| - 1)(|2x - 1| - 2) = 0 \\ & |x - 2| = 1 \quad \text{หรือ} \quad |2x - 1| = 2 \\ & \begin{array}{ll} x - 2 = 1, -1 & 2x - 1 = 2, -2 \\ x = 3, 1 & 2x = 3, -1 \\ & x = \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \end{array} \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกคำตอบ = $3 + 1 + \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 5$

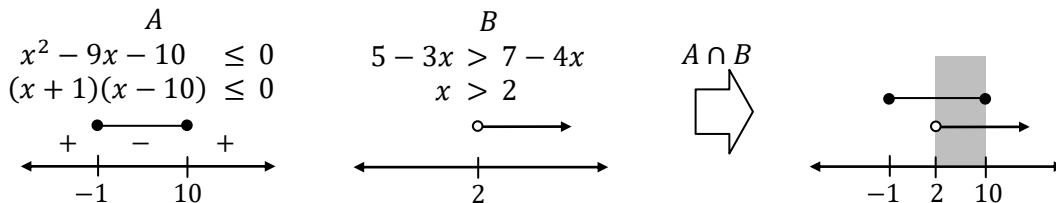
13. กำหนดให้ $A = \{x \mid x^2 - 9x - 10 \leq 0\}$ $B = \{x \mid 5 - 3x > 7 - 4x\}$

และ $C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x \in A \cap B\}$

จำนวนสมาชิกของ C เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4
2. 5
3. 8
4. 9
5. 12

ตอบ 3



จะเห็นว่า $A \cap B = (2, 10]$

มีจำนวนเต็มคือ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

ทั้งหมด 8 จำนวน

14. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (4)^{x^2+x} = 8$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{4}$
4. 1
5. $\frac{3}{2}$

ตอบ 1

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (4)^{x^2+x} &= 8 \\ (2^{-1})^x \cdot (2^2)^{x^2+x} &= 2^3 \\ 2^{-x} \cdot 2^{2x^2+2x} &= 2^3 \\ 2^{-x+2x^2+2x} &= 2^3 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} 2^{2x^2+x} &= 2^3 \\ 2x^2+x &= 3 \\ 2x^2+x-3 &= 0 \\ (2x+3)(x-1) &= 0 \\ x &= -\frac{3}{2}, 1 \end{aligned} \right. \begin{array}{l} \text{ตัดฐาน 2 ทั้งสองข้าง} \end{array}$$

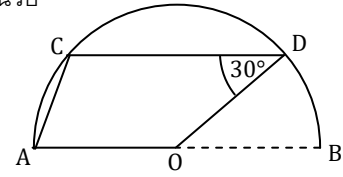
จะได้ผลบวกคำตอบ = $-\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$

15. จากรูป ถ้ากำหนดให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี 10 หน่วย

มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

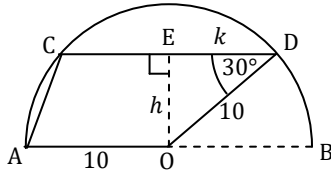
มีคอร์ด CD ขนานกับ AB และ $\angle ODC = 30^\circ$

พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $AODC$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1. 50 ตารางหน่วย
2. $20(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
3. 60 ตารางหน่วย
4. $25(1 + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
5. $50\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

ตอบ 4



จากรัศมีวงกลม = 10 หาก $OE \perp CD$ จะได้ดังรูป

จะได้ พื้นที่ $\square$ คางหมู $AODC = \frac{1}{2} \times (AO + CD) \times h \dots (*)$

$$\begin{aligned} \text{ใน } \triangle OED \text{ จะได้ } \sin 30^\circ &= \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{h}{10} \quad \text{และ} \quad \cos 30^\circ = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{k}{10} \\ \frac{1}{2} &= \frac{h}{10} & \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{k}{10} \\ 5 &= h & 5\sqrt{3} &= k \end{aligned}$$

เนื่องจากเส้นตั้งฉากคอร์ด จะแบ่งครึ่งคอร์ดเสมอ ดังนั้น $CE = ED = k$ จะได้ $CD = 2k = 2(5\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$

แทนใน (*) จะได้ พื้นที่ $\square$ คางหมู $AODC = \frac{1}{2} \times (10 + 10\sqrt{3}) \times 5$

$$= \frac{1}{2} \times 10(1 + \sqrt{3}) \times 5$$

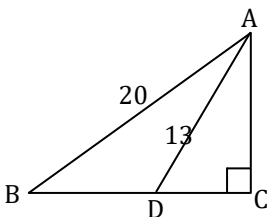
$$= 5(1 + \sqrt{3}) \times 5 = 25(1 + \sqrt{3})$$

