

วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ 2 (มี.ค. 62)

วันอาทิตย์ที่ 17 มีนาคม 2562 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ตอนที่ 1 แบบระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 11 4. 15 5. 22

2. คำตอบของสมการ $5^{x-1} = \frac{1}{(125)^x}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{3}$ 3. $-\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{4}$ 5. $\frac{1}{2}$

3. ถ้า $a < 0$ และ $|5 - a| + |a - 5| = 15$ แล้ว a มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-10, -8)$ 2. $[-8, -6)$ 3. $[-6, -4)$
4. $[-4, -2)$ 5. $[-2, 0)$

4. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\frac{1}{x^2+9} > \frac{1}{109}$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 9 2. 10 3. 18 4. 19 5. 21

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มี a, b และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ ถ้า $\sin A = \frac{1}{3}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. $a = 2\sqrt{2}b$ 2. $b = 2\sqrt{2}a$ 3. $a = 3b$
4. $b = 3a$ 5. $a = b$

6. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_8 = 81$ และ $a_{11} = 3$ แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

7. กำหนดให้ $-2, 0, 2, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้าผลบวกของ n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 130 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 13 2. 14 3. 15 4. 16 5. 17

8. จากแผนภาพต้นไม้ที่กำหนดให้

4	4	5			
5	1	1	3		
6	1	1	1	2	4
7	0	1	2	3	
8	1	2			

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|---|
| <p>1. ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม</p> <p>3. ฐานนิยม มากกว่า มัธยฐาน อยู่ 1</p> <p>5. มัธยฐาน = ฐานนิยม = 61</p> | <p>2. มัธยฐาน มากกว่า ฐานนิยม อยู่ 1</p> <p>4. มัธยฐาน = ฐานนิยม = 62</p> |
|--|---|

9. ในการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ซึ่งมี 40 คน

นายปรีธ สอบได้ 65 คะแนน และได้ลำดับที่ 19

นายปราชญ์ สอบได้ 62 คะแนน และได้ลำดับที่ 20

นายปราณ สอบได้ 60 คะแนน และได้ลำดับที่ 21

มัธยฐานของคะแนนสอบวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|---------------|-------------|-------------|
| 1. 60 คะแนน | 2. 61 คะแนน | 3. 62 คะแนน |
| 4. 62.5 คะแนน | 5. 65 คะแนน | |

10. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีขาว 6 ลูก สีแดง 7 ลูก และ สีฟ้า 8 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 2 ครั้ง ครั้งละ 1 ลูก โดยหยิบแล้วไม่ใส่ลูกบอลกลับคืน ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีฟ้าทั้งสองลูกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{2}{15}$
 2. $\frac{1}{5}$
 3. $\frac{7}{30}$
 4. $\frac{4}{15}$
 5. $\frac{1}{3}$

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $-2 + |-5| = 3$

ข. $|-5|^3 = (5\sqrt{5})^2$

ค. $\sqrt{3} = \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$

ง. $(81^{\frac{1}{3}} - 24^{\frac{1}{3}})^3 = 3$

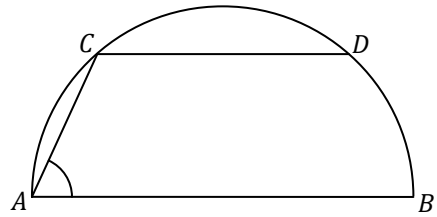
จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

12. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $|x - 2||x - 3| - 5|x - 3| + 8|x - 2| = 40$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4
2. 5
3. 6
4. 7
5. 8

16. ให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมีรัศมี 5 หน่วย
 CD เป็นคอร์ดที่มีความยาว 8 หน่วย และขนานกับ AB ดังรูป
 $\tan \hat{CAB}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 3. $\sqrt{3}$
 4. 2 5. 3

17. จากการสำรวจเรื่องการซื้อของที่ระลึกของผู้ที่เข้าชมพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งจำนวน 300 คน ในสินค้าสามชนิดคือ แก้วกาแฟ พวงกุญแจ และโปสการ์ด พบว่า มี 38 คน ซื้อแก้วกาแฟ 155 คน ซื้อพวงกุญแจ 62 คน ซื้อโปสการ์ด 13 คน ซื้อของที่ระลึกทั้ง 3 ชนิด และ 120 คน ไม่ซื้อของที่ระลึกทั้ง 3 ชนิดเลย จำนวนผู้ที่ซื้อของที่ระลึกเพียง 2 ชนิด เท่านั้น เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 49 คน 2. 51 คน 3. 61 คน 4. 75 คน 5. 100 คน

18. จากแบบรูปของจำนวนเต็มที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 7, 9, 12, 16, 21, 27, ... พจน์ที่ 40 คือ จำนวนเต็มในข้อใดต่อไปนี้
1. 716 2. 720 3. 766 4. 826 5. 840

19. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} |x-1| + 1 & ; x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ ถ้า $S = \{a \mid f(a) = 10\}$ แล้วผลบวกของสมาชิกใน S ทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -4 2. -2 3. 0 4. 2 5. 4

20. กำหนดให้ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของ $y = x^2 + bx + c$ มีจุดวกกลับที่จุด $(1, -9)$ แล้วเซตคำตอบของอสมการ $x^2 + bx + c \leq 0$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ 2. $(-\infty, -4] \cup [2, \infty)$ 3. $[-4, 2]$
 4. $[-3, 3]$ 5. $[-2, 4]$

21. กำหนดให้ $f(x) = |x| + 5$ และ $g(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

ถ้าเซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือช่วงปิด $[-10, 15]$ แล้ว $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15 2. $\frac{76}{5}$ 3. $\frac{86}{5}$ 4. 20 5. 25

22. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิตชุดหนึ่ง

ถ้า $S_{10} = 55$ และ $S_{11} = 77$ แล้ว S_9 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 33 2. 35 3. 36 4. 40 5. 44

23. จากตารางที่กำหนดให้

					หลักที่ 25	
	2	5	8	11	...	—
	7	—	—	—	...	—
	12	—	—	—	...	—
	17	—	—	—	...	—
	⋮				...	⋮
แถวที่ 25	—	—	—	—	...	m

