
การแจกแจงปกติ

สารบัญ

ค่ามาตรฐาน.....	1
การแจกแจงปกติ.....	8

ค่ามาตรฐาน

เราสามารถแปลงข้อมูลให้เป็น “ค่ามาตรฐาน” ได้ โดยการนำข้อมูลแต่ละตัวไปลบด้วย \bar{x} แล้วหารด้วย s

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

เรานิยมใช้สัญลักษณ์ x_i แทนข้อมูลเดิมก่อนแปลง และใช้สัญลักษณ์ z_i แทนค่ามาตรฐานของ x_i หลังแปลง
 ดังนั้น สูตรสำหรับแปลง x_i เป็นค่ามาตรฐาน คือ

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

ตัวอย่าง จงแปลงข้อมูลทุกตัว ของข้อมูล 1, 3, 3, 5, 5, 6, 8, 9 ให้เป็นค่ามาตรฐาน

วิธีทำ จะแปลงข้อมูลให้เป็นค่ามาตรฐาน ต้องหา \bar{x} กับ s ออกมาก่อน

$$\bar{x} = \frac{1+3+3+5+5+6+8+9}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

$$s = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{16+4+4+0+0+1+9+16}{8}} = \sqrt{\frac{50}{8}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

เมื่อได้ \bar{x} และ s แล้ว จึงนำไปใช้แปลงข้อมูลแต่ละตัวให้เป็นค่ามาตรฐานได้ดังนี้

“1” แปลงได้เป็น $\frac{1-5}{2.5} = -1.6$	“6” แปลงได้เป็น $\frac{6-5}{2.5} = 0.4$
“3” แปลงได้เป็น $\frac{3-5}{2.5} = -0.8$	“8” แปลงได้เป็น $\frac{8-5}{2.5} = 1.2$
“5” แปลงได้เป็น $\frac{5-5}{2.5} = 0$	“9” แปลงได้เป็น $\frac{9-5}{2.5} = 1.6$

ดังนั้น แปลงข้อมูลทุกตัวเป็นค่ามาตรฐานได้เป็น $-1.6, -0.8, -0.8, 0, 0, 0.4, 1.2, 1.6$ #

ตัวอย่าง เมื่อแปลงคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งให้เป็นค่ามาตรฐาน พบว่า นาย ก และ นาย ข ซึ่งมีคะแนน 99 และ 69 คะแนน แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เป็น 2 และ -0.5 ตามลำดับ จงหาว่า นาย ค ซึ่งมีคะแนน 93 คะแนน จะแปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เท่าไร

วิธีทำ จากข้อมูลการแปลงค่ามาตรฐานของ นาย ก และ นาย ข จะสามารถเขียนเป็นระบบสมการได้เป็น

$$\frac{99 - \bar{x}}{s} = 2 \qquad \rightarrow \qquad 99 - \bar{x} = 2s \qquad (1)$$

$$\frac{69 - \bar{x}}{s} = -0.5 \qquad \rightarrow \qquad 69 - \bar{x} = -0.5s \qquad (2)$$

แก้ระบบสมการ เพื่อหา \bar{x} และ s ดังนี้

$$(1)-(2): \qquad 30 = 2.5s$$

$$s = \frac{30}{2.5} = 12$$

$$(s = 12) \rightarrow (1): \qquad 99 - \bar{x} = 2 \times 12$$

$$99 - 24 = \bar{x}$$

$$75 = \bar{x}$$

ดังนั้น นาย ค ซึ่งมีคะแนน 93 คะแนน จะมีค่ามาตรฐาน คือ $\frac{93 - \bar{x}}{s} = \frac{93 - 75}{12} = \frac{18}{12} = 1.5$ #

ในเรื่องนี้ เรามักต้องยุ่งกับ \bar{x} และ s ค่อนข้างเยอะ และมักจะต้องใช้ความรู้เก่าๆในเรื่องสถิติมาช่วยค่อนข้างมาก นอกจากสูตรของ \bar{x} และ s แล้ว ยังมีสูตร สัมประสิทธิ์การแปรผัน $= \frac{s}{\bar{x}}$ ที่นิยมนำมาออกอีกด้วย

ตัวอย่าง เมื่อแปลงคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งให้เป็นค่ามาตรฐาน พบว่า นาย ก ซึ่งมีคะแนน 15 คะแนน แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เป็น 1 ถ้าสัมประสิทธิ์การแปรผัน $= 0.25$ แล้ว จงหาว่า นาย ข ซึ่งมีคะแนน 12 คะแนน จะแปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เท่าไร

วิธีทำ สัมประสิทธิ์การแปรผัน $= 0.25 \rightarrow \frac{s}{\bar{x}} = 0.25 \rightarrow s = 0.25\bar{x}$

$$\begin{aligned} 15 \text{ คะแนน} \rightarrow \text{ค่ามาตรฐาน} = 1 &\rightarrow \frac{15-\bar{x}}{s} = 1 \\ \frac{15-\bar{x}}{0.25\bar{x}} &= 1 \\ 15 - \bar{x} &= 0.25\bar{x} \\ 15 &= 1.25\bar{x} \\ \bar{x} &= \frac{15}{1.25} = 12 \end{aligned}$$

และจาก $\frac{s}{\bar{x}} = 0.25$ จะได้ $s = 0.25\bar{x} = 0.25 \cdot 12 = 3$

ดังนั้น คะแนนของ นาย ข จะแปลงเป็นค่ามาตรฐานได้ $= \frac{12-12}{3} = 0$

#

คะแนนที่แปลงเป็นค่ามาตรฐานแล้ว จะมีสมบัติดังต่อไปนี้

- ผลบวกของค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกตัวเป็น 0 เสมอ ($\sum z_i = 0$)
 เช่น จากตัวอย่างแรก ข้อมูล 1, 3, 3, 5, 5, 6, 8, 9
 แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เป็น -1.6, -0.8, -0.8, 0, 0, 0.4, 1.2, 1.6
 ซึ่งจะเห็นว่า $(-1.6) + (-0.8) + (-0.8) + 0 + 0 + 0.4 + 1.2 + 1.6 = 0$
- ถ้าเอาค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกตัว ไปหาค่าเฉลี่ย จะได้ค่าเฉลี่ยเป็น 0 เสมอ ($\bar{z} = 0$)
 (เพราะจากข้อ 1. จะได้ $\sum z_i = 0$ ดังนั้น ถ้าเอาค่ามาตรฐานไปหาค่าเฉลี่ย ก็จะได้ $\bar{z} = 0$)
 เช่น จากตัวอย่างที่แล้ว จะได้ $\bar{z} = \frac{(-1.6)+(-0.8)+(-0.8)+0+0+0.4+1.2+1.6}{8} = \frac{0}{8} = 0$
- ถ้าเอาค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกตัว มายกกำลังสอง แล้วบวกกัน จะได้เท่ากับจำนวนข้อมูล ($\sum z_i^2 = N$)
 เช่น จากตัวอย่างที่แล้ว จะได้ $\sum z_i^2 = (-1.6)^2 + (-0.8)^2 + (-0.8)^2 + 0^2 + 0^2 + 0.4^2 + 1.2^2 + 1.6^2$
 $= 2.56 + 0.64 + 0.64 + 0 + 0 + 0.16 + 1.44 + 2.56 = 8$
- ถ้าเอาค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกตัว ไปหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะได้ 1 เสมอ ($s_z = 1$)
 เพราะ $s_z = \sqrt{\frac{\sum z_i^2}{N} - \bar{z}^2} = \sqrt{\frac{N}{N} - 0} = 1$