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน AB ยาว 20 หน่วย และ $\tan B = \frac{3}{4}$

ถ้า D เป็นจุดบนด้าน BC โดยที่ AD ยาว 13 หน่วย แล้ว $\cos \angle ADC$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{13}$
2. $\frac{4}{12}$
3. $\frac{5}{13}$
4. $\frac{5}{12}$
5. $\frac{12}{13}$

ตอบ 3

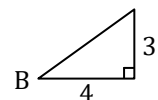


จะเห็นว่า ถ้าใช้ B เป็นมุมอ้างอิงใน $\triangle ABC$ จะได้ 20 คือ ด้าน “ฉาก”

แต่โจทย์ให้ $\tan B = \frac{3}{4} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} \rightarrow$ ไม่เกี่ยวกับ “ฉาก” จึงยังใช้กับ 20 ไม่ได้

ดังนั้น จะเปลี่ยน $\tan B$ ให้เป็น $\sin B$ หรือ $\cos B$ ก่อน

จะใช้ $\triangle$ มาช่วย $\rightarrow$ จาก $\tan B = \frac{3}{4} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$ จะวาดมุม B ได้ดังรูป



หาด้านที่เหลือได้ $\triangle$ ดังนั้น $\sin B = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{3}{5}$ และ $\cos B = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{4}{5}$

ใช้ $\sin B = \frac{3}{5}$ ใน $\triangle ABC \rightarrow \sin B = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{AC}{AB}$

$$\frac{3}{5} = \frac{AC}{20}$$

$$12 = AC \rightarrow \text{ใน } \triangle ADC \text{ ใช้ด้านชุด 5, 12, 13 จะได้ } DC = 5$$

$$\text{ดังนั้น } \cos \angle ADC = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{DC}{AD} = \frac{5}{13}$$

17. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ถ้า $S = \{n \mid n \in A \text{ โดยที่ } n \text{ หารด้วย 2 หรือ 5 ลงตัว แต่หารด้วย 10 ไม่ลงตัว}\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 40 2. 45 3. 50
4. 55 5. 60

ตอบ 3

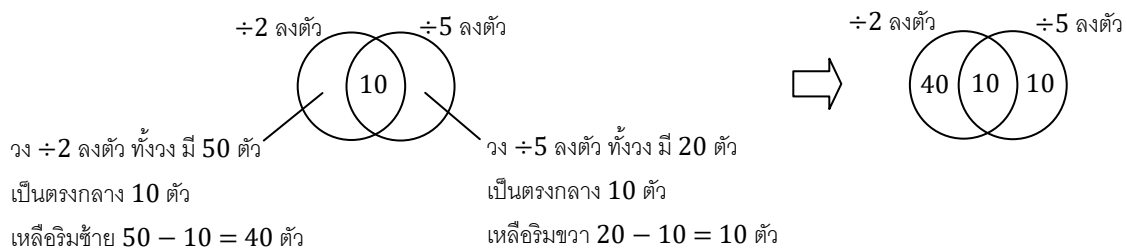
หาจำนวนตัวที่หารด้วย 2 กับ 5 ลงตัว เพื่อวาดลงแผนภาพดังนี้

หารด้วย 2 ลงตัว มี 2, 4, 6, ..., 100 มีจำนวน $\frac{100}{2} = 50$ ตัว $\rightarrow$ วง $\div 2$ ลงตัว

หารด้วย 5 ลงตัว มี 5, 10, 15, ..., 100 มีจำนวน $\frac{100}{5} = 20$ ตัว $\rightarrow$ วง $\div 5$ ลงตัว

หารด้วย 2 และ 5 ลงตัว = หารด้วย 10 ลงตัว มี 10, 20, 30, ..., 100 มีจำนวน $\frac{100}{10} = 10$ ตัว $\rightarrow$ ตรงกลาง

ใส่ตรงกลาง = 10 และหาปริมาณหาได้ดังรูป



โจทย์ถาม ตัวที่หารด้วย 2 หรือ 5 ลงตัว แต่หารด้วย 10 ไม่ลงตัว = ริมซ้ายขวา (ไม่เอาตรงกลาง)
 $= 40 + 10 = 50$

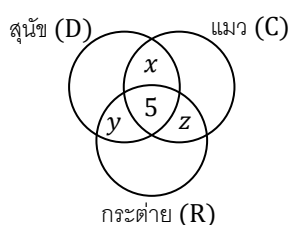
18. ในการสอบถามผู้ที่มาเที่ยวงานประกวดสัตว์เลี้ยงจำนวน 50 คน เรื่องเลี้ยงสุนัข แมว และกระต่ายเป็นสัตว์เลี้ยง