จำนวนนับในแต่ละแถว เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ 3 และจำนวนนับในแต่ละหลักเป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ 5 ถ้า m เป็นจำนวนนับ ซึ่งอยู่ในแถวที่ 25 และหลักที่ 25 แล้ว m มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 186 2. 191 3. 194 4. 199 5. 202

24. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{19} + a_{20} = 13$

และ $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{19} - a_{20} = 17$

แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{2}{15}$ 2. $-\frac{1}{15}$ 3. $\frac{1}{15}$ 4. $\frac{2}{15}$ 5. $\frac{1}{5}$

25. จากการคำนวณเกรดเฉลี่ยของนักเรียนสามคนคือ จ้อย แจ้ง และ แจ้ว ในวิชาที่ลงทะเบียนไว้ 4 วิชา ซึ่งมีเกรดและหน่วยกิตดังนี้

วิชา	คณิตศาสตร์	ภาษาไทย	วิทยาศาสตร์	ภาษาอังกฤษ
จำนวนหน่วยกิต	3	2	3	2
เกรดของจ้อย	4	3	4	2
เกรดของแจ้ง	3	4	4	3
เกรดของแจ้ว	4	4	2	3

การเรียงลำดับของนักเรียนทั้งสามคน ที่ได้เกรดเฉลี่ยจากน้อยไปมากคือข้อใดต่อไปนี้

1. จ้อย แจ้ง แจ้ว
 2. จ้อย แจ้ว แจ้ง
 3. แจ้ว จ้อย แจ้ง
 4. แจ้ง แจ้ว จ้อย
 5. แจ้ง จ้อย แจ้ว
26. สวนมะนาวแห่งหนึ่ง ต้องการคัดขนาดของมะนาวที่ส่งให้ซูเปอร์มาร์เก็ต จึงสุ่มตัวอย่างมะนาวมา 15 ผล นำมาชั่งน้ำหนัก (กรัม) แต่ละผล ซึ่งเขียนเป็นแผนภาพต้น - ใบ ได้ดังนี้

4	7	7	9											
5	1	1	1	1	2	3	3	3	3	5	7	7		

ถ้าขนาดของมะนาวที่จะส่งซูเปอร์มาร์เก็ตต้องมีน้ำหนักอยู่ในช่วง $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ เมื่อ \bar{x} และ s คือค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักมะนาวที่สุ่มมา ตามลำดับ แล้วมะนาวที่ถูกคัดเลือกที่ส่งให้ซูเปอร์มาร์เก็ตจากมะนาวที่สุ่มมามีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10 ผล
 2. 11 ผล
 3. 12 ผล
 4. 13 ผล
 5. 15 ผล
27. กำหนดให้ x_1, x_2, \dots, x_{24} เป็นข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปมาก และเป็นลำดับเลขคณิต ถ้าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 12 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 12 และ 20.5 ตามลำดับ แล้วมัธยฐานของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 15.25
 2. 15.50
 3. 16
 4. 16.75
 5. 17

28. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าทิ้งสองมีแต้มที่เรียงติดกัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{2}{9}$ 3. $\frac{5}{18}$ 4. $\frac{1}{3}$ 5. $\frac{7}{18}$

29. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ และ $S = \{(m, n) \mid m, n \in A\}$

ถ้า (m, n) เป็นสมาชิกหนึ่งของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้วความน่าจะเป็นที่ (m, n) จะเป็นจุดบนเส้นตรง $x - y = 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{9}{100}$ 2. $\frac{1}{10}$ 3. $\frac{11}{100}$ 4. $\frac{6}{50}$ 5. $\frac{13}{100}$

30. จำนวนเต็มบวกสามหลัก ซึ่งไม่มีเลขโดด 0 อยู่เลย แต่มีเลขโดด 1 อย่างน้อยหนึ่งตัว มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 217 2. 321 3. 421 4. 521 5. 717

เฉลย

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 5 | 7. 1 | 13. 5 | 19. 1 | 25. 3 |
| 2. 4 | 8. 2 | 14. 2 | 20. 5 | 26. 2 |
| 3. 4 | 9. 2 | 15. 2 | 21. 3 | 27. 4 |
| 4. 4 | 10. 1 | 16. 5 | 22. 3 | 28. 3 |
| 5. 2 | 11. 5 | 17. 1 | 23. 3 | 29. 1 |
| 6. 3 | 12. 1 | 18. 4 | 24. 1 | 30. 1 |

แนวคิด

1. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 11 4. 15 5. 22

ตอบ 5

$$= \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2 + (\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{6}\sqrt{5}+5 + 6-2\sqrt{6}\sqrt{5}+5}{6-5}$$

$$= 22$$

$$(n \pm l)^2 = n^2 \pm 2nl + l^2$$

$$n^2 - l^2 = (n - l)(n + l)$$

2. คำตอบของสมการ $5^{x-1} = \frac{1}{(125)^x}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{3}$ 3. $-\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{4}$ 5. $\frac{1}{2}$

ตอบ 4

$$5^{x-1} = (125)^{-x}$$

$$5^{x-1} = (5^3)^{-x}$$

$$5^{x-1} = 5^{-3x}$$

$$x-1 = -3x \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ตัดฐาน 5 ทั้งทั้ง 2 ฝ่าย}$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

3. ถ้า $a < 0$ และ $|5 - a| + |a - 5| = 15$ แล้ว a มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $[-10, -8)$ 2. $[-8, -6)$ 3. $[-6, -4)$
 4. $[-4, -2)$ 5. $[-2, 0)$

ตอบ 4

จะถอดเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ โดยใช้สมบัติ $|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$

เมื่อ a ติดลบ จะได้ $5 - a$ เป็นบวก (ลบลบ เป็นบวก) $\rightarrow |5 - a| = 5 - a$

และ $a - 5$ จะยิ่งติดลบมากขึ้น $\rightarrow |a - 5| = -(a - 5)$

ดังนั้น $|5 - a| + |a - 5| = 15$

$$5 - a + (-(a - 5)) = 15$$

$$5 - a - a + 5 = 15$$

$$-2a = 5$$

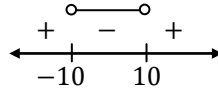
$$a = -2.5 \quad \rightarrow \text{อยู่ในช่วง } [-4, -2]$$

4. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\frac{1}{x^2+9} > \frac{1}{109}$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 9 2. 10 3. 18 4. 19 5. 21

ตอบ 4

เนื่องจาก $x^2 \geq 0$ ดังนั้น $x^2 + 9$ จะเป็นบวกเสมอ

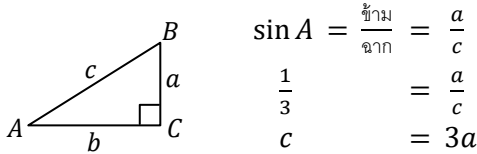
$$\begin{aligned} \rightarrow \text{คูณไขว้ } x^2 + 9 \text{ กับ } 109 \text{ ได้ } &\rightarrow \frac{1}{x^2+9} > \frac{1}{109} \\ &109 > x^2 + 9 \\ &0 > x^2 - 100 \\ &0 > (x + 10)(x - 10) \end{aligned}$$



จำนวนเต็มในช่วงนี้ จะมี $-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9$ ซึ่งมี $9 - (-9) + 1 = 19$ จำนวน

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มี a, b และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ ถ้า $\sin A = \frac{1}{3}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง
1. $a = 2\sqrt{2}b$ 2. $b = 2\sqrt{2}a$ 3. $a = 3b$
 4. $b = 3a$ 5. $a = b$

ตอบ 2



หา b จากพีทาโกรัส จะได้ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(3a)^2 - a^2} \\ &= \sqrt{9a^2 - a^2} \\ &= \sqrt{8a^2} = 2\sqrt{2}a \end{aligned}$$

6. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_8 = 81$ และ $a_{11} = 3$ แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ตอบ 3

จากสูตรพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1} \rightarrow$ แทน $n = 8$ จะได้ $a_8 = a_1 r^{8-1}$

$$81 = a_1 r^7 \quad \dots(1)$$

\rightarrow แทน $n = 11$ จะได้ $a_{11} = a_1 r^{11-1}$

$$3 = a_1 r^{10} \quad \dots(2)$$

(1) \div (2) : $\frac{81}{3} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^{10}}$

$$27 = \frac{1}{r^3}$$

$$r^3 = \frac{1}{27}$$

$$r = \frac{1}{3}$$

7. กำหนดให้ $-2, 0, 2, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้าผลบวกของ n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 130 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 13 2. 14 3. 15 4. 16 5. 17

ตอบ 1

จะเห็นว่าลำดับ $-2, 0, 2, \dots$ มี $a_1 = -2$ และเพิ่มทีละ 2 \rightarrow จะได้ $d = 2$

จากสูตรอนุกรมเลขคณิต จะได้ผลบวก n พจน์แรก $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

$$130 = \frac{n}{2}(2(-2) + (n-1)2)$$

$$130 = \frac{n}{2}(-4 + 2n - 2)$$

$$130 = \frac{n}{2}(2n - 6)$$

$$130 = n^2 - 3n$$

$$0 = n^2 - 3n - 130$$

$$0 = (n-13)(n+10)$$

$$n = 13, -10$$

แต่ n คือเลขลำดับของพจน์ ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก \rightarrow เหลือ $n = 13$ ค่าเดียว

8. จากแผนภาพต้นไม้ที่กำหนดให้

4	4	5			
5	1	1	3		
6	1	1	2	4	8
7	0	1	2	3	
8	1	2			

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม
2. มัธยฐาน มากกว่า ฐานนิยม อยู่ 1
3. ฐานนิยม มากกว่า มัธยฐาน อยู่ 1
4. มัธยฐาน = ฐานนิยม = 62
5. มัธยฐาน = ฐานนิยม = 61

ตอบ 2

ฐานนิยม ต้องหาตัวที่ซ้ำมากที่สุด

จะเห็นว่าค่าที่ซ้ำมากที่สุด จะอยู่ในแถว 60 คือ มี 1 ซ้ำ 3 ตัว

\rightarrow จะได้ฐานนิยม คือ 61

4	4	5			
5	1	1	3		
6	1	1	1	2	4
7	0	1	2	3	8
8	1	2			

มัธยฐาน \rightarrow หาจำนวนข้อมูลโดยการนับฝั่งหลักหน่วย จะนับได้ 17 ตัว

ดังนั้น มัธยฐานจะอยู่ตัวที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{17+1}{2} = 9$

นับหลักหน่วยไป 9 ตัว จะไปหยุดที่ 2 ในแถว 60

\rightarrow จะได้มัธยฐานคือ 62 ซึ่งจะมากกว่า ฐานนิยม 61 อยู่ 1

4	4	5			
5	1	1	3		
6	1	1	1	2	4
7	0	1	2	3	8
8	1	2			

↑ ตัวที่ 9

9. ในการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ซึ่งมี 40 คน

นายปรีณ สอบได้ 65 คะแนน และได้ลำดับที่ 19

นายปราชญ์ สอบได้ 62 คะแนน และได้ลำดับที่ 20

นายปราณ สอบได้ 60 คะแนน และได้ลำดับที่ 21

มัธยฐานของคะแนนสอบวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 60 คะแนน
2. 61 คะแนน
3. 62 คะแนน
4. 62.5 คะแนน
5. 65 คะแนน

ตอบ 2

$$\begin{aligned} \text{มัธยฐาน จะอยู่คนที่ } \frac{N+1}{2} &= \frac{40+1}{2} = 20.5 \rightarrow \text{ตรงกลางระหว่างคนที่ 20 กับ 21} \\ &= \frac{62+60}{2} = 61 \end{aligned}$$

10. กล้องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีขาว 6 ลูก สีแดง 7 ลูก และ สีฟ้า 8 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 2 ครั้ง