ตัวอย่าง นักเรียน 40 คน มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบคือ 75 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 คะแนน ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของนักเรียน 39 คน เท่ากับ 1.2 จงหาคะแนนสอบของนักเรียนที่เหลืออีก 1 คน

วิธีทำ จากสมบัติของค่ามาตรฐาน จะได้ว่าผลบวกของค่ามาตรฐานของข้อมูลทุกตัวเป็นศูนย์

นักเรียน 39 คนแรก มีผลรวมของค่ามาตรฐานคือ 1.2 แต่ผลรวมของค่ามาตรฐานของนักเรียน 40 คน ต้องได้ 0 ดังนั้น นักเรียนที่เหลืออีก 1 คน ต้องมีค่ามาตรฐานเท่ากับ -1.2

ซึ่งจะหาคะแนนจริงของนักเรียนคนนี้ได้จากการแก้สมการ $\frac{x_i - \bar{x}}{s} = -1.2$

$$\frac{x_i - \bar{x}}{s} = -1.2$$

$$\frac{x_i - 75}{5} = -1.2$$

$$x_i = (-1.2)(5) + 75 = 69$$

ดังนั้น นักเรียนอีกคนที่เหลือ มีคะแนนเท่ากับ 69 คะแนน

#

แบบฝึกหัด

1. ข้อมูลชุดหนึ่ง มี $\bar{x} = 25$ และ $s = 2$ จงหาค่ามาตรฐานของข้อมูลต่อไปนี้

1. 28

2. 21

2. ข้อมูลชุดหนึ่ง มี $\bar{x} = 12$ และ $s = 3$ จงหาค่าข้อมูล ของค่ามาตรฐานต่อไปนี้

1. -1

2. 1.2

3. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 50 คน มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ 20 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5 คะแนน ถ้า นาย ก นาย ข และ นาย ค เป็นนักเรียนในกลุ่มนี้ ซึ่งคะแนนของทั้งสามคนรวมกันได้ 67.5 คะแนน แล้วจงหาผลรวมค่ามาตรฐานของคะแนนของทั้งสามคนนี้

4. นักเรียนกลุ่มหนึ่ง มี 4 คน มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ = 50 คะแนน และสัมประสิทธิ์การแปรผัน = 0.2 ถ้าคะแนนสอบของนักเรียน 3 คนแรก แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เป็น -1.5, 0.8 และ 1.2 แล้ว จงหาคะแนนของนักเรียนอีกคนที่เหลือ

5. ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ถ้าสอบได้ 700 คะแนน แปลงคะแนนเป็นค่ามาตรฐานได้ 4 แต่ถ้าสอบได้ 400 คะแนน แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้ -2 แล้วสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับร้อยละเท่าใด [PAT 1 (มี.ค. 53)/44]

6. คะแนนสอบวิชาความถนัดของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนายแดงและนายดำเท่ากับ 0 และผลรวมของคะแนนของนายแดงและนายดำเป็น 4 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วสัมประสิทธิ์ของความแปรผันของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ก.ค. 52)/44]

7. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้านักเรียนคนหนึ่งในห้องนี้สอบได้ 55 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐานได้เท่ากับ 0.5 และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (coefficient of variation) ของคะแนนนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 20% คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ก.ค. 53)/43]

8. กำหนด $\sum_{i=1}^N x_i = 1125$, $N = 45$ \bar{x} เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ ความแปรปรวนเท่ากับ 6.25
ถ้า A และ B เป็นนักเรียนของห้องนี้ A ได้ 30 คะแนน มีค่ามาตรฐาน มากกว่าค่ามาตรฐานของ B อยู่ 0.8
แล้ว B ได้กี่คะแนน [PAT 1 (ธ.ค. 54)/22]
9. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนจำนวน 30 คน ปรากฏว่ามีนักเรียน 17 คน สอบได้
คะแนนในช่วง 10 – 39 คะแนน มีนักเรียน 10 คน สอบได้คะแนนในช่วง 40 – 49 คะแนน และมีนักเรียน 3 คน
สอบได้คะแนนในช่วง 50 – 59 คะแนน ถ้าแบ่งคะแนนเป็นเกรด 3 ระดับ คือ เกรด A เกรด B และเกรด C โดยที่
10% ของนักเรียนได้เกรด A และ 20% ของนักเรียนได้เกรด B
จากข้อมูลข้างต้น สมมติว่าคะแนนมีการแจกแจงปกติ มีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น $\frac{1}{3}$ ถ้าคะแนนสูงสุดของเกรด B
มีคะแนนมาตรฐานเป็น 1.5 แล้ว คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้เท่ากับกี่คะแนน [PAT 1 (มี.ค. 55)/45]
10. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองห้อง ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 65 คะแนน
นักเรียนห้องแรกมี 40 คน ห้องที่สองมีนักเรียน 30 คน ถ้าคะแนนสอบของนักเรียนห้องแรกมีสัมประสิทธิ์ของการแปร
ผันเท่ากับ 0.2 นาย ก. เป็นนักเรียนห้องแรกสอบได้ 65 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1.5 คะแนนสอบของ
นักเรียนห้องที่สองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 คะแนน และ นาย ข. เป็นนักเรียนห้องที่สองสอบได้คะแนนคิด
เป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ -2 แล้ว นาย ข. สอบได้กี่คะแนน [PAT 1 (ต.ค. 55)/47]

11. นักเรียนห้องหนึ่งเป็นนักเรียนหญิง 20 คน นักเรียนชาย 30 คน มีค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 24.6 กิโลกรัม สมศรีเป็นนักเรียนหญิงที่มีน้ำหนัก a กิโลกรัม คิดเป็นค่ามาตรฐานของน้ำหนักในกลุ่มนักเรียนหญิงเท่ากับ b สมชายเป็นนักเรียนชายที่มีน้ำหนัก a กิโลกรัม คิดเป็นค่ามาตรฐานของน้ำหนักในกลุ่มนักเรียนชายเท่ากับ b
- ถ้า สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเฉพาะกลุ่มนักเรียนหญิง เท่ากับ 0.125
สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเฉพาะกลุ่มนักเรียนชาย เท่ากับ 0.16
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉพาะกลุ่มนักเรียนชาย เท่ากับ 4 แล้ว
จงหาค่า a และ b [A-NET 51/1-23]

12. ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 30 คน มีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 10 ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนักเรียนกลุ่มนี้เพียง 29 คน เท่ากับ 2.5 แล้ว นักเรียนอีก 1 คนที่เหลือสอบได้คะแนนเท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ก.ค. 53)/20]

13. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานเท่ากับ 60,000 บาท และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 10,000 บาท ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงานจำนวน 19 คนมีค่าเท่ากับ 2.5 แล้ว พนักงานอีก 1 คนที่เหลือมีเงินเดือนกี่บาท [A-NET 49/1-24]

14. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ หยิบข้อมูล x_1, x_2, x_3 มาคำนวณค่ามาตรฐานปรากฏว่าได้ค่าเป็น z_1, z_2, z_3 ตามลำดับ ถ้า $z_1 + z_2 = z_3$ แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ในรูปของ x_1, x_2, x_3 เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ต.ค. 52)/1-20]

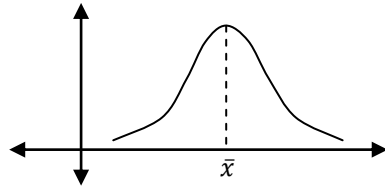
15. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าหยิบข้อมูล a, b, c, d มาคำนวณค่ามาตรฐาน ปรากฏว่าได้ค่าดังตาราง
ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูก [PAT 1 (มี.ค. 52)/43]

ข้อมูล	a	b	c	d
ค่ามาตรฐาน (z)	-3	-0.45	0.45	1

1. $-a + 2b + 2c - 3d = 0$
2. $-a + b + c - 3d = 0$
3. $a - 2b + 3c - 3d = 0$
4. $a - b + c - d = 0$

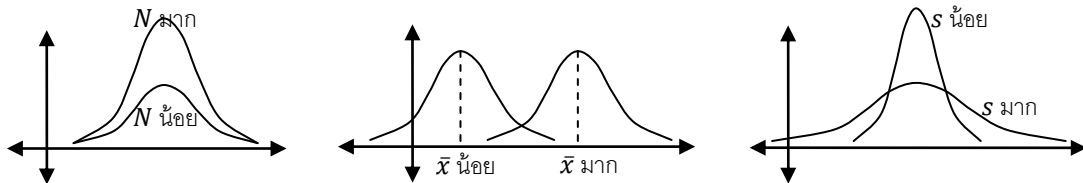
การแจกแจงปกติ

ข้อมูลที่เราสำรวจได้จากธรรมชาติ มักจะมีลักษณะการแจกแจงเฉพาะตัว ที่เรียกว่า การแจกแจง “แบบปกติ” การแจกแจงแบบปกติ จะมีข้อมูลส่วนใหญ่ของข้อมูลอยู่ตรงกลาง และค่อยๆ น้อยลงบริเวณริมๆ ข้างขวา ถ้านำข้อมูลที่ได้แจกแจงปกติ มาเขียนโค้งความถี่ ก็จะได้เป็นรูปประหลาดที่ว่าแบบสมมาตรตั้งรูป



ในเรื่องนี้ เราจะพูดถึงเฉพาะข้อมูลที่ได้แจกแจงแบบปกติเท่านั้น

ข้อมูลแต่ละชุด จะวาดโค้งความถี่ที่แตกต่างกัน ขึ้นกับ จำนวนข้อมูล (N) , ค่าเฉลี่ย (\bar{x}) , และการกระจาย (s)

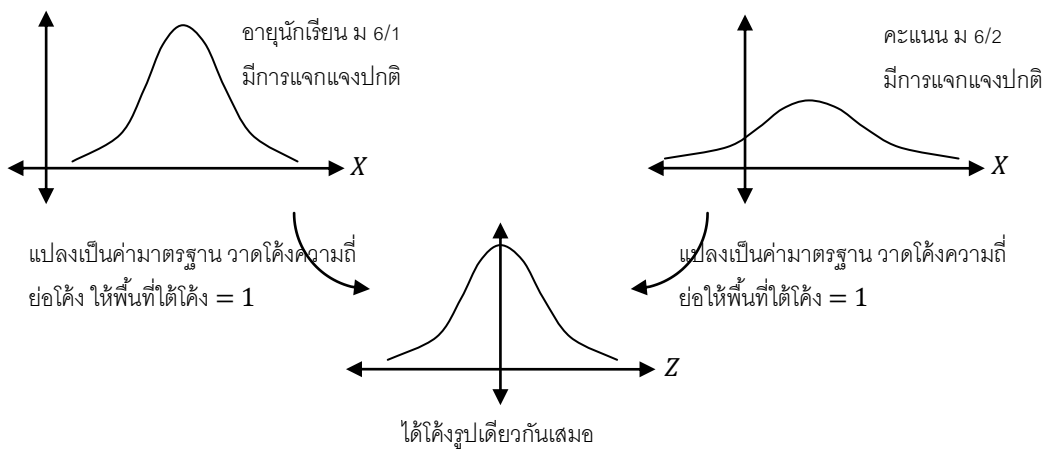


- พื้นที่ใต้โค้ง คือ จำนวนข้อมูล ดังนั้น ถ้ามีข้อมูลหลายตัว โค้งความถี่จะสูง
- \bar{x} คือ แกนกลางของโค้งความถี่ ดังนั้น ถ้า \bar{x} มาก โค้งความถี่จะเลื่อนไปอยู่ทางขวา
- s บอกการกระจายข้อมูล ข้อมูลที่กระจายมาก โค้งความถี่จะแผ่กว้าง

ถึงข้อมูลแต่ละชุด จะวาดโค้งความถี่ได้แตกต่างกัน แต่ถ้าเราแปลงข้อมูลเหล่านั้นให้เป็นค่ามาตรฐาน

แล้ว นำค่ามาตรฐานที่ได้ไปวาดโค้งความถี่ แล้วย่อขนาดให้พื้นที่ใต้โค้งให้เหลือ 1

ข้อมูลทุกชุด จะได้โค้งรูปเดียวกันเป๊ะๆ อย่างน่าประหลาดใจ



เราจะเรียกโค้งรูปเดียวกัน นี้ว่า “โค้งมาตรฐาน”

เนื่องจากข้อมูลปกติทุกชนิด จะแปลงได้เป็นโค้งมาตรฐานเดียวกัน

ดังนั้น ถ้าเราศึกษาสมบัติของโค้งมาตรฐานไว้ ก็จะสามารถแปลงกลับไปใช้กับข้อมูลปกติได้ทั้งหมด