พบว่า ผู้ที่ไม่เลี้ยงสัตว์ทั้ง 3 ชนิดเลย มีจำนวน 7 คน
 ผู้ที่เลี้ยงสัตว์ทั้ง 3 ชนิด มีจำนวน 5 คน
 ผู้ที่เลี้ยงสัตว์เพียง 2 ชนิด มีจำนวน 22 คน
 ผู้ที่เลี้ยงสุนัข มีจำนวน 30 คน
 ผู้ที่เลี้ยงแมว มีจำนวน 25 คน

จำนวนผู้ที่เลี้ยงกระต่าย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 17 คน 2. 20 คน 3. 22 คน
4. 25 คน 5. 27 คน

ตอบ 2



เลี้ยง 3 ชนิด = 5 คน จะได้ ตรงกลาง = 5

เลี้ยง 2 ชนิด = 22 คน จะได้ $x + y + z = 22 \dots (*)$

ไม่เลี้ยง = 7 คน จะได้ เลี้ยง = ทั้งหมด - ไม่เลี้ยง

$$= 50 - 7 = 43 = n(D \cup C \cup R)$$

จากสูตร Inclusive - Exclusive จะได้

$$\begin{aligned} n(D \cup C \cup R) &= n(D) + n(C) + n(R) - n(D \cap C) - n(D \cap R) - n(C \cap R) + n(D \cap C \cap R) \\ 43 &= 30 + 25 + n(R) - (5 + x) - (5 + y) - (5 + z) + 5 \\ 43 &= 30 + 25 + n(R) - 5 - x - 5 - y - 5 - z + 5 \\ 43 &= 45 + n(R) - (x + y + z) \\ 43 &= 45 + n(R) - 22 \quad \text{จาก } (*) \\ 20 &= n(R) \end{aligned}$$

19. ถ้าความสัมพันธ์ของรายได้ในแต่ละเดือนของนายเดชา กับยอดขายสินค้าของเขา เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น

โดยมีตารางแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ยอดขาย (บาท)	รายได้ต่อเดือน (บาท)
0	11,000
10,000	11,800
20,000	12,600
30,000	13,400

ถ้านายเดชาต้องการมีรายได้ 25,000 บาทต่อเดือน แล้วเขาต้องมียอดขายสินค้าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 160,000 บาท
2. 175,000 บาท
3. 180,500 บาท
4. 185,000 บาท
5. 200,000 บาท

ตอบ 2

ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น คือความสัมพันธ์ในรูป $y = mx + c$ โดยจะให้ x เป็นยอดขาย และให้ y เป็นรายได้ เพื่อให้คำนวณเลขง่าย ๆ (จริงๆข้อนี้จะให้อะไรเป็น x อะไรเป็น y ก็ได้)

เลือกแถวในตารางที่เลขน้อยๆ มาแทนในความสัมพันธ์ $y = mx + c$ แล้วสร้างระบบสมการ เพื่อหา m และ c

$$\text{จากแถวแรก จะได้ } x = 0, y = 11000 \rightarrow 11000 = m(0) + c$$

$$11000 = c$$

$$\text{จากแถวที่สอง จะได้ } x = 10000, y = 11800 \rightarrow 11800 = m(10000) + c$$

$$11800 = m(10000) + 11000$$

$$800 = m(10000)$$

$$0.08 = m$$

$$\text{จะได้สมการคือ } y = 0.08x + 11000 \rightarrow \text{ถ้ารายได้ } y = 25000 \text{ จะได้ } 25000 = 0.08x + 11000$$

$$14000 = 0.08x$$

$$175000 = x$$

20. กำหนดให้ 2, 6, 18, ... เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้าผลบวก n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 6,560

แล้วพจน์ที่ $2n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2(3^{15})$
2. $2(3^{16})$
3. $2(3^{17})$
4. $2(3^{18})$
5. $2(3^{19})$

ตอบ 1

พจน์แรก = 2 จะได้ $a_1 = 2$ และจากแต่ละพจน์ คูณเพิ่มทีละ 3 จะได้ $r = 3$

$$\text{จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต จะได้ผลบวก } n \text{ พจน์แรก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$6560 = \frac{2(1-3^n)}{1-3}$$

$$6560 = -1 + 3^n$$

$$6561 = 3^n$$

$$8 = n$$

$$6561 = 9^4 = (3^2)^4 = 3^8$$

ดังนั้น พจน์ที่ $2n =$ พจน์ที่ $2(8) =$ พจน์ที่ 16

จากสูตรลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้ $a_{16} = a_1 r^{16-1} = 2(3^{15})$