ครั้งละ 1 ลูก โดยหยิบแล้วไม่ใส่ลูกบอลกลับคืน ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีฟ้าทั้งสองลูกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{15}$
2. $\frac{1}{5}$
3. $\frac{7}{30}$
4. $\frac{4}{15}$
5. $\frac{1}{3}$

ตอบ 1

จำนวนแบบทั้งหมด : มีลูกบอลทั้งหมด $6 + 7 + 8 = 21$ ลูก \rightarrow ครั้งแรกหยิบได้ 21 แบบ

\rightarrow ครั้งที่สอง จะเหลือ 20 ลูก \rightarrow หยิบได้ 20 แบบ

$$\text{จะได้จำนวนแบบทั้งหมด} = 21 \times 20 \text{ แบบ}$$

จำนวนแบบที่สนใจ : มีลูกบอลสีฟ้า 8 ลูก \rightarrow ครั้งแรกหยิบได้ 8 แบบ

\rightarrow ครั้งที่สอง จะเหลือบอลสีฟ้า 7 ลูก \rightarrow หยิบได้ 7 แบบ

$$\text{จะได้จำนวนแบบที่สนใจ} = 8 \times 7 \text{ แบบ}$$

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{8 \times 7}{21 \times 20} = \frac{2}{15}$$

11. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $-2 + |-5| = 3$

ข. $|-5|^3 = (5\sqrt{5})^2$

ค. $\sqrt{3} = \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$

ง. $(81^{\frac{1}{3}} - 24^{\frac{1}{3}})^3 = 3$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

ตอบ 5

ก. $-2 + |-5| = -2 + 5 = 3 \checkmark$

ข. $|-5|^3 = (5)^3 = 125$
 $(5\sqrt{5})^2 = (25)(5) = 125$ } เท่ากัน \checkmark

ค. $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = (3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = (3^{1+\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = (3^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \checkmark$

ง. $(81^{\frac{1}{3}} - 24^{\frac{1}{3}})^3 = (\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24})^3 = (3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3})^3 = (\sqrt[3]{3})^3 = 3 \checkmark$

12. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $|x - 2||x - 3| - 5|x - 3| + 8|x - 2| = 40$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7 5. 8

ตอบ 1

เปลี่ยนตัวแปร ให้ $|x - 2| = a$ และ $|x - 3| = b$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } |x - 2||x - 3| - 5|x - 3| + 8|x - 2| &= 40 \\ a \quad b - 5b + 8a &= 40 \\ ab - 5b + 8a - 40 &= 0 \\ b(a - 5) + 8(a - 5) &= 0 \\ (b + 8)(a - 5) &= 0 \\ b = -8 \text{ หรือ } a = 5 \end{aligned}$$

แต่ a และ b เป็นผลลัพธ์ของค่าสัมบูรณ์ จะติดลบไม่ได้ \rightarrow เหลือ $a = 5$ ได้แบบเดียว


$$\begin{aligned} |x - 2| &= 5 \\ x - 2 &= 5, -5 \\ x &= 7, -3 \end{aligned}$$

จะได้ผลบวกคำตอบ = $7 + (-3) = 4$

13. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับสมการ $-6 < x(x + 5) < 24$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7 5. 8

ตอบ 5

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } -6 < x(x + 5) \quad \text{และ} \quad x(x + 5) < 24 \\ -6 < x^2 + 5x \quad \quad \quad x^2 + 5x < 24 \\ 0 < x^2 + 5x + 6 \quad \quad \quad x^2 + 5x - 24 < 0 \\ 0 < (x + 2)(x + 3) \quad \quad \quad (x + 8)(x - 3) < 0 \end{aligned}$$


และ คือ เอกส่วนที่ซ้อนทับกัน (อินเตอร์เซก) จะได้คำตอบของสมการคือ $(-8, -3) \cup (-2, 3)$

จำนวนเต็มในช่วงนี้ จะมี $-7, -6, -5, -4$ กับ $-1, 0, 1, 2$ รวมทั้งหมด 8 จำนวน

14. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $4^{x+\frac{1}{2}} + 2^x - 1 = 0$ มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. $(-4, -2]$ 2. $(-2, 0]$ 3. $(0, 2]$ 4. $(2, 4]$ 5. $(4, 6]$

ตอบ 2

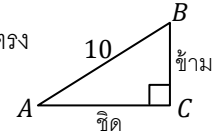
$$\begin{aligned} 4^{x+\frac{1}{2}} + 2^x - 1 &= 0 \\ (2^2)^{x+\frac{1}{2}} + 2^x - 1 &= 0 \\ 2^{2x+1} + 2^x - 1 &= 0 \\ \text{ให้ } a &= 2^x \\ \text{จะได้ } a^2 &= 2^{2x} \quad \left\{ \begin{aligned} 2^{2x} \cdot 2^1 + 2^x - 1 &= 0 \\ 2a^2 + a - 1 &= 0 \\ (2a - 1)(a + 1) &= 0 \\ a &= \frac{1}{2}, -1 \end{aligned} \right. \\ \text{ตั้งฐาน 2 ทั้งสองข้าง} \quad \left\{ \begin{aligned} 2^x &= 2^{-1}, \quad \times \\ x &= -1 \end{aligned} \right. \rightarrow 2^x \text{ เป็นลบไม่ได้} \end{aligned}$$

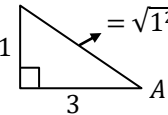
จะเห็นว่า -1 อยู่ใน $(-2, 0]$ ในข้อ 2.

15. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้าด้าน AB ยาว 10 หน่วย และ $\tan A = \frac{1}{3}$ แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $10\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
 2. 15 ตารางหน่วย
 3. 16 ตารางหน่วย
 4. $10\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
 5. $13\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ตอบ 2

จะเห็นว่า \tan คือ $\frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$ แต่โจทย์ให้ $AB = 10$ ซึ่งเป็นด้าน "ฉาก" จึงไม่สามารถใช้กับ \tan ได้โดยตรง
 → จะหา $\sin A$ หรือ $\cos A$ ที่เกี่ยวกับด้าน "ฉาก" ก่อน



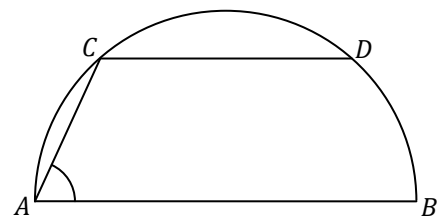
$\tan A = \frac{1}{3}$ จะได้ดังรูป  $= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ซึ่งจะได้ $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$

พิจารณา $\triangle ABC$ จะได้ $\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{10} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow BC = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

พีทาโกรัส จะได้ $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - (\sqrt{10})^2} = \sqrt{100 - 10} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

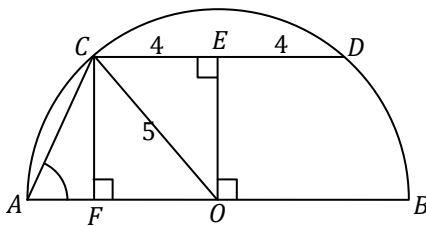
จะได้พื้นที่ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 15$

16. ให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางกึ่งกลางของวงกลม ซึ่งมีรัศมี 5 หน่วย CD เป็นคอร์ดซึ่งมีความยาว 8 หน่วย และขนานกับ AB ดังรูป $\tan \hat{CAB}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้



1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
3. $\sqrt{3}$
4. 2
5. 3

ตอบ 5

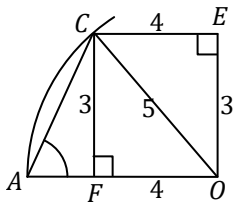


ลากเส้นเพิ่มดังรูป

ใน $\triangle CAF$ จะได้ $\tan \hat{A} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{CF}{AF} \dots (*)$

จาก $CD = 8$ และจากสมบัติของคอร์ด จะได้ $CE = ED = 4$

จาก $CO =$ รัศมี $= 5 \rightarrow$ ใน \triangle มุมฉาก COE จะได้ $EO = 3$



ในสี่เหลี่ยมผืนผ้า $CFOE$ จะได้ $CF = EO = 3$

$FO = CE = 4$ ดังรูป

$AO =$ รัศมี $= 5 \rightarrow$ จะเหลือ $AF = 5 - 4 = 1$

จะได้ $\tan A = \frac{CF}{AF} = \frac{3}{1} = 3$

17. จากการสำรวจเรื่องการซื้อของที่ระลึกของผู้ที่เข้าชมพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งจำนวน 300 คน ในสินค้าสามชนิดคือ แก้วกาแฟ พวงกุญแจ และโปสเตอร์ พบว่า มี 38 คน ซื้อแก้วกาแฟ
 155 คน ซื้อพวงกุญแจ
 62 คน ซื้อโปสเตอร์
 13 คน ซื้อของที่ระลึกทั้ง 3 ชนิด
 และ 120 คน ไม่ซื้อของที่ระลึกทั้ง 3 ชนิดเลย
 จำนวนผู้ที่ซื้อของที่ระลึกเพียง 2 ชนิด เท่านั้น เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 49 คน
 2. 51 คน
 3. 61 คน
 4. 75 คน
 5. 100 คน

ตอบ 1

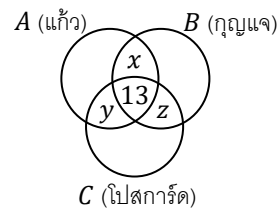
ให้ x แทนจำนวนคนที่ซื้อ แก้ว และ พวงกุญแจ แต่ไม่ซื้อโปสเตอร์

y แทนจำนวนคนที่ซื้อ แก้ว และ โปสเตอร์ แต่ไม่ซื้อพวงกุญแจ

z แทนจำนวนคนที่ซื้อ พวงกุญแจ และ โปสเตอร์ แต่ไม่ซื้อแก้ว

จะได้จำนวนคนที่ซื้อ 2 ชนิดเท่านั้น $= x + y + z$

และมี 13 คน ซื้อทั้ง 3 ชนิด \rightarrow วาดแผนภาพได้ดังรูป



มีทั้งหมด 300 คน แต่มี 120 คน ไม่ซื้อของทั้ง 3 ชนิดเลย

จะได้จำนวนคนที่ซื้อแก้ว หรือกุญแจ หรือโปสเตอร์ $= 300 - 120 = 180$ คน $\rightarrow n(A \cup B \cup C)$

จากสูตร Inclusive - Exclusive จะได้

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ 180 &= 38 + 155 + 62 - (x + 13) - (y + 13) - (z + 13) + 13 \\ 180 &= 229 - x - y - z \\ x + y + z &= 49 \end{aligned}$$

18. จากแบบรูปของจำนวนเต็มที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 7, 9, 12, 16, 21, 27, ...

พจน์ที่ 40 คือ จำนวนเต็มในข้อใดต่อไปนี้

1. 716
2. 720
3. 766
4. 826
5. 840

ตอบ 4

พิจารณากการเพิ่มของแต่ละพจน์ $7, 9, 12, 16, 21, 27, \dots$

จะเห็นว่า พจน์ที่ 2 $= 7 + 2 = 9$

พจน์ที่ 3 $= 7 + 2 + 3 = 12$

พจน์ที่ 4 $= 7 + 2 + 3 + 4 = 16$

\vdots

ดังนั้น พจน์ที่ 40 $= 7 + 2 + 3 + 4 + \dots + 40$
 $= 6 + (1 + 2 + 3 + \dots + 40)$
 $= 6 + \frac{40}{2}(40 + 1)$
 $= 6 + 820 = 826$

$1 + 2 + \dots + n = \frac{n}{2}(n + 1)$

19. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} |x-1| + 1 & ; x < 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ ถ้า $S = \{ a \mid f(a) = 10 \}$ แล้วผลบวกของสมาชิกใน S ทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -4 2. -2 3. 0 4. 2 5. 4