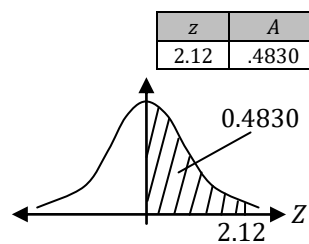
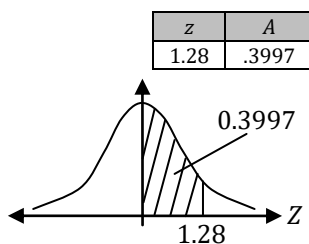
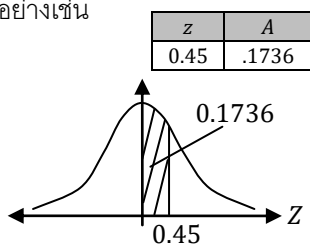
สิ่งที่เราจะสนใจในโค้งมาตรฐาน ก็คือ “พื้นที่ใต้โค้ง” ซึ่งเราต้องอ่าน “ตารางพื้นที่ใต้โค้ง” ให้เป็น

พื้นที่ใต้โค้งมาตรฐานทั้งหมด จะเท่ากับ 1 แบ่งเป็นฝั่งซ้าย 0.5 และ ฝั่งขวา 0.5

โดยตัวเลขในตาราง จะแสดงพื้นที่ทางซ้ายที่วัดเทียบกับจุดกึ่งกลางเท่านั้น

z	A	z	A	z	A	z	A	z	A	z	A
0.00	.0000	0.52	.1985	1.04	.3508	1.56	.4406	2.08	.4812	2.60	.4953
0.01	.0040	0.53	.2019	1.05	.3531	1.57	.4418	2.09	.4817	2.61	.4955
0.02	.0080	0.54	.2054	1.06	.3554	1.58	.4429	2.10	.4821	2.62	.4956
0.03	.0120	0.55	.2088	1.07	.3577	1.59	.4441	2.11	.4826	2.63	.4957
0.04	.0160	0.56	.2123	1.08	.3599	1.60	.4452	2.12	.4830	2.64	.4959
0.05	.0199	0.57	.2157	1.09	.3621	1.61	.4463	2.13	.4834	2.65	.4960
0.06	.0239	0.58	.2190	1.10	.3643	1.62	.4474	2.14	.4838	2.66	.4961
0.07	.0279	0.59	.2224	1.11	.3665	1.63	.4484	2.15	.4842	2.67	.4962
0.08	.0319	0.60	.2257	1.12	.3686	1.64	.4495	2.16	.4846	2.68	.4963
0.09	.0359	0.61	.2291	1.13	.3708	1.65	.4505	2.17	.4850	2.69	.4964
0.10	.0398	0.62	.2324	1.14	.3729	1.66	.4515	2.18	.4854	2.70	.4965
0.11	.0438	0.63	.2357	1.15	.3749	1.67	.4525	2.19	.4857	2.71	.4966
0.12	.0478	0.64	.2389	1.16	.3770	1.68	.4535	2.20	.4861	2.72	.4967
0.13	.0517	0.65	.2422	1.17	.3790	1.69	.4545	2.21	.4864	2.73	.4968
0.14	.0557	0.66	.2454	1.18	.3810	1.70	.4554	2.22	.4868	2.74	.4969
0.15	.0596	0.67	.2486	1.19	.3830	1.71	.4564	2.23	.4871	2.75	.4970
0.16	.0636	0.68	.2517	1.20	.3849	1.72	.4573	2.24	.4875	2.76	.4971
0.17	.0675	0.69	.2549	1.21	.3869	1.73	.4582	2.25	.4878	2.77	.4972
0.18	.0714	0.70	.2580	1.22	.3888	1.74	.4591	2.26	.4881	2.78	.4973
0.19	.0753	0.71	.2611	1.23	.3907	1.75	.4599	2.27	.4884	2.79	.4974
0.20	.0793	0.72	.2642	1.24	.3925	1.76	.4608	2.28	.4887	2.80	.4974
0.21	.0832	0.73	.2673	1.25	.3944	1.77	.4616	2.29	.4890	2.81	.4975
0.22	.0871	0.74	.2704	1.26	.3962	1.78	.4625	2.30	.4893	2.82	.4976
0.23	.0910	0.75	.2734	1.27	.3980	1.79	.4633	2.31	.4896	2.83	.4977
0.24	.0948	0.76	.2764	1.28	.3997	1.80	.4641	2.32	.4898	2.84	.4977
0.25	.0987	0.77	.2794	1.29	.4015	1.81	.4649	2.33	.4901	2.85	.4978
0.26	.1026	0.78	.2823	1.30	.4032	1.82	.4656	2.34	.4904	2.86	.4979
0.27	.1064	0.79	.2852	1.31	.4049	1.83	.4664	2.35	.4906	2.87	.4979
0.28	.1103	0.80	.2881	1.32	.4066	1.84	.4671	2.36	.4909	2.88	.4980
0.29	.1141	0.81	.2910	1.33	.4082	1.85	.4678	2.37	.4911	2.89	.4981
0.30	.1179	0.82	.2939	1.34	.4099	1.86	.4686	2.38	.4913	2.90	.4981
0.31	.1217	0.83	.2967	1.35	.4115	1.87	.4693	2.39	.4916	2.91	.4982
0.32	.1255	0.84	.2995	1.36	.4131	1.88	.4699	2.40	.4918	2.92	.4982
0.33	.1293	0.85	.3023	1.37	.4147	1.89	.4706	2.41	.4920	2.93	.4983
0.34	.1331	0.86	.3051	1.38	.4162	1.90	.4713	2.42	.4922	2.94	.4984
0.35	.1368	0.87	.3078	1.39	.4177	1.91	.4719	2.43	.4925	2.95	.4984
0.36	.1406	0.88	.3106	1.40	.4192	1.92	.4726	2.44	.4927	2.96	.4985
0.37	.1443	0.89	.3133	1.41	.4207	1.93	.4732	2.45	.4929	2.97	.4985
0.38	.1480	0.90	.3159	1.42	.4222	1.94	.4738	2.46	.4931	2.98	.4986
0.39	.1517	0.91	.3186	1.43	.4236	1.95	.4744	2.47	.4932	2.99	.4986
0.40	.1554	0.92	.3212	1.44	.4251	1.96	.4750	2.48	.4934	3.00	.4987
0.41	.1591	0.93	.3238	1.45	.4265	1.97	.4756	2.49	.4936	3.01	.4987
0.42	.1628	0.94	.3264	1.46	.4279	1.98	.4761	2.50	.4938	3.02	.4987
0.43	.1664	0.95	.3289	1.47	.4292	1.99	.4767	2.51	.4940	3.03	.4988
0.44	.1700	0.96	.3315	1.48	.4306	2.00	.4772	2.52	.4941	3.04	.4988
0.45	.1736	0.97	.3340	1.49	.4319	2.01	.4778	2.53	.4943	3.05	.4989
0.46	.1772	0.98	.3365	1.50	.4332	2.02	.4783	2.54	.4945	3.06	.4989
0.47	.1808	0.99	.3389	1.51	.4345	2.03	.4788	2.55	.4946	3.07	.4989
0.48	.1844	1.00	.3413	1.52	.4357	2.04	.4793	2.56	.4948	3.08	.4990
0.49	.1879	1.01	.3438	1.53	.4370	2.05	.4798	2.57	.4949	3.09	.4990
0.50	.1915	1.02	.3461	1.54	.4382	2.06	.4803	2.58	.4951		
0.51	.1950	1.03	.3485	1.55	.4394	2.07	.4808	2.59	.4952		