21. กำหนดให้ A คือเซตของจำนวนเต็ม ซึ่งอยู่ในช่วง $[-30, 30]$ ถ้า S คือเซตของ $m \in A$ ที่ทำให้จุดตัดของกราฟ $y = 2x^2 + x + 2m$ และกราฟ $y = mx - 8$ มีจำนวน 2 จุด แล้ว จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 18
2. 24
3. 28
4. 32
5. 36

ตอบ 5

ถ้าต้องการหาจุดตัดกราฟ จะต้องแก้ระบบสมการของกราฟทั้งสอง $\rightarrow$

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + x + 2m \quad \dots(1) \\ y &= mx - 8 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) &= (2) : 2x^2 + x + 2m = mx - 8 \\ 2x^2 + x - mx + 2m + 8 &= 0 \\ 2x^2 + (1-m)x + (2m+8) &= 0 \end{aligned}$$

จาก $y = mx - 8 \rightarrow x$ หนึ่งค่า จะคำนวณ y ได้หนึ่งค่า

ดังนั้น ถ้าต้องมีจุดตัด 2 จุด แสดงว่าต้องมี x สองค่า

$$\begin{aligned} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{สมการ } ax^2 + b \quad x + c &= 0 \end{aligned}$$

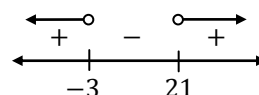
จะมี 2 คำตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

$$(1-m)^2 - 4(2)(2m+8) > 0$$

$$1 - 2m + m^2 - 16m - 64 > 0$$

$$m^2 - 18m - 63 > 0$$

$$(m+3)(m-21) > 0$$



จะเห็นว่า ค่าของ m ที่อยู่ในช่วง $[-30, 30]$ จะมี $-30, -29, -28, \dots, -4$ และ $22, 23, 24, \dots, 30$

$$\begin{aligned} &= (-4) - (-30) + 1 = 27 \text{ ตัว} \quad \quad \quad = 30 - 22 + 1 = 9 \text{ ตัว} \end{aligned}$$

$$\text{รวม} = 27 + 9 = 36 \text{ ตัว}$$

22. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับ ถ้า $a_1 + a_2 = 10$ และ $a_{n+2} - a_n = 3$

เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ แล้วผลบวก $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1,180
2. 1,220
3. 1,340
4. 1,440
5. 1,540

ตอบ 3

โจทย์ให้ $a_1 + a_2 = 10$ ดังนั้น เราจะจับคู่ผลบวกที่โจทย์ถาม เป็นคู่ๆ ได้ 20 คู่ $(= \frac{40}{2})$ แล้วเปลี่ยนชื่อเป็น b_n ดังนี้

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40} &= (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + (a_5 + a_6) + \dots + (a_{39} + a_{40}) \\ &= b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{20} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

โจทย์ให้ $a_1 + a_2 = 10$
ดังนั้น $b_1 = 10$

$$\begin{aligned} \text{และจาก} \quad a_{n+2} - a_n &= 3 \quad \dots(2) \\ \text{แทน } n \text{ ด้วย } n+1 \quad a_{n+3} - a_{n+1} &= 3 \quad \dots(3) \end{aligned}$$

$$(2) + (3) : a_{n+2} - a_n + a_{n+3} - a_{n+1} = 6$$

$$(a_{n+2} + a_{n+3}) - (a_n + a_{n+1}) = 6 \quad \dots(4)$$

เนื่องจาก $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}$ เป็น 4 พจน์ที่อยู่ติดกัน

ดังนั้น $a_{n+2} + a_{n+3}$ กับ $a_n + a_{n+1}$ จะเป็นคู่ผลบวกที่อยู่ติดกันใน (1)

นั่นคือ จาก (4) จะได้ว่าผลต่างระหว่างคู่ที่อยู่ติดกันใน (1) เท่ากับ 6

ดังนั้น (1) เป็นอนุกรมเลขคณิต ที่มี $d = 6$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรอนุกรมเลขคณิต จะได้ } b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{20} &= \frac{n}{2}(2b_1 + (n-1)d) \\ &= \frac{20}{2}(2(10) + (20-1)(6)) \\ &= 10(20 + 114) = 1340 \end{aligned}$$

23. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต และ $b_n = a_{3n-2}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 11$
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$\begin{array}{ll} \text{ก. } b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11} \text{ เป็นลำดับเลขคณิต} & \text{ข. } \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11}}{11} = a_{16} \\ \text{ค. } \frac{a_1 + a_{31}}{2} = a_{16} & \text{ง. } \frac{b_2 + b_{10}}{2} = a_{16} \end{array}$$

จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

ตอบ 5

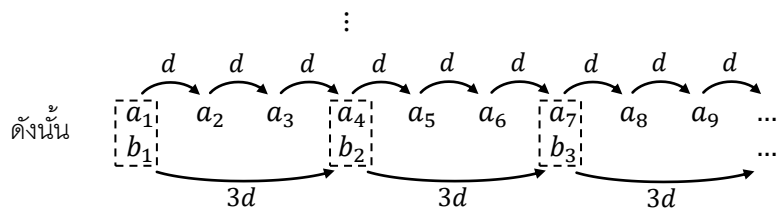
ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต มีอัตราส่วนร่วม $= d$

$$\begin{aligned} \text{จาก } b_n = a_{3n-2} \rightarrow \text{แทน } n = 1 \text{ จะได้ } b_1 &= a_{3(1)-2} = a_1 \\ &\rightarrow \text{แทน } n = 2 \text{ จะได้ } b_2 = a_{3(2)-2} = a_4 \quad \left. \begin{array}{l} +3 \text{ พจน์} \\ +3 \text{ พจน์} \end{array} \right\} \\ &\rightarrow \text{แทน } n = 3 \text{ จะได้ } b_3 = a_{3(3)-2} = a_7 \end{aligned}$$

หรือสังเกตว่า

$$b_n = a_{3n-2}$$

เพิ่มทีละ 3 พจน์



ก. จะเห็นว่า $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11}$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $= 3d \rightarrow$ ก. ถูก

ข. จากสูตรอนุกรมเลขคณิต จะได้

$$\begin{aligned} b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11} &= \frac{11}{2}(2b_1 + (11-1)(3d)) \\ \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11}}{11} &= \frac{1}{2}(2a_1 + 30d) \quad \leftarrow b_1 = a_1 \\ \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11}}{11} &= a_1 + 15d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \\ S_n &= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \end{aligned}$$

และจากสูตรลำดับเลขคณิต จะได้ $a_{16} = a_1 + (16-1)d = a_1 + 15d$

ดังนั้น $\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11}}{11} = a_1 + 15d = a_{16} \rightarrow$ ข. ถูก

ค. ใช้สูตรลำดับเลขคณิตที่ a_{31} จะได้ $\frac{a_1 + a_{31}}{2} = \frac{a_1 + a_1 + (31-1)d}{2}$

$$= \frac{2a_1 + 30d}{2} = a_1 + 15d = a_{16} \rightarrow$$

ง. แปลง b_2 กับ b_{10} ด้วยสูตร $b_n = a_{3n-2}$ ที่โจทย์ให้

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{b_2 + b_{10}}{2} &= \frac{a_{3(2)-2} + a_{3(10)-2}}{2} = \frac{a_4 + a_{28}}{2} = \frac{a_1 + (4-1)d + a_1 + (28-1)d}{2} \\ &= \frac{2a_1 + 30d}{2} = a_1 + 15d = a_{16} \rightarrow \text{ง. ถูก} \end{aligned}$$

24. จากการสอบถามนักเรียน 100 คน พบว่า มี 11 คน ที่ไม่เรียนพิเศษ

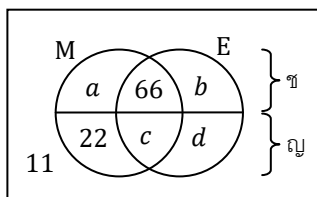
มีนักเรียนชาย 66 คน เรียนพิเศษวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

และ มีนักเรียนหญิง 22 คน ที่เรียนพิเศษคณิตศาสตร์อย่างเดียว

ข้อใดต่อไปนี้อาจกล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับการเรียนพิเศษของนักเรียน 100 คนนี้

1. ถ้าไม่มีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ แล้วจะมีนักเรียนชาย 67 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. ถ้ามีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ แล้วจะมีนักเรียนชาย 66 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. ถ้ามีนักเรียนชาย 67 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แล้วจะมีนักเรียนหญิงเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
4. มีนักเรียน 67 คนเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
5. มีนักเรียน 88 คนเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตอบ 2



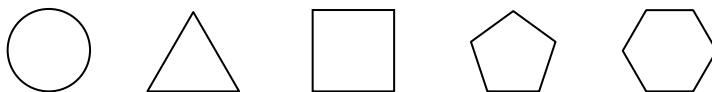
ใส่ตัวเลข 11, 66, และ 22 ลงในแผนภาพ จะได้ดังรูป