ตอบ 1

<p>กรณี $a < 1$: $f(a) = a-1 + 1$</p> $10 = a-1 + 1$ $9 = a-1 $ $9, -9 = a-1$ $\cancel{10}, -8 = a$	<p style="font-size: 2em;">}</p>	<p>กรณี $a \geq 1$: $f(a) = (a-1)^2 + 1$</p> $10 = (a-1)^2 + 1$ $9 = (a-1)^2$ $3, -3 = a-1$ $4, \cancel{-2} = a$
---	----------------------------------	--

(10 ใช้ไม่ได้ เพราะขัดแย้งกับเงื่อนไข $a < 1$) (-2 ใช้ไม่ได้ เพราะขัดแย้งกับเงื่อนไข $a \geq 1$)

รวม 2 กรณี จะได้คำตอบคือ -8, 4 → บวกกันได้ $-8 + 4 = -4$

20. กำหนดให้ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของ $y = x^2 + bx + c$ มีจุดวกกลับที่จุด $(1, -9)$ แล้วเซตคำตอบของสมการ $x^2 + bx + c \leq 0$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ 2. $(-\infty, -4] \cup [2, \infty)$ 3. $[-4, 2]$
 4. $[-3, 3]$ 5. $[-2, 4]$

ตอบ 5

$y = x^2 + bx + c$ เมื่อเทียบกับรูป $y = ax^2 + bx + c$ จะได้ $a = 1$
 แทน $a = 1$ ในสูตรจุดวกกลับ $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ จะได้จุดวกกลับคือ $(-\frac{b}{2}, \frac{4c-b^2}{4})$
 แต่โจทย์ให้จุดวกกลับคือ $(1, -9)$ ดังนั้น $-\frac{b}{2} = 1$ และ $\frac{4c-b^2}{4} = -9$

$$b = -2 \rightarrow \frac{4c-(-2)^2}{4} = -9$$

$$c - 1 = -9$$

$$c = -8$$

แทน b และ c ในสมการที่โจทย์ถาม จะได้ $x^2 - 2x - 8 \leq 0$
 $(x+2)(x-4) \leq 0$



21. กำหนดให้ $f(x) = |x| + 5$ และ $g(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง ถ้าเซตคำตอบของสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือช่วงปิด $[-10, 15]$ แล้ว $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15 2. $\frac{76}{5}$ 3. $\frac{86}{5}$ 4. 20 5. 25

ตอบ 3

คำตอบของ $f(x) \leq g(x)$ คือช่วงปิด $[-10, 15]$ แสดงว่า -10 กับ 15 เป็นจุดสุดท้ายที่ทำให้ $f(x) \leq g(x)$ ก่อนจะทำให้ $f(x) > g(x)$ เมื่อเลยจากช่วงนี้ไป

เนื่องจากกราฟ $y = |x| + 5$ เป็นเส้นตรงหัก และกราฟของ $y = ax + b$ เป็นเส้นตรง จะทำให้สรุปได้ว่า จุดปลายของช่วงคำตอบ (คือ -10 และ 15) จะเป็นจุดที่ทำให้ $f(x) = g(x)$

นั่นคือ $f(-10) = g(-10)$ และ $f(15) = g(15)$
 $|-10| + 5 = a(-10) + b$ $|15| + 5 = a(15) + b$
 $15 = -10a + b \dots(1)$ $20 = 15a + b \dots(2)$

$$(2) - (1) : \begin{array}{l} 20 - 15 = (15a + b) - (-10a + b) \\ 5 = 25a \\ \frac{1}{5} = a \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 \\ 17 \end{array} = \begin{array}{l} 15\left(\frac{1}{5}\right) + b \\ b \end{array}$$

จะได้ $a + b = \frac{1}{5} + 17 = \frac{86}{5}$

22. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิตชุดหนึ่ง

ถ้า $S_{10} = 55$ และ $S_{11} = 77$ แล้ว S_9 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 33 2. 35 3. 36 4. 40 5. 44

ตอบ 3

จากสูตรอนุกรมเลขคณิต $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d) \dots (*)$

แทน $n = 10$ จะได้

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{10}{2}(2a_1 + (10 - 1)d) \\ 55 &= 10a_1 + 45d \\ 11 &= 2a_1 + 9d \quad \dots(1) \end{aligned}$$

แทน $n = 11$ จะได้

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{11}{2}(2a_1 + (11 - 1)d) \\ 77 &= 11a_1 + 55d \\ 7 &= a_1 + 5d \quad \dots(2) \end{aligned}$$

$$2(2) - (1) : \begin{array}{l} 2(7) - 11 = 2(a_1 + 5d) - (2a_1 + 9d) \\ 3 = d \end{array}$$

แทนใน (2) : $\begin{array}{l} 7 = a_1 + 5(3) \\ -8 = a_1 \end{array}$

แทน $n = 9$ ใน (*) จะได้ $S_9 = \frac{9}{2}(2(-8) + (9 - 1)3) = \frac{9}{2}(8) = 36$

23. จากตารางที่กำหนดให้

	หลักที่ 25					
	2	5	8	11
	7
	12
	17
	⋮				...	⋮
แถวที่ 25	m

จำนวนนับในแต่ละแถว เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ 3 และ จำนวนนับในแต่ละหลักเป็นลำดับเลขคณิตซึ่งมีผลต่างร่วมเท่ากับ 5 ถ้า m เป็นจำนวนนับ ซึ่งอยู่ในแถวที่ 25 และหลักที่ 25 แล้ว m มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 186 2. 191 3. 194 4. 199 5. 202

ตอบ 3

ตัวสุดท้ายของแถวแรก คือ พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต 2, 5, 8, 11, ... ที่มี $a_1 = 2$ และ $d = 3$

ใช้สูตรอนุกรมเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d$ โดยแทน $n = 25$ จะได้ $a_{25} = 2 + (25 - 1)3 = 74$

ดังนั้น หลักขวาสุด จะเป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = 74$ และมี m เป็นพจน์ที่ 25 โดยโจทย์กำหนดให้ทุกหลักมี $d = 5$

ใช้สูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ในลำดับหลักขวาสุด จะได้ $m = a_{25} = 74 + (25 - 1)5 = 194$

24. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{19} + a_{20} = 13$
 และ $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{19} - a_{20} = 17$
 แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{2}{15}$ 2. $-\frac{1}{15}$ 3. $\frac{1}{15}$ 4. $\frac{2}{15}$ 5. $\frac{1}{5}$

ตอบ 1

ใช้สูตรสูตรอนุกรมเรขาคณิต $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ กับสมการแรก

จะได้ $a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = S_{20} = \frac{a_1(1-r^{20})}{1-r} = 13 \dots(1)$

และจาก $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{19} - a_{20} = a_1 + (-a_2) + a_3 + (-a_4) + \dots + a_{19} + (-a_{20})$

ลำดับเรขาคณิต ที่สลับเครื่องหมาย บวก, ลบ, บวก, ลบ, ... จะเกิดจากการที่มีค่าอัตราส่วนร่วมติดลบ

ดังนั้น ถ้า $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ที่มีอัตราส่วนร่วม $= r$

จะได้ว่าลำดับ $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต ที่มีอัตราส่วนร่วม $= -r$

ดังนั้น $a_1 + (-a_2) + a_3 + (-a_4) + \dots + a_{19} + (-a_{20}) = \frac{a_1(1-(-r)^{20})}{1-(-r)} = \frac{a_1(1-r^{20})}{1+r} = 17 \dots(2)$

$$\begin{aligned} (1) \div (2) : \frac{a_1(1-r^{20})}{1-r} \div \frac{a_1(1-r^{20})}{1+r} &= \frac{13}{17} \\ \frac{a_1(1-r^{20})}{1-r} \times \frac{1+r}{a_1(1-r^{20})} &= \frac{13}{17} \\ \frac{1+r}{1-r} &= \frac{13}{17} \\ 17 + 17r &= 13 - 13r \\ 30r &= -4 \\ r &= -\frac{4}{30} = -\frac{2}{15} \end{aligned}$$

25. จากการคำนวณเกรดเฉลี่ยของนักเรียนสามคนคือ จ้อย แฉง และ แจ้ว ในวิชาที่ลงทะเบียนไว้ 4 วิชา ซึ่งมีเกรดและหน่วยกิตดังนี้

วิชา	คณิตศาสตร์	ภาษาไทย	วิทยาศาสตร์	ภาษาอังกฤษ
จำนวนหน่วยกิต	3	2	3	2
เกรดของจ้อย	4	3	4	2
เกรดของแฉง	3	4	4	3
เกรดของแจ้ว	4	4	2	3

การเรียงลำดับของนักเรียนทั้งสามคน ที่ได้เกรดเฉลี่ยจากน้อยไปมากคือข้อใดต่อไปนี้

1. จ้อย แฉง แจ้ว 2. จ้อย แจ้ว แฉง 3. แจ้ว จ้อย แฉง
 4. แฉง แจ้ว จ้อย 5. แฉง จ้อย แจ้ว

ตอบ 3

เกรดเฉลี่ย คือ ค่าเฉลี่ยของเกรดที่ถูกถ่วงน้ำหนักด้วยหน่วยกิต ตามสูตร $\frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$

จะได้ เกรดเฉลี่ยของจ้อย $= \frac{(3 \times 4) + (2 \times 3) + (3 \times 4) + (2 \times 2)}{3 + 2 + 3 + 2} = \frac{34}{10} = 3.4$

เกรดเฉลี่ยของแฉง $= \frac{(3 \times 3) + (2 \times 4) + (3 \times 4) + (2 \times 3)}{3 + 2 + 3 + 2} = \frac{35}{10} = 3.5$

เกรดเฉลี่ยของแจ้ว $= \frac{(3 \times 4) + (2 \times 4) + (3 \times 2) + (2 \times 3)}{3 + 2 + 3 + 2} = \frac{32}{10} = 3.2$

จะเห็นว่า $3.2 < 3.4 < 3.5$ ดังนั้น แจ้ว < จ้อย < แฉง

26. สวนมะนาวแห่งหนึ่ง ต้องการคัดขนาดของมะนาวที่ส่งให้ซูเปอร์มาร์เก็ต จึงสุ่มตัวอย่างมะนาวมา 15 ผล นำมาชั่งน้ำหนัก (กรัม) แต่ละผล ซึ่งเขียนเป็นแผนภาพต้น - ใบ ได้ดังนี้

4	7	7	9												
5	1	1	1	1	2	3	3	3	3	5	7	7			

ถ้าขนาดของมะนาวที่จะส่งซูเปอร์มาร์เก็ตต้องมีน้ำหนักอยู่ในช่วง $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ เมื่อ \bar{x} และ s คือค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักมะนาวที่สุ่มมา ตามลำดับ แล้วมะนาวที่ถูกคัดไว้ที่ส่งให้ซูเปอร์มาร์เก็ตจากมะนาวที่สุ่มมามีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10 ผล 2. 11 ผล 3. 12 ผล 4. 13 ผล 5. 15 ผล

ตอบ 2

สร้างตารางแจกแจงความถี่ และลดทอนข้อมูล โดยการลบข้อมูลทุกตัวด้วย 50 เพื่อให้ข้อมูลน้อยลงก่อน ดังนี้

x_i	f_i	$d_i = x_i - 50$	$f_i d_i$
47	2	-3	-6
49	1	-1	-1
51	4	1	4
52	1	2	2
53	4	3	12
55	1	5	5
57	2	7	14
			30

$$\bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{N} = \frac{30}{15} = 2 \rightarrow \text{บวก 50 กลับไปเป็นค่า } x \text{ แบบเดิม}$$

จะได้ $\bar{x} = 50 + 2 = 52$

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
47	2	-5	25	50
49	1	-3	9	9
51	4	-1	1	4
52	1	0	0	0
53	4	1	1	4
55	1	3	9	9
57	2	5	25	50
				126

ถัดมา ใช้ $\bar{x} = 52$ เพื่อหา s จากกลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มตัวอย่าง ต้องหารด้วย $N - 1$)

$$\text{จะได้ } s = \sqrt{\frac{f_i(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{126}{15-1}} = 3$$

จะได้ช่วง $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ คือ $[52 - 3, 52 + 3] = [49, 55]$ ซึ่งจะมี $1 + 4 + 1 + 4 + 1 = 11$ ผล

27. กำหนดให้ x_1, x_2, \dots, x_{24} เป็นข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปมาก และเป็นลำดับเลขคณิต

ถ้าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 12 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 12 และ 20.5 ตามลำดับ แล้วมัธยฐานของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 15.25 2. 15.50 3. 16 4. 16.75 5. 17

ตอบ 4

จากสูตร ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r}{100} \cdot (N + 1)$ จะได้ P_{12} อยู่ตัวที่ $\frac{12}{100} \cdot (24 + 1) = 3$ ดังนั้น $P_{12} = x_3$

P_{80} อยู่ตัวที่ $\frac{80}{100} \cdot (24 + 1) = 20$ ดังนั้น $P_{80} = x_{20}$

โจทย์ให้ P_{12} และ P_{80} เท่ากับ 12 และ 20.5 ดังนั้น $x_3 = 12$ และ $x_{20} = 20.5$

เนื่องจาก x_1, x_2, \dots, x_{24} เป็นลำดับเลขคณิต \rightarrow ใช้สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ได้

$$\text{จะได้ } \begin{aligned} x_3 &= x_1 + (3 - 1)d & \text{และ} & & x_{20} &= x_1 + (20 - 1)d \\ 12 &= x_1 + 2d & \dots(1) & & 20.5 &= x_1 + 19d & \dots(2) \end{aligned}$$

$$(2) - (1) : \quad 20.5 - 12 = (x_1 + 19d) - (x_1 + 2d)$$

$$\quad \quad \quad 8.5 \quad = \quad 17d$$

$$\quad \quad \quad 0.5 \quad = \quad d$$

แทนใน (1) : $12 = x_1 + 2(0.5)$
 $11 = x_1$

หาตำแหน่งมัธยฐาน จากสูตร $\frac{N+1}{2}$ จะได้มัธยฐานอยู่ตัวที่ $\frac{24+1}{2} = \frac{25}{2} = 12.5 =$ ตรงกลางระหว่างตัวที่ 12 กับ 13

หาตัวที่ 12 ด้วยสูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$ จะได้ $x_{12} = x_1 + (12 - 1)d$
 $= 11 + 11(0.5) = 16.5$

ตัวที่ 13 จะเพิ่มจากตัวที่ 12 ไปเท่ากับค่า d จะได้ $x_{13} = x_{12} + d = 16.5 + 0.5 = 17$

ดังนั้น มัธยฐาน $= \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{16.5 + 17}{2} = 16.75$

28. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าทิ้งสองมีแต้มที่เรียงติดกัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{2}{9}$ 3. $\frac{5}{18}$ 4. $\frac{1}{3}$ 5. $\frac{7}{18}$

ตอบ 3

ทอดลูกเต๋า 2 ลูก แต่ละลูกออกได้ 6 แบบ \rightarrow จำนวนแบบทั้งหมด $= 6 \times 6 = 36$ แบบ

แบบที่ได้แต้มเรียงติดกัน จะมี 12, 23, 34, 45, 56 ทั้งหมด 10 แบบ
 21, 32, 43, 54, 65

จะได้ความน่าจะเป็น $= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

29. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ และ $S = \{(m, n) \mid m, n \in A\}$

ถ้า (m, n) เป็นสมาชิกหนึ่งของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้วความน่าจะเป็นที่ (m, n) จะเป็นจุดบนเส้นตรง $x - y = 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{9}{100}$ 2. $\frac{1}{10}$ 3. $\frac{11}{100}$ 4. $\frac{6}{50}$ 5. $\frac{13}{100}$

ตอบ 1

A มีสมาชิก 10 ตัว ดังนั้น เลือก m กับ n ได้ตัวละ 10 แบบ \rightarrow จะได้จำนวนแบบทั้งหมด $= 10 \times 10 = 100$ แบบ

(m, n) จะเป็นจุดบนเส้นตรง $x - y = 1$ เมื่อแทน (m, n) ลงไปแล้วทำให้สมการเป็นจริง นั่นคือ เมื่อ $m - n = 1$

จะได้แบบที่โจทย์ต้องการคือ $(1, 0), (2, 1), (3, 2), (4, 3), \dots, (9, 8)$ ซึ่งจะมีทั้งหมด 9 แบบ

จะได้ความน่าจะเป็น $= \frac{9}{100}$

30. จำนวนเต็มบวกสามหลัก ซึ่งไม่มีเลขโดด 0 อยู่เลย แต่มีเลขโดด 1 อย่างน้อยหนึ่งตัว มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 217 2. 321 3. 421 4. 521 5. 717

ตอบ 1

จะแบ่งกรณีนับ ตามจำนวนเลข 1

กรณีมี 1 สามตัว : มี 111 แบบเดียว

กรณีมี 1 สองตัว : เลือกเลขโดดอีก 1 ตัวที่เหลือ จาก 2 ถึง 9 \rightarrow เลือกได้ 8 แบบ

เลือกหลักจาก 3 หลักที่มี ให้เลขโดดจากขั้นแรก \rightarrow เลือกได้ 3 แบบ

ที่เหลือ ต้องใส่ 1 เท่านั้น จะเลือกไม่ได้ ดังนั้น จะได้จำนวนแบบของกรณีนี้คือ $8 \times 3 = 24$ แบบ

กรณีมี 1 หนึ่งตัว : เลือกหลักจาก 3 หลักที่มี ให้ 1 หนึ่งตัวนั้น → เลือกได้ 3 แบบ
 2 หลักที่เหลือ เป็นได้ตั้งแต่ 2 ถึง 9 หลักละ 8 แบบ → เลือกได้ 8×8 แบบ
 จะได้จำนวนแบบของกรณีนี้ คือ $3 \times 8 \times 8 = 192$
 รวมทุกกรณี จะได้จำนวนแบบทั้งหมด = $1 + 24 + 192 = 217$ แบบ

เครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ และเฉลยละเอียด จาก อ.ปิง GTRmath