ตัวอย่างเช่น



การทำโจทย์ในเรื่องนี้ ต้องวาดรูป และใส่ตำแหน่งของ z ให้ถูกต้อง

- z เป็นบวก อยู่ทางขวาแกนกลาง
- z เป็นลบ อยู่ทางซ้ายแกนกลาง

ถ้าเราต้องการพื้นที่ จากแกนกลางไปถึง z ที่เป็นลบ ก็ให้ดูจากซีกขวาได้ เพราะซีกซ้ายกับซีกขวาสมามาตรกัน

ตัวเลขในตาราง เป็นตัวเลขที่วัดจากแกนกลางเท่านั้น ถ้าเราอยากได้ส่วนอื่น ต้องหักลบเอาเอง
ปกติมักต้องหักลบกับ 0.5 เนื่องจากพื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน จะแบ่งเป็นฝั่งซ้าย 0.5 และ ฝั่งขวา 0.5

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน ตั้งแต่ $z = -1.04$ ถึง 1.25

วิธีทำ ข้อนี้ ต้องเปิดตารางสองครั้ง คือหาพื้นที่ซีกซ้าย ($z = -1.04$ ถึง 0) หนึ่งครั้ง

และเปิดหาซีกขวา ($z = 0$ ถึง 1.25) อีกหนึ่งครั้ง แล้วเอามาบวกกัน

ตอนเปิดหาซีกซ้าย ก็ต้องเอาค่าบวก 1.04 ไปเปิด เพราะในตารางมีแต่ z ที่เป็นบวก



$z = 1.04$ ได้ $A = 0.3508$

$z = 1.25$ ได้ $A = 0.3944$

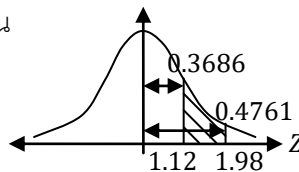
ดังนั้น พื้นที่ใต้โค้ง ตั้งแต่ $z = -1.04$ ถึง 1.25 เท่ากับ $0.3508 + 0.3944 = 0.7552$ #

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน ตั้งแต่ $z = 1.12$ ถึง 1.98

วิธีทำ ข้อนี้ ต้องเปิดตารางสองครั้ง แล้วเอามาหักกัน

$z = 1.12$ ได้ $A = 0.3686$

$z = 1.98$ ได้ $A = 0.4761$



ดังนั้น พื้นที่ใต้โค้ง ตั้งแต่ $z = 1.12$ ถึง 1.98 เท่ากับ $0.4761 - 0.3686 = 0.1075$ #

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน เมื่อ $z \leq -1.52$

วิธีทำ ข้อนี้ ต้องการหาพื้นที่ ดังที่แรเงาในรูป

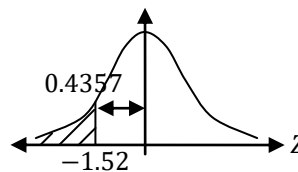
ถ้าเอา $z = 1.52$ ไปเปิดตาราง จะได้ $A = 0.4357$

แต่พื้นที่จากตาราง จะเป็นพื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง

ดังนั้น 0.4357 จึงไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ถาม

เนื่องจาก พื้นที่ใต้โค้งมาตรฐานทั้งหมด จะเท่ากับ 1 แบ่งเป็นฝั่งซ้าย 0.5 และ ฝั่งขวา 0.5

ดังนั้น พื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน เมื่อ $z \leq -1.52$ จะเท่ากับ $0.5 - 0.4357 = 0.0643$ #



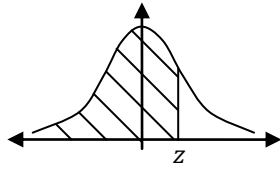
โจทย์อีกรูปแบบหนึ่ง คือ การเปิดตารางย้อนกลับ

ในเรื่องนี้ โจทย์จะให้พื้นที่มา แล้วถามว่าพื้นที่ดังกล่าว แทน z ที่เป็นอย่างไร

- $z \leq k$ สนใจพื้นที่ทางซ้ายของ k
- $z \geq k$ สนใจพื้นที่ทางขวาของ k

โดยพื้นที่ที่นำไปเปิดตาราง จะต้องเป็นพื้นที่ที่วัดจากแกนกลางเท่านั้น (ถ้าไม่ใช่ ต้องหักกับ 0.5 ก่อน)

ตัวอย่าง จงหาค่า z ที่ทำให้พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับ 0.8621



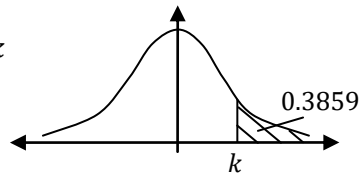
วิธีทำ ข้อนี้ ถ้ามกลับกัน คือให้พื้นที่มา แล้วเปิดกลับไปหา z

ก่อนอื่น ต้องรู้ว่า เอา 0.8621 ไปเปิดตารางเลยไม่ได้ เพราะ 0.8621 ไม่ใช่พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง เนื่องจากครึ่งซ้าย จะมีพื้นที่ 0.5 ดังนั้น เหลือพื้นที่ที่ต้องเอาไปเปิดตาราง คือ $0.8621 - 0.5 = 0.3621$
 นำ $A = 0.3621$ ไปเปิดตาราง จะได้ $z = 1.09$

#

ตัวอย่าง จงหาค่า k ที่ทำให้ $z \geq k$ มีพื้นที่ 0.3859

วิธีทำ โจทย์สนใจให้ " $z \geq k$ " ดังนั้น เราจะสนใจพื้นที่ทางขวาของ k เนื่องจาก $0.3859 < 0.5$ ดังนั้น พื้นที่จะไม่ถึงครึ่ง จึงวาดได้ดังรูป