มีนักเรียนทั้งหมด 100 คน แต่จะเห็นว่า $11 + 66 + 22 = 99 \rightarrow$ ขาดไป 1 คน

ดังนั้น บริเวณ a, b, c, d ที่เหลือในแผนภาพ จะมีหนึ่งบริเวณ = 1 นอกนั้น = 0

1. ถ้าไม่มี ญ เรียน E $\rightarrow$ จะได้ $c, d = 0$ ดังนั้น a หรือ b ต้องเป็น 1
ถ้า $a = 1, b = 0$ จะมี $66 + 1 = 67$ คน เรียน M แต่ถ้า $a = 0, b = 1$ จะมี 66 คน เรียน M
จึงยังไม่รู้ว่า มี 66 หรือ 67 คน เรียน M $\rightarrow$ 1. ผิด
2. ถ้ามี ญ เรียน E $\rightarrow$ จะได้ c หรือ d เป็น 1 ดังนั้น $a, b = 0$ จึงมี 66 คน เรียน M $\rightarrow$ 2. ถูก
3. ถ้ามี 67 คน เรียน M $\rightarrow$ จะได้ $a = 1$ ดังนั้น $b, c, d = 0$ จึงไม่มี ญ เรียน E $\rightarrow$ 3. ผิด
4. ถ้า $a = 1$ จะได้ $b, c, d = 0$ และจะมีนักเรียนแค่ 66 คน เรียน E $\rightarrow$ 4. ผิด
5. ถ้า $a = 1$ จะได้ $b, c, d = 0$ และจะมีนักเรียน $66 + 22 + 1 = 89$ คน เรียน M $\rightarrow$ 5. ผิด

25. มีรูปวงกลม รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม และรูปหกเหลี่ยม อย่างละ 1 รูป ดังภาพ



มีสี 4 สี คือ สีฟ้า สีแดง สีเขียว และสีเหลือง ต้องการระบายสีรูปทั้ง 5 รูปนี้ รูปละ 1 สี โดยจะใช้สีซ้ำหรือไม่ก็ได้ และใช้สีครบหรือไม่ก็ได้ แต่ต้องมีรูปสีฟ้าด้วยเสมอ จำนวนวิธีที่จะระบายสีมีทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 581
2. 621
3. 678
4. 721
5. 781

ตอบ 5

จะนับแบบตรงข้าม คือนับแบบที่ไม่มีสีฟ้า แล้วเอาทั้งหมดตั้งลบ

แบบทั้งหมด : มี 5 รูป แต่ละรูปเลือกระบายได้ 4 แบบ (ฟ้า แดง เขียว เหลือง) $\rightarrow$ ระบายได้ 4^5 แบบ

แบบที่ไม่มีสีฟ้า : มี 5 รูป แต่ละรูปเลือกระบายได้ 3 แบบ (แดง เขียว เหลือง) $\rightarrow$ ระบายได้ 3^5 แบบ

ดังนั้น แบบที่ต้องมีสีฟ้า = $4^5 - 3^5 = 1024 - 243 = 781$ แบบ

26. มีเลขโดด $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ถ้าสุ่มเลขโดดนี้มาสองจำนวน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เลขโดด m, n ซึ่ง $|m - n| = 2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{21}$
2. $\frac{3}{21}$
3. $\frac{4}{21}$
4. $\frac{5}{21}$
5. $\frac{6}{21}$

ตอบ 4

$|m - n| = 2$ แปลว่า สองจำนวนนั้นห่างกัน 2

นับเอา จะมี $(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3) \rightarrow$ ทั้งหมด 10 แบบ
 $(-1, -3), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)$

จำนวนแบบทั้งหมด : มีเลข 7 ตัว สุ่มตัวแรกได้ 7 แบบ
 เหลือ 6 ตัว สุ่มตัวที่สองได้ 6 แบบ $\} \rightarrow$ จำนวนแบบทั้งหมด = 7×6 แบบ

ดังนั้น จะได้ความน่าจะเป็น = $\frac{10}{7 \times 6} = \frac{5}{21}$

27. คะแนนสอบวิชาประวัติศาสตร์ของนักเรียนจะนวน 12 คน เป็นดังนี้

$x \quad 70 \quad 65 \quad 49 \quad 91 \quad 72 \quad 86 \quad 78 \quad 91 \quad 92 \quad 65 \quad 45$

ถ้ามัธยฐานของคะแนนสอบคือ 73 คะแนน แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 70 คะแนน
2. 72 คะแนน
3. 73 คะแนน
4. 74 คะแนน
5. 75 คะแนน

ตอบ 4

ข้อมูลมี 12 ตัว ดังนั้น มัธยฐานจะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{12+1}{2} = 6.5 \rightarrow$ จะได้ มัธยฐาน = $\frac{\text{ตัวที่ 6} + \text{ตัวที่ 7}}{2} \dots (*)$

เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก (แต่ยังไม่รู้ค่า x จึงจะเก็บ x ไว้ก่อน และเรียงเท่าที่เรียงได้)

จะได้ $\underbrace{45 \quad 49 \quad 65 \quad 65 \quad 70 \quad 72}_{6 \text{ ตัว}} \quad \uparrow \quad \underbrace{78 \quad 86 \quad 91 \quad 91 \quad 92}_{5 \text{ ตัว}}$
 $\text{Med} = 73$

เนื่องจากมัธยฐานต้องแบ่งข้อมูลเป็นสองฝั่งเท่าๆกัน ดังนั้น x ต้องอยู่ฝั่งขวาที่ยังมีแค่ 5 ตัว

ดังนั้น ฝั่งซ้าย จะได้ ตัวที่ 6 คือ 72 $\rightarrow$ แทนใน (*) จะได้ $73 = \frac{72 + \text{ตัวที่ 7}}{2}$
 $146 = 72 + \text{ตัวที่ 7}$
 $74 = \text{ตัวที่ 7}$

แต่จะเห็นว่าข้อมูลที่โจทย์ให้ ไม่มีตัวไหนเป็น 74 $\rightarrow$ ดังนั้น x จึงต้องเป็น 74

28. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ถ้าควอไทล์ที่หนึ่ง ที่สอง และที่สาม เท่ากับ 2, 9 และ 10 ตามลำดับ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6.6
2. 6.7
3. 6.8
4. 6.9
5. 7.0

ตอบ 1

ตำแหน่ง $Q_1 = \frac{1}{4}(N + 1)$
 $= \frac{1}{4}(5 + 1) = 1.5$

ดังนั้น $Q_1 = \frac{\text{ตัวที่ 1} + \text{ตัวที่ 2}}{2}$
 โจทย์ $2 = \frac{x_1 + x_2}{2}$
 กำหนด $4 = x_1 + x_2 \dots (1)$

ตำแหน่ง $Q_2 = \frac{2}{4}(N + 1)$
 $= \frac{2}{4}(5 + 1) = 3$

ดังนั้น $Q_2 = \text{ตัวที่ 3}$
 โจทย์ $9 = x_3 \dots (2)$
 กำหนด

ตำแหน่ง $Q_3 = \frac{3}{4}(N + 1)$
 $= \frac{3}{4}(5 + 1) = 4.5$

ดังนั้น $Q_3 = \frac{\text{ตัวที่ 4} + \text{ตัวที่ 5}}{2}$
 โจทย์ $10 = \frac{x_4 + x_5}{2}$
 กำหนด $20 = x_4 + x_5 \dots (3)$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5} \\ &= \frac{4+9+20}{5} = 6.6 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{จาก (1), (2), (3)} \end{array} \right\}$$

29. ฝ่ายควบคุมคุณภาพของโรงงานแห่งหนึ่ง ได้สุ่มตัวอย่างปลากระป๋องชนิดหนึ่งมา 10 กระป๋อง โดยน้ำหนัก (กรัม)

ของแต่ละกระป๋องเขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้

14		9							
15		0	0	4	4	5	5		
16		1	1	1					

ถ้ากระป๋องที่ได้มาตรฐาน ต้องมีน้ำหนักอยู่ในช่วง $(\bar{x} - \frac{9}{7}s, \bar{x} + \frac{9}{7}s)$ เมื่อ $\bar{x}$ และ s แทนค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระป๋องที่สุ่มมาตามลำดับ แล้วปลากระป๋องที่สุ่มมา มีน้ำหนักได้มาตรฐาน มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 กระป๋อง
2. 6 กระป๋อง
3. 7 กระป๋อง
4. 9 กระป๋อง
5. 10 กระป๋อง

ตอบ 2

จะได้ข้อมูลคือ 149, 150, 150, 154, 154, 155, 155, 161, 161, 161

จะหา $\bar{x}$ โดยเอาข้อมูลทั้งหมดมาบวกกันแล้วหารด้วย 10 ก็ได้ แต่เลขจะเยอะ

จะลดข้อมูลทุกตัวลง 140 ก่อน แล้วค่อยหาค่าเฉลี่ย แล้วค่อยบวก 140 กลับให้

จะได้ข้อมูลกลายเป็น 9, 10, 10, 14, 14, 15, 15, 21, 21, 21

จะได้ค่าเฉลี่ย $= \frac{9+10+10+14+14+15+15+21+21+21}{10} = \frac{150}{10} = 15 \rightarrow$ บวก 140 กลับ จะได้ $\bar{x} = 155$

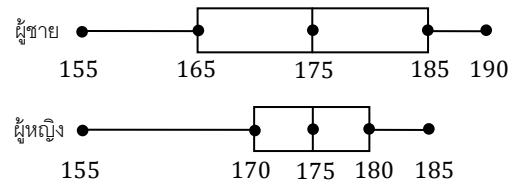
หา s ของกระป๋องที่สุ่มมา (เป็นกลุ่มตัวอย่าง $\rightarrow$ ต้องหารด้วย $N - 1$)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } s &= \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{(149-155)^2 + (150-155)^2 + (150-155)^2 + (154-155)^2 + \dots + (161-155)^2}{10-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(-6)^2 + (-5)^2 + (-5)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 0^2 + 6^2 + 6^2 + 6^2}{9}} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น ช่วง $(\bar{x} - \frac{9}{7}s, \bar{x} + \frac{9}{7}s)$ คือ $(155 - \frac{9}{7} \cdot \frac{14}{3}, 155 + \frac{9}{7} \cdot \frac{14}{3}) = (149, 161)$

จะเห็นว่าระหว่าง 149 กับ 161 จะมีข้อมูล 150, 150, 154, 154, 155, 155 ทั้งหมด 6 จำนวน

30. จากการวัดความสูงของคน 200 คน ซึ่งประกอบด้วย ผู้ชาย 100 คน และผู้หญิง 100 คน สามารถสรุปข้อมูลความสูง (เซนติเมตร) ของผู้ชายและผู้หญิงโดยใช้แผนภาพกล่องได้ดังนี้



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- มัธยฐานของความสูงของผู้ชาย เท่ากับมัธยฐานของความสูงของผู้หญิง
 - มีคนประมาณ 25% ที่สูงมากกว่าหรือเท่ากับ 185 เซนติเมตร
 - มีคนประมาณ 37.5% ที่มีความสูงอยู่ระหว่าง 175 ถึง 185 เซนติเมตร
 - ผู้ชายที่สูงน้อยกว่า 165 เซนติเมตร และผู้หญิงที่สูงน้อยกว่า 170 เซนติเมตร มีจำนวนเท่ากันโดยประมาณ
- จำนวนข้อความที่ถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

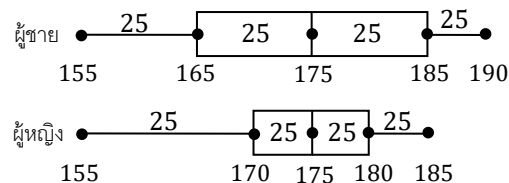
- 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
- 1
- 2
- 3
- 4

ตอบ 4

แต่ละกล่องในแผนภาพ จะมีข้อมูลจำนวน 25%

และเนื่องจากมี ชาย 100 คน และ หญิง 100 คน

ดังนั้น แต่ละกล่อง จะมี 25 คน ดังรูป



- มัธยฐาน จะเท่ากับ Q_2 เสมอ ($\text{Med} = Q_2 = D_5 = P_{50}$) และจากแผนภาพ จะเห็นว่า ชาย กับ หญิง มี $Q_2 = 175$ เท่ากัน ดังนั้น ชาย กับ หญิง จะมี มัธยฐาน เท่ากันด้วย ($= 175$) → ถูก
- จากแผนภาพ คนที่สูง ≥ 185 ซม. จะเป็น ชาย 25 คน แต่ไม่มี หญิง เลย
จากคนทั้งหมด $100 + 100 = 200$ คน จะคิดเป็น $\% = \frac{25 + 0}{200} \times 100 = 12.5\% \rightarrow$ ผิด
- คนที่สูงระหว่าง 175 ถึง 185 ซม. จะเป็น ชาย 25 คน และเป็นหญิง $25 + 25 = 50$ คน
คิดเป็น $\% = \frac{25 + 50}{200} \times 100 = 37.5\% \rightarrow$ ถูก
- ชาย ที่สูงน้อยกว่า 165 ซม. จะมี 25 คน ในขณะที่ หญิง ที่สูงน้อยกว่า 170 ซม. จะมี 25 คน เช่นกัน → ถูก

เครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ และเฉลยคำตอบ จาก อ.ปิง GTRmath

ขอบคุณ คุณครูเบิร์ด จาก กวดวิชาคณิตศาสตร์ครูเบิร์ด ย่านบางแค 081-8285490

และ คุณ Thunyanun N Nakhon

ที่ช่วยตรวจคำตอบความถูกต้องของเอกสาร