จะเห็นว่า 0.3859 ไม่ใช่พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง จึงยังเอาไปเปิดตารางไม่ได้

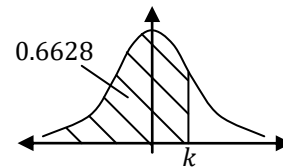
เนื่องจาก ครึ่งขวามีพื้นที่ 0.5 ดังนั้น พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง = $0.5 - 0.3859 = 0.1141$

เอา 0.1141 ไปเปิดตารางย้อนหา z จะได้ $k = 0.29$

#

ตัวอย่าง จงหาค่า k ที่ทำให้ $z \leq k$ มีพื้นที่ 0.6628

วิธีทำ โจทย์สนใจให้ " $z \leq k$ " ดังนั้น เราจะสนใจพื้นที่ทางซ้ายของ k เนื่องจาก $0.6628 > 0.5$ ดังนั้น พื้นที่จะเกินครึ่ง จึงวาดได้ดังรูป



จะเห็นว่า 0.6628 ไม่ใช่พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง จึงยังเอาไปเปิดตารางไม่ได้

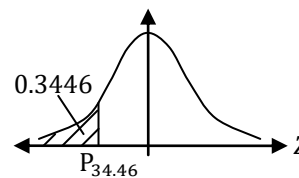
เนื่องจาก ครึ่งซ้ายมีพื้นที่ 0.5 ดังนั้น พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง = $0.6628 - 0.5 = 0.1628$

เอา 0.1628 ไปเปิดตารางย้อนหา z จะได้ $k = 0.42$

#

ตัวอย่าง จงหาค่า z ของ $P_{34.46}$

วิธีทำ $P_{34.46}$ จะเป็นจุดที่มีข้อมูล 34.46% อยู่ทางซ้าย เนื่องจากจำนวนข้อมูล คือ พื้นที่ ดังนั้น $P_{34.46}$ จะเป็นจุดที่มีพื้นที่ 0.3446 อยู่ทางซ้าย เนื่องจาก $0.3446 < 0.5$ พื้นที่จึงไม่ล้ำข้ามแกนกลาง ดังรูป



เนื่องจาก 0.3446 ไม่ใช่พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง จึงยังเอาไปเปิดตารางไม่ได้

เนื่องจาก ครึ่งซ้ายมีพื้นที่ 0.5 ดังนั้น พื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง = $0.5 - 0.3446 = 0.1554$

เอา 0.1554 ไปเปิดตารางย้อนหา z จะได้ $z = 0.40$

แต่ทางซ้ายของแกน ต้องมีค่า z ติดลบ ดังนั้น ค่า z ของ $P_{34.46}$ คือ -0.40

#

บทนี้ เรานิยมใช้พื้นที่ใต้โค้งมาตรฐานมาสรุป “จำนวนข้อมูล” หรือ “เปอร์เซ็นต์ของข้อมูล” ซึ่งจะมีขั้นตอนดังนี้

1. เอาข้อมูลจริง (x_i) มาแปลงเป็นค่ามาตรฐาน (z_i) ด้วยสูตร $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$
2. เอาค่า z ไปเปิดตารางหาพื้นที่ที่ต้องการ
3. แปลงพื้นที่ กลับไปเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม
 - ถ้าโจทย์ถามจำนวนข้อมูล ให้เอาพื้นที่ที่ได้คูณด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด (N)
 - ถ้าโจทย์ถามเปอร์เซ็นต์ของจำนวนข้อมูล ให้เอาพื้นที่ที่ได้คูณด้วย 100

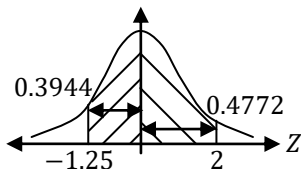
ตัวอย่าง คะแนนสอบของนักเรียน 80,000 คน มีการแจกแจงแบบปกติ พบว่า $\bar{x} = 58$ คะแนน และ $s = 4$ คะแนน จงหาว่ามีนักเรียนกี่เปอร์เซ็นต์ และ กี่คน ที่สอบได้คะแนนในช่วง 53 - 66 คะแนน

ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	1.25	1.50	1.75	2.00
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3944	0.4332	0.4599	0.4772

วิธีทำ แปลง 53 กับ 66 เป็นค่ามาตรฐานก่อน จะได้ $\frac{53-58}{4} = \frac{-5}{4} = -1.25$ และ $\frac{66-58}{4} = \frac{8}{4} = 2$

ดังนั้น เราต้องหาพื้นที่ใต้โค้งมาตรฐาน ตั้งแต่ $z = -1.25$ ถึง $z = 2$



$z = 1.25 \rightarrow A = 0.3944$
 $z = 2.00 \rightarrow A = 0.4772$
 ดังนั้น พื้นที่ที่แรเงา คือ $0.3944 + 0.4772 = 0.8716$

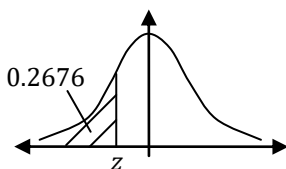
ดังนั้น มีนักเรียน $0.8716 \times 100 = 87.16\%$ ที่ได้คะแนนในช่วง 53 - 66 คะแนน

และ มีนักเรียน $0.8716 \times 80,000 = 69,728$ คน ที่ได้คะแนนในช่วง 53 - 66 คะแนน #

ตัวอย่าง คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ พบว่า $\bar{x} = 66$ คะแนน และ $s = 10$ คะแนน จงหาว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 26.76 เท่ากับกี่คะแนน กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานเป็นดังนี้

z	0.61	0.62	0.73	0.74
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.2291	0.2324	0.2673	0.2704

วิธีทำ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 26.76 คือ จุดที่มีข้อมูลที่น้อยกว่ามันอยู่ 26.76% หรือคิดเป็นพื้นที่ 0.2676 ดังรูป



จะเห็นว่า เอา 0.2676 ไปเปิดตารางเลยไม่ได้
 เพราะพื้นที่ในตาราง เป็นพื้นที่ที่วัดจากแกนกลาง
 เนื่องจากซีกซ้าย จะมีพื้นที่ 0.5
 ดังนั้น พื้นที่ที่ต้องเอาไปเปิดตาราง คือ $0.5 - 0.2676 = 0.2324$

$A = 0.2324 \rightarrow z = 0.62$ แต่เนื่องจากเป็น z ในซีกซ้าย ดังนั้น ต้องใช้ค่าติดลบ ได้ $z = -0.62$

นำ $z = -0.62$ ไปหาคะแนนจริง $\frac{x_i - \bar{x}}{s} = -0.62$

$$\frac{x_i - 66}{10} = -0.62$$

$$x_i = (-0.62)(10) + 66 = 59.8$$

ดังนั้น $P_{26.76} = 59.8$ คะแนน #

แบบฝึกหัด

1. จงใช้ตารางจากหน้าที่แล้ว หาพื้นที่ใต้โค้งในช่วงต่อไปนี้

1. $0 \leq z \leq 2.55$

2. $z \leq 1.2$

3. $z \leq 0$

4. $z \geq 2.22$

5. $-1.82 \leq z \leq 0$

6. $z \geq -2.49$

7. $z \leq -1.61$

8. $-1 \leq z \leq 1$

9. $-0.5 \leq z \leq 1.5$

10. $0.33 \leq z \leq 2.18$

11. $-2.93 \leq z \leq -1.98$

2. จงหาค่า k ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1. $0 \leq z \leq k$ มีพื้นที่ 0.4842

2. $z \geq k$ มีพื้นที่ 0.5

3. $z \leq k$ มีพื้นที่ 0.7517

4. $z \leq k$ มีพื้นที่ 0.0384

5. $z \geq k$ มีพื้นที่ 0.8264

6. $z \geq k$ มีพื้นที่ 0.0823

7. $-1.1 \leq z \leq k$ มีพื้นที่ 0.7975

8. $1.23 \leq z \leq k$ มีพื้นที่ 0.0771

3. จงหาค่า z ของเปอร์เซ็นต์ต่อไปนี้

1. $P_{19.49}$

2. $P_{68.79}$

3. P_{50}

4. $P_{2.74}$

4. นักเรียนชั้นหนึ่ง มีจำนวน 300 คน พบว่าคะแนนสอบของนักเรียนชั้นนี้ มี $\bar{x} = 44$ และ $SD = 6$ ถ้า นาย ก สอบได้เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 37.45 แล้ว จงหาคะแนนของ นาย ก

5. นักเรียนชั้นหนึ่ง มีจำนวน 400 คน พบว่าคะแนนสอบของนักเรียนชั้นนี้ มี $\bar{x} = 30$ และ $SD = 4$ ถ้า นาย ก สอบได้คะแนน 35 คะแนนแล้ว จงหาว่า มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนน้อยกว่า นาย ก

6. นักเรียนชั้นหนึ่ง มีจำนวน 7000 คน พบว่าคะแนนสอบของนักเรียนชั้นนี้ มี $\bar{x} = 60$ และ $SD = 8$ ถ้า นาย ก สอบได้คะแนน 50 คะแนน และ นาย ข สอบได้เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 แล้ว จงหาว่า มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนระหว่าง นาย ก และ นาย ข

7. คะแนนสอบของนักเรียน 500 คน กลุ่มหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 60 และ 6 คะแนน ตามลำดับ จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 51 คะแนน แต่ไม่น้อยกว่า 66 คะแนน กำหนด [PAT 1 (ธ.ค. 54)/47]

z	0.5	1.0	1.5	2.0
A	0.191	0.341	0.433	0.477

8. ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	0.016	0.168	1.5	2.5
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.0062	0.0668	0.4332	0.4938

ถ้าคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยของนักเรียนจำนวน 10,000 คน มีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 58 คะแนน โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน แล้ว นักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง 49 - 73 คะแนน มีจำนวนกี่คน [A-NET 49/1-25]

9. ถ้าน้ำหนักของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีมัธยฐานเท่ากับ 10 กิโลกรัม และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับ 0.2 นักเรียนที่หนักมากกว่า 13 กิโลกรัม และหนักน้อยกว่า 8 กิโลกรัม คิดเป็นเปอร์เซ็นต์เท่ากับเท่าใด ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้ [A-NET 50/1-25]

z	.75	1	1.25	1.5
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.2734	0.3413	0.3944	0.4332

10. จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ปรากฏว่าคะแนนสอบของนักเรียนมีการแจกแจงปกติและกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง z ดังตารางต่อไปนี้

z	0.5	1.0	1.5	2.0
พื้นที่	0.192	0.341	0.433	0.477

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องบ้าง [PAT 1 (ต.ค. 55)/24]

1. ถ้านักเรียนคนหนึ่งในห้องนี้สอบได้คะแนนน้อยกว่าค่าฐานนิยมอยู่สองเท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียนคนนี้ เท่ากับ -2
 2. ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้ มีค่ามัธยฐานเท่ากับ 60 คะแนน และมีนักเรียนในห้องนี้สอบได้คะแนนน้อยกว่า 54 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 15.9 ของนักเรียนในห้องนี้ แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบนี้เท่ากับ 0.1
11. กำหนดให้ความสูงของคนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้ามีคนสูงกว่า 145 เซนติเมตรและ 165 เซนติเมตรอยู่ 84.13% และ 15.87% ตามลำดับแล้ว สัมประสิทธิ์ของความแปรผันของความสูงของคนกลุ่มนี้เท่ากับเท่าใด [PAT 1 (ต.ค. 52)/1-19]

z	1.00	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจาก 0 ถึง z	0.3413	0.3686	0.3729	0.3770

12. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีฐานนิยมเท่ากับ 66.2 คะแนน ถ้า 39 % ของนักเรียนกลุ่มนี้สอบได้คะแนนระหว่าง 56 และ 76.4 คะแนน แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้ [A-NET 51/1-24]

z	0.40	0.51	0.85	1.23
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.1554	0.1950	0.3023	0.3907

13. คะแนนสอบของนักเรียน 160 คน มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน มีนักเรียนเพียง 4 คนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 84.5 คะแนน นักเรียนที่สอบได้ 55 คะแนนจะอยู่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง z ดังตารางต่อไปนี้ [PAT 1 (พ.ย. 57)/27]

z	0.3	0.4	0.5	1.0	1.1	1.96	2.0
พื้นที่	0.1179	0.1554	0.1915	0.3413	0.3643	0.4750	0.4773

14. ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ นาย ก. และนาย ข. เป็นนักเรียนในห้องนี้ ถ้ามีนักเรียนในห้องนี้ ร้อยละ 9.48 สอบได้คะแนนมากกว่าคะแนนสอบของ นาย ก. มีนักเรียนร้อยละ 10.64 สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนสอบของ นาย ข. และ นาย ข. สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนสอบของนาย ก. อยู่ 51 คะแนน แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง z ดังตารางต่อไปนี้ [PAT 1 (มี.ค. 56)/46]

z	0.24	0.27	1.24	1.31
พื้นที่	0.0948	0.1064	0.3936	0.4052

15. ข้อมูลความสูงของนักเรียนชั้น ม.6 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าจำนวนนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า 140.6 เซนติเมตร มีอยู่ 3.01% และจำนวนนักเรียนที่มีความสูงมากกว่าค่ามัธยฐานแต่น้อยกว่า 159.4 เซนติเมตร มีอยู่ 46.99% แล้วจำนวนนักเรียนที่มีความสูงไม่น้อยกว่า 155 เซนติเมตร แต่ไม่เกิน 160 เซนติเมตร มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับเท่าใด เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้
[PAT 1 (มี.ค. 52)/44]

z	1.00	1.12	1.88	2.00
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3413	0.3686	0.4699	0.4772

16. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ คะแนนเต็ม 100 คะแนน มัธยฐานเท่ากับ 45 คะแนน และมีนักเรียนร้อยละ 34.13 ที่สอบได้คะแนนระหว่างมัธยฐานกับ 54 คะแนน ถ้านักเรียนคนหนึ่งมีคะแนนสอบเป็น $\frac{5}{3}$ เท่าของคะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 33 แล้วนักเรียนคนนั้นสอบได้คะแนนเท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์ เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง 0 ถึง Z ดังตารางต่อไปนี้ [PAT 1 (เม.ย. 57)/24]

Z	0.33	0.36	0.41	0.44	0.50	1.0
พื้นที่	0.1293	0.1406	0.1591	0.1700	0.1915	0.3413

17. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้าหีบข้อมูล x และ y จากข้อมูลชุดนี้มาพิจารณา พบว่า 13.14% ของข้อมูลมีค่ามากกว่า x และ x มากกว่า y อยู่ 2% ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วจำนวนข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า y คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้
- [PAT 1 (ก.ค. 52)/43]

z	1.00	1.10	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3413	0.3643	0.3686	0.3729	0.3770

18. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนของคะแนนแต่ละวิชามีดังนี้

วิชา	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (คะแนน)	ความแปรปรวน (คะแนน ²)
วิชาคณิตศาสตร์	63	25
วิชาภาษาอังกฤษ	72	9

ถ้านักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มนี้สอบทั้งสองวิชาได้คะแนนเท่ากัน พบว่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของเขาเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 88.49 คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่ากับเท่าใด เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง z ดังตารางต่อไปนี้ [PAT 1 (มี.ค. 57)/41]

Z	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
พื้นที่	0.3159	0.3413	0.3643	0.3849	0.4032

19. สมศักดิ์สอบวิชาคณิตศาสตร์สองครั้ง โดยที่ได้ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบครั้งที่หนึ่งเป็น 1.96 และได้คะแนนในการสอบครั้งที่สองคิดเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 98.3 ในการสอบทั้งสองครั้งนี้ คะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งที่หนึ่งและครั้งที่สองเท่ากับ 10 และ 5 ตามลำดับ ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	1.53	1.96	2.12	2.35
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.4370	0.4750	0.4830	0.4906

ข้อใดต่อไปนี้ถูกบ้าง [A-NET 50/1-24]

1. คะแนนสอบที่ได้ในครั้งที่หนึ่ง น้อยกว่า ครั้งที่สอง
 2. ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบครั้งที่หนึ่ง น้อยกว่า ครั้งที่สอง
20. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ที่อยู่ระหว่าง 0 ถึง z

z	1.14	1.24	1.34	1.44
พื้นที่	0.373	0.392	0.410	0.425

ความสูงของนักเรียน 2 กลุ่ม มีการแจกแจงปกติ ดังนี้

กลุ่ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
นักเรียนหญิง	158 เซนติเมตร	4 เซนติเมตร
นักเรียนชาย	169.06 เซนติเมตร	5 เซนติเมตร

ถ้านักเรียนหญิงคนหนึ่งมีความสูงตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 91 ของกลุ่มนักเรียนหญิงนี้ แล้วจำนวนนักเรียนชายที่มีความสูงน้อยกว่าความสูงของนักเรียนหญิงคนนี้ คิดเป็นร้อยละเท่าใด [PAT 1 (มี.ค. 54)/24]

21. บริษัทผลิตหลอดไฟต้องการรับประกันคุณภาพผลิตภัณฑ์ของบริษัท โดยจะเปลี่ยนเป็นหลอดใหม่ถ้าหลอดเดิมชำรุด บริษัทจะรับประกันไม่เกิน 4.1% ของจำนวนที่ผลิต หลอดไฟมีอายุใช้งานเฉลี่ย 2500 ชั่วโมง มีสัมประสิทธิ์ของความแปรผันเท่ากับ 0.20 ถ้าคาดว่าตามปกติคนจะใช้หลอดไฟวันละ 5 ชั่วโมง บริษัทนี้ควรกำหนดเวลาประกันมากที่สุดกี่วัน

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ที่อยู่ระหว่าง 0 ถึง z [PAT 1 (มี.ค. 54)/25]

z	1.34	1.44	1.54	1.74	1.84
พื้นที่	0.410	0.425	0.438	0.459	0.467

ค่ามาตรฐาน

- | | | | |
|------------|---------|-----------|-----------------------|
| 1. 1. 1.5 | 2. -2 | | |
| 2. 1. 9 | 2. 15.6 | | |
| 3. 1.5 | 4. 45 | 5. 10 | 6. 0.5 |
| 7. 50 | 8. 28 | 9. 33 | 10. 61 |
| 11. 21, -1 | 12. 35 | 13. 35000 | 14. $x_1 + x_2 - x_3$ |
| 15. 1 | | | |

การแจกแจงปกติ

- | | | | |
|--------------|------------|------------|--------------------|
| 1. 1. 0.4946 | 2. 0.8849 | 3. 0.5 | 4. 0.0132 |
| 5. 0.4656 | 6. 0.9936 | 7. 0.0537 | 8. 0.6826 |
| 9. 0.6247 | 10. 0.3561 | 11. 0.0222 | |
| 2. 1. 2.15 | 2. 0 | 3. 0.68 | 4. -1.77 |
| 5. -0.94 | 6. 1.39 | 7. 1.5 | 8. 1.85 |
| 3. 1. -0.86 | 2. 0.49 | 3. 0 | 4. -1.92 |
| 4. 42.08 | 5. 357.76 | 6. 4860.8 | 7. 387 |
| 8. 9270 | 9. 22.55% | 10. 1, 2 | 11. $\frac{2}{31}$ |
| 12. 20 | 13. 34.46 | 14. 20 | 15. 13.59% |
| 16. 68.40% | 17. 86.43% | 18. 15.87 | |
| 19. 2 | 20. 12.7 | 21. 326 | |

เครดิต

ขอบคุณ คุณ Pawarit Karusuporn ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร

ขอบคุณ คุณครูเบิร์ด จาก กวดวิชาคณิตศาสตร์ครูเบิร์ด ย่านบางแค 081-8285490 ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร