

PAT 1 (ก.พ. 63)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 22 กุมภาพันธ์ 2563 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 35 ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้  $P$  และ  $Q$  เป็นประพจน์ที่  $(\sim P) \wedge (P \rightarrow Q)$  มีค่าความจริงเป็นจริง พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

(ข)  $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q)$  มีค่าความจริงเป็นจริง

(ค)  $(P \wedge Q) \rightarrow Q$  มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

2. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $\left\{ x \in R \mid -\frac{1}{2} < x < 1 \right\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $\exists x \left[ \frac{1}{|x+1|} > 2 \right]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

(ข)  $\forall x \left[ |x| < \frac{1}{2} \right]$  มีค่าความจริงเป็นจริง

(ค)  $\forall x [x^2 - x \leq 0]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

3. ให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (ก) ถ้า  $B \cap C = \emptyset$  และ  $A \subset (B \cup C)$  แล้ว  $(A \cup B) \cap C = A \cap B$
- (ข)  $A \cup (B \cap C) \subset (A \cup C) \cap B$
- (ค) ถ้าเซต  $A$  มีสมาชิก 9 ตัว เซต  $B$  มีสมาชิก 7 ตัว และ เพาเวอร์เซตของเซต  $A - B$  มีสมาชิก 32 ตัว แล้ว เพาเวอร์เซตของเซต  $B - A$  มีสมาชิก 16 ตัว

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

4. ให้  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  และ  $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = |x| - 2\}$

ให้  $D_r$  และ  $R_r$  เป็นโดเมน และเรนจ์ของ  $r$  ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก)  $r^{-1}$  เป็นฟังก์ชัน
- (ข) จำนวนสมาชิกของเซต  $r \cap r^{-1}$  เท่ากับ 3
- (ค)  $D_r \cap R_r = D_r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว                  | 2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว                  |
| 3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว                  | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

5. ให้  $n(S)$  แทนจำนวนสมาชิกของเซต  $S$  ถ้า  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซต โดยที่  $n(A) + n(B) + n(C) = 199$

$$n(A \cup B \cup C) = 100 \quad n((A \cup B) - C) = 35 \quad \text{และ} \quad n(C - (A \cup B)) = 9$$

แล้ว  $n(A \cap B)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 42 | 2. 43 | 3. 44 | 4. 45 | 5. 46 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

6. กำหนดให้  $0^\circ < A < 90^\circ$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง ที่สอดคล้องกับสมการ  $\frac{a \sin(-A)}{\sin(180^\circ+A)} - \frac{\tan(270^\circ+A)}{\tan(90^\circ-A)} = 3 \sec 300^\circ$   
แล้ว  $a$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-7$                       2.  $-5$                       3.  $3$                       4.  $5$                       5.  $7$

7. ค่าของ  $\tan\left(\frac{3\pi}{4} + 2 \arctan\frac{1}{2}\right)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-1$                       2.  $-\frac{1}{7}$                       3.  $\frac{1}{7}$                       4.  $1$                       5.  $2$

8. กำหนดให้  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  และ  $\cos x + \sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}$  ค่าของ  $\tan x - \cot x$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-\frac{3}{2}$                       2.  $-\frac{1}{2}$                       3.  $0$                       4.  $\frac{1}{2}$                       5.  $\frac{3}{2}$

9. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $(0.6)^{-\frac{2}{3}} > 1$

(ข) ถ้า  $(0.2)^x > (0.2)^y$  แล้ว  $x < y$

(ค)  $\log_5 0.1 > \log_{0.2} 0.1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

10. กำหนดให้ฟังก์ชันจุดประสงค์  $P = 4x + y$  และอสมการข้อจำกัดดังนี้

$$x + ay \leq 3 \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริงบวก}$$

$$3x + y \leq 9 \text{ และ } x \geq 0, y \geq 0$$

ค่าสูงสุดของ  $P$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |      |       |       |       |               |
|------|-------|-------|-------|---------------|
| 1. 9 | 2. 10 | 3. 11 | 4. 12 | 5. มากกว่า 12 |
|------|-------|-------|-------|---------------|

11. กำหนดอนุกรม  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \dots$  ถ้า  $S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม แล้ว

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{S_{2n}}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |      |                  |                  |                  |      |
|------|------------------|------------------|------------------|------|
| 1. 0 | 2. $\frac{1}{8}$ | 3. $\frac{1}{4}$ | 4. $\frac{1}{2}$ | 5. 1 |
|------|------------------|------------------|------------------|------|

12. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $f: R \rightarrow R$  และ  $g: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน โดยที่

(ก)  $f(-x) = -f(x)$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

(ข)  $g(-x) = g(x)$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

(ค)  $f(x) - g(x) = x^2 - 2x$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้  $f(10+a) - f(10-a) = g(10)$  แล้ว  $f(g(a))$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1250      2. 800      3. 0      4. -800      5. -1250

13. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 6 จำนวน จัดเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก ดังนี้  $a, 5, 7, b, 11, c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงบวก ข้อมูลชุดนี้มีพิสัยเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต ซึ่งเท่ากับ 8 และ เดซิไทล์ที่ 7 ของข้อมูลเท่ากับ 10.8 ค่าของ  $a^2 + b^2 + c^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 234      2. 237      3. 241      4. 269      5. 283

14. ให้  $A$  แทนเซตคำตอบของสมการ  $9^x + 6^x - 2^{2x+1} = 0$  และให้  $B = \{2^x \mid x \in A\}$  ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $B$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.25      2. 1      3. 1.25      4. 2      5. 2.25

15. จากการสำรวจจำนวนสมาชิกในครัวเรือนของ 30 ครัวเรือน มีตารางแสดงความถี่สะสมสัมพัทธ์ ดังนี้

จำนวนสมาชิกในครัวเรือน (คน)	ความถี่สะสมสัมพัทธ์
1	0.2
2	0.3
3	0.7
4	0.9
5	1.0

จากข้อมูลข้างต้น ข้อใดต่อไปนี้ผิด

- มีฐานของจำนวนสมาชิกในครัวเรือน เท่ากับ 3 คน
  - ฐานนิยมของจำนวนสมาชิกในครัวเรือน เท่ากับ 3 คน
  - มี 24 ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกในครัวเรือน น้อยกว่า 4 คน
  - มี 9 ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกในครัวเรือน อย่างน้อย 4 คน
  - มี 9 ครัวเรือนที่มีจำนวนสมาชิกในครัวเรือน อย่างมาก 2 คน
16. กำหนดให้  $f(x) = \frac{1-x}{x+2}$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงที่  $x \neq -2$   
 ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ  $f(a + f^{-1}(2)) = 1$  แล้ว  $2a + 1$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- 2
  - 1
  - 0
  - 1
  - 2
17. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ และให้  $f(x) = ax^2 + bx + 1$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$   
 และ  $f(-1) = 0$  ถ้าเรนจ์ของ  $f$  เท่ากับ  $[0, \infty)$  แล้วค่าของ  $\int_{-1}^2 f(x) dx$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- 5
  - 7
  - 8
  - 9
  - 11

18. ให้พาราโบลารูปหนึ่งมีจุดยอดอยู่บนเส้นตรงซึ่งมีสมการ  $2y = 3x$  และมี  $y = 3$  เป็นแกนสมมาตร ถ้าพาราโบลาผ่านจุด  $(3, 5)$  แล้วสมการของพาราโบลารูปนี้ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1.  $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$

2.  $y^2 - 4x + 6y - 43 = 0$

3.  $y^2 + 4x - 6y - 7 = 0$

4.  $y^2 + 6x - 4y - 23 = 0$

5.  $y^2 - 6x + 4y - 27 = 0$

19. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง สอดคล้องกับ  $\frac{2^a - \log_2 b}{2 \log_2 b - 4} = \frac{1}{2}$  และ  $\frac{3 + \log_2 b}{2^a + 4} = \frac{\log_2 b}{2^a}$  แล้วค่าของ  $a^2 + b^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 25

2. 36

3. 41

4. 58

5. 68

20. ให้  $L$  เป็นเส้นตรงซึ่งจุดทุกจุดบนเส้นตรง  $L$  อยู่ห่างจากจุด  $(-1, -1)$  และจุด  $(7, 5)$  เป็นระยะทางเท่ากัน ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $L$  กับจุด  $(2, 0)$  เท่ากับกี่หน่วย

1. 2.0 หน่วย

2. 1.8 หน่วย

3. 1.5 หน่วย

4. 1.4 หน่วย

5. 0.4 หน่วย

21. กำหนดให้  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  และ  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  เวกเตอร์ในข้อใดไม่ตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\vec{u} \times \vec{v}$

1.  $3\vec{i} + \vec{j}$                       2.  $\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$                       3.  $4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$   
 4.  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$                       5.  $-5\vec{j} + 6\vec{k}$

22. กำหนดให้  $\vec{a}, \vec{b}$  และ  $\vec{c}$  เป็นเวกเตอร์ในสามมิติ โดยที่  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  ถ้า  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$  และขนาดของเวกเตอร์  $\vec{b}$  และ  $\vec{c}$  เท่ากับ 2 และ 3 หน่วย ตามลำดับ แล้ว  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -18                      2. -9                      3. 8                      4. 9                      5. 18

23. ถ้า  $A$  เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $x + \frac{1}{x} \geq 0$  และ

$B$  เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $2x^2 - 3x \geq 7x - 12$

แล้ว  $A - B$  เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-\infty, 0)$                       2.  $(-2, 2)$                       3.  $(0, 5)$                       4.  $(3, 8)$                       5.  $(6, \infty)$



24. ถ้า  $A$  เป็นเซตคำตอบของ  $|3 - 2x - x^2| = x^2 + 2x - 3$  และ

$B$  เป็นเซตคำตอบของ  $|x^2 + x| \leq 12$

แล้วเซต  $A \cap B$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\{-3, 1\}$
2.  $[-3, 1]$
3.  $[-4, 3]$
4.  $[-4, -3] \cup [1, 3]$
5.  $[-4, 1] \cup [2, 3]$

25. ให้  $\bar{z}$  แทนสังยุค (conjugate) ของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  และ  $i^2 = -1$

ถ้า  $z - (1 + i)$  เป็นจำนวนจินตภาพแท้ และ  $z^2 - 2(1 + i)^2$  เป็นจำนวนจริง

แล้ว  $z\bar{z}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2
2. 3
3. 4
4. 5
5. 6

26. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เป็นผู้ชาย 10 คน ฝ่ายบริหารมีผู้ชาย 3 คน ฝ่ายผลิตมี 8 คน และฝ่ายขายมี 7 คน โดยที่ฝ่ายผลิตและฝ่ายขายมีจำนวนผู้หญิงเท่ากัน ถ้าสุ่มพนักงานมา 4 คน ความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานฝ่ายผลิตผู้ชายจำนวน 3 คนและพนักงานฝ่ายขายผู้หญิง 1 คนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{4}{5}$
2.  $\frac{8}{969}$
3.  $\frac{8}{4845}$
4.  $\frac{16}{969}$
5.  $\frac{16}{4845}$



30. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียน 40 คน ผลการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนห้องนี้ พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 50 กิโลกรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5 กิโลกรัม ถ้าห้องเรียนนี้มีนักเรียนชาย 22 คน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนชายเท่ากับ 50 กิโลกรัม และ 4 กิโลกรัม ตามลำดับ แล้วน้ำหนักของนักเรียนหญิงมีสัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0.10            2. 0.12            3. 0.14            4. 0.15            5. 0.16

31. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิต โดยมี  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2}$   
 และ  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิต โดยมี  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 5$   
 ถ้า  $a_1 = 1$  และ  $b_1 = 7$  แล้ว  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $\frac{3}{70}$             2.  $\frac{7}{70}$             3.  $\frac{2}{77}$             4.  $\frac{5}{77}$             5.  $\frac{6}{77}$

32. ให้  $A = \begin{bmatrix} 3 & a & b \\ 0 & a & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง  
 ถ้า  $C_{21}(A) = 2$  และ  $\det A = -2$  แล้ว  $a + b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $-3$             2.  $\frac{5}{3}$             3.  $2$             4.  $\frac{7}{3}$             5.  $3$

33. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง โดยที่  $f'(x) = \begin{cases} x & \text{เมื่อ } x < 1 \\ x-1 & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$   
 ถ้า  $f(0) = 0$  แล้ว  $f(2)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                      2. 1.5                      3. 2                      4. 2.5                      5. 3

34. ให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน นิยามโดย  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-x^2} & \text{เมื่อ } x < 0 \\ \frac{ax^2 + (b-a)x - b}{x-1} & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ (x+b)^2 & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง

ถ้าฟังก์ชัน  $f$  ต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง แล้ว  $f(a+b)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 25                      2. 16                      3. 9                      4. 4                      5.  $\frac{1}{6}$

35. โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่งได้สำรวจยอดขายสินค้าและจำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละเดือนของปีหนึ่ง มีข้อมูลดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	...	พ.ย.	ธ.ค.
จำนวนสินค้าที่ผลิต ( $x$ ) (หน่วยเป็นชิ้น)	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_{11}$	$x_{12}$
ยอดขายสินค้า ( $y$ ) (หน่วยเป็นบาท)	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_{11}$	$y_{12}$

จากการสำรวจพบว่า

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนสินค้าที่ผลิตเท่ากับ 6,000 ชิ้น

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของยอดขายสินค้าเท่ากับ 380,000 บาท

ยอดขายสินค้าและจำนวนสินค้าที่ผลิตมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง

และถ้าจำนวนสินค้าที่ผลิตเพิ่มขึ้น 1,000 ชิ้น แล้วยอดขายสินค้าโดยประมาณเพิ่มขึ้น 60,000 บาท

ถ้าจำนวนสินค้าที่ผลิต 10,000 ชิ้น แล้วยอดขายสินค้าโดยประมาณเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 600,000 บาท
2. 620,000 บาท
3. 660,000 บาท
4. 720,000 บาท
5. 760,000 บาท

ตอนที่ 2 ข้อ 36 - 45 ข้อละ 9 คะแนน

36. ให้  $A$  เป็นเซตคำตอบทั้งหมดของสมการ  $\log_2(2^{\sqrt{x}} + (2x)^{\log x} - 4^{\log 8}) = (\sqrt{2})^{\log_2 x}$   
แล้วผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $A$  เท่ากับเท่าใด

37. ให้  $\sec A = -\frac{5}{3}$  และ  $\sin A > 0$  เมื่อ  $0 < A < 2\pi$  ค่าของ  $\frac{5 \sin A + \cot A}{1 + \cot A \operatorname{cosec} A}$  เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้  $x, y, z$  และ  $k$  เป็นจำนวนจริง ที่สอดคล้องกับ

$$2^x = 1 + k, \quad 2^y = 2^x + 2 \quad \text{และ} \quad 2^z = 2^y + 4$$

ถ้า  $x, y, z$  เป็นลำดับเลขคณิต แล้ว  $x + y + z$  เท่ากับเท่าใด

39. ให้  $f(x) = 5 - x^2$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$  และให้  $R_f$  เป็นเรนจ์ของ  $f$

$$\text{ถ้า } g(x) = \begin{cases} f(x+1) & \text{เมื่อ } x \in R_f \\ 1 & \text{เมื่อ } x \notin R_f \end{cases} \quad \text{ค่าของ } (f \circ g)(6) - (g \circ f)(3) \text{ เท่ากับเท่าใด}$$

40. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่  $a_1 + a_3 = 7$

และ  $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 74$  ค่าของ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50}$  เท่ากับเท่าใด

41. ให้  $c$  เป็นจำนวนจริง และให้  $f(x) = -x^3 - 12x^2 - 45x + c$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$   
ถ้าค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ  $f$  เท่ากับ 53 แล้วค่าของ  $f(c)$  เท่ากับเท่าใด

42. กำหนดให้  $F_1$  และ  $F_2$  เป็นโฟกัสของไฮเพอร์โบลารูปหนึ่ง ซึ่งมีสมการเป็น  $5x^2 - 4y^2 - 10x - 16y = 31$   
ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง ที่ทำให้วงกลม  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  มี  $\overline{F_1F_2}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง  
แล้ว  $a^2 + b^2 + c^2$  เท่ากับเท่าใด

43. กำหนดให้  $A$  เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ  $3 \times 3$  โดยที่  $\det(A) = -7$  และเมทริกซ์ผกผันของ  $A$  คือ

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} -4 & -1 & x \\ -2 & x & -2 \\ 1 & -5 & 1 \end{bmatrix} \text{ เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนจริงบวก}$$

ค่าของ  $\det(x \text{adj}(A))$  เท่ากับเท่าใด

44. กำหนดให้  $N = \{ 1, 2, 3, \dots \}$

$$f(1, m) = 1 \text{ สำหรับ } m \in N$$

$$f(n, m) = 0 \text{ สำหรับ } n, m \in N \text{ โดยที่ } n > m$$

$$f(n, m + 1) = f(n - 1, m) + f(n, m) + f(n + 1, m) \text{ สำหรับ } n, m \in N \text{ และ } n \geq 2$$

ค่าของ  $f(2, 4)$  เท่ากับเท่าใด

45. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง  $z$

$z$	0.7	1.3	2.42
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.2580	0.4032	0.4922

คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เท่ากับ 20 คะแนน นาย ก. และนาย ข. เป็นนักเรียนในห้องนี้ นาย ก. สอบได้คะแนนเป็นสองเท่าของคะแนนสอบ

ของนาย ข. และคะแนนสอบของนาย ก. คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ 1.3 ถ้ามีนักเรียนร้อยละ 24.2 ที่สอบได้

คะแนนสอบน้อยกว่าคะแนนสอบของนาย ข. แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบครั้งนี้ เท่ากับเท่าใด



เฉลย

- |      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 1. 3 | 11. | 21. | 31. | 41. |
| 2. 2 | 12. | 22. | 32. | 42. |
| 3. 5 | 13. | 23. | 33. | 43. |
| 4. 2 | 14. | 24. | 34. | 44. |
| 5. 2 | 15. | 25. | 35. | 45. |
| 6. 4 | 16. | 26. | 36. |     |
| 7. 3 | 17. | 27. | 37. |     |
| 8.   | 18. | 28. | 38. |     |
| 9.   | 19. | 29. | 39. |     |
| 10.  | 20. | 30. | 40. |     |

แนวคิด

1. กำหนดให้  $P$  และ  $Q$  เป็นประพจน์ที่  $(\sim P) \wedge (P \rightarrow Q)$  มีค่าความจริงเป็นจริง พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

(ข)  $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q)$  มีค่าความจริงเป็นจริง

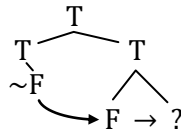
(ค)  $(P \wedge Q) \rightarrow Q$  มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

ตอบ 3

ย้อนค่าความจริงที่โจทย์ให้ กลับไปหา  $P, Q$  ดังนี้:  $(\sim P) \wedge (P \rightarrow Q)$



จะได้  $P \equiv F$  และ  $Q$  เป็นอะไรก็ได้

(ก)  $(\sim P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow \sim Q)$   
 $(\sim F \rightarrow Q) \rightarrow (F \rightarrow \sim Q)$   
 $(T \rightarrow Q) \rightarrow T$   
 T                      ×

(ข)  $P \leftrightarrow (Q \wedge \sim Q)$   
 $F \leftrightarrow F$   
 T                      ✓

(ค)  $(P \wedge Q) \rightarrow Q$   
 $(F \wedge Q) \rightarrow Q$   
 $F \rightarrow Q$   
 T                      ✓

2. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $\{x \in R \mid -\frac{1}{2} < x < 1\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก)  $\exists x \left[ \frac{1}{|x+1|} > 2 \right]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- (ข)  $\forall x \left[ |x| < \frac{1}{2} \right]$  มีค่าความจริงเป็นจริง
- (ค)  $\forall x [x^2 - x \leq 0]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

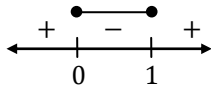
- 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
- 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
- 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
- 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
- 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

ตอบ 2

(ก)  $\frac{1}{|x+1|} > 2$   
 $\frac{1}{2} > |x+1| ; x \neq -1$   
 $-\frac{1}{2} < x+1 < \frac{1}{2}$   
 $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}$   
 จะเห็นว่า  $x$  ที่เป็นคำตอบของ  
 อสมการ ไม่มีค่าไหนอยู่ใน  
 เอกภพสัมพัทธ์  $(-\frac{1}{2}, 1)$  เลย  
 $\rightarrow$  ประพจน์เป็นเท็จ  $\rightarrow$  (ก) ถูก

(ข)  $\forall x$  จะจริงเมื่อ  $x$  ทุกตัว ทำให้ประโยคเป็นจริง  
 จะลองจับผิด หา  $x$  ที่ทำให้ประโยคเป็นเท็จดู  
 จะเห็นว่าถ้า  $x = 0.9$  จะได้  $|0.9| < \frac{1}{2}$  เป็นเท็จ  $\rightarrow$  (ข) ผิด

(ค)  $x^2 - x \leq 0$   
 $x(x-1) \leq 0$



จะเห็นมีบางส่วนของเอกภพสัมพัทธ์  $(-\frac{1}{2}, 1)$  ที่อยู่นอกเซตคำตอบ  
 เช่น  $x = -0.1$ :  $(-0.1)^2 - (-0.1) \leq 0$   
 $0.01 + 0.1 \leq 0 \times$   
 $\rightarrow$  ประพจน์เป็นเท็จ  $\rightarrow$  (ค) ถูก

3. ให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) ถ้า  $B \cap C = \emptyset$  และ  $A \subset (B \cup C)$  แล้ว  $(A \cup B) \cap C = A \cap B$
- (ข)  $A \cup (B \cap C) \subset (A \cup C) \cap B$
- (ค) ถ้าเซต  $A$  มีสมาชิก 9 ตัว เซต  $B$  มีสมาชิก 7 ตัว และ เพาเวอร์เซตของเซต  $A - B$  มีสมาชิก 32 ตัว แล้ว เพาเวอร์เซตของเซต  $B - A$  มีสมาชิก 16 ตัว

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
- 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
- 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
- 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
- 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

ตอบ 5

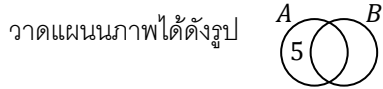
(ก) ลองสุ่ม  $A, B, C$  ง่าย ๆ ที่ทำให้  $B \cap C = \emptyset$  และ  $A \subset (B \cup C)$  ลองแทนดู

ลองให้  $B = \{1\}, C = \{2\}, A = \{1\}$  :  $(A \cup B) \cap C = A \cap B$   
 $(\{1\} \cup \{1\}) \cap \{2\} = \{1\} \cap \{1\}$   
 $\emptyset = \{1\} \times$

(ข) จะพยายามหา  $A, B, C$  มาทำให้ (ข) ผิด ดู  $\rightarrow$  ต้องทำให้ฝั่งซ้ายเยอะๆ ฝั่งขวาน้อยๆ จะได้ไม่เป็นสับเซตกัน  
 สังเกตว่าฝั่งขวามีการอินเตอร์เซกกับ  $B \rightarrow$  ถ้า  $B$  เป็น  $\emptyset$  ฝั่งขวาจะไม่เหลืออะไรเลย

ลองให้  $B = \emptyset$ ,  $A = \{1\}$ ,  $C = \{2\}$ :  $A \cup (B \cap C) \subset (A \cup C) \cap B$   
 $\{1\} \cup (\emptyset \cap \{2\}) \subset (\{1\} \cup \{2\}) \cap \emptyset$   
 $\{1\} \subset \emptyset \quad \times$

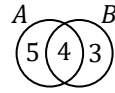
(ค)  $P(A - B)$  มีสมาชิก  $32 = 2^5$  ตัว ดังนั้น  $A - B$  จะมีสมาชิก 5 ตัว



$P(A)$  มีสมาชิก  $2^{n(A)}$  ตัว

$A$  มีสมาชิก 9 ตัว  $\rightarrow$  เหลือตรงกลาง  $9 - 5 = 4$  ตัว

$B$  มีสมาชิก 7 ตัว  $\rightarrow$  เหลือฝั่งขวา  $7 - 4 = 3$  ตัว



จะได้  $P(B - A)$  มีสมาชิก  $2^{n(B-A)} = 2^3 = 8$  ตัว  $\rightarrow$  (ค) ผิด

4. ให้  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  และ  $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = |x| - 2\}$

ให้  $D_r$  และ  $R_r$  เป็นโดเมน และเรนจ์ของ  $r$  ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก)  $r^{-1}$  เป็นฟังก์ชัน
- (ข) จำนวนสมาชิกของเซต  $r \cap r^{-1}$  เท่ากับ 3
- (ค)  $D_r \cap R_r = D_r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
- 2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว
- 3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว
- 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
- 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

ตอบ 2

(ก) แทน  $x$  แต่ละค่า เพื่อหา  $y$  จะได้  $r = \{(-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (0, -2), (1, -1), (2, 0), (3, 1)\}$

สลับ  $x, y$  จะได้  $r^{-1} = \{(1, -3), (0, -2), (-1, -1), (-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$

จะเห็นว่า  $r^{-1}$  มี  $(1, -3)$  และ  $(1, 3)$  จึงไม่เป็นฟังก์ชัน  $\rightarrow$  (ก) ผิด

(ข) หาตัวซ้ำระหว่าง  $r$  กับ  $r^{-1}$  จะมี  $(-2, 0), (-1, -1), (0, -2)$  สามตัว  $\rightarrow$  (ข) ถูก

(ค) จาก (ก) จะเห็นว่า  $D_r$  มีครบตั้งแต่  $-3, -2, -1, \dots, 3$  ในขณะที่  $R_r$  มีแค่  $1, 0, -1, -2$

ดังนั้น  $D_r \cap R_r$  จะเหลือสมาชิกน้อยกว่า  $D_r \rightarrow$  (ค) ผิด

5. ให้  $n(S)$  แทนจำนวนสมาชิกของเซต  $S$  ถ้า  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซต โดยที่  $n(A) + n(B) + n(C) = 199$

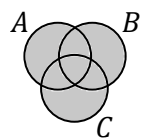
$n(A \cup B \cup C) = 100$   $n((A \cup B) - C) = 35$  และ  $n(C - (A \cup B)) = 9$

แล้ว  $n(A \cap B)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

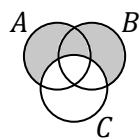
- 1. 42
- 2. 43
- 3. 44
- 4. 45
- 5. 46

ตอบ 2

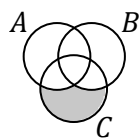
ลบแผนภาพ ได้ดังรูป



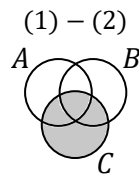
$n(A \cup B \cup C) = 100$   
... (1)



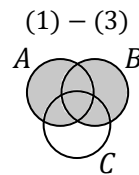
$n((A \cup B) - C) = 35$   
... (2)



$n(C - (A \cup B)) = 9$   
... (3)



$n(C) = 100 - 35 = 65$   
... (4)



$n(A \cup B) = 100 - 9 = 91$   
... (5)

$$\begin{aligned} \text{จาก } n(A) + n(B) + n(C) &= 199 \\ n(A) + n(B) + 65 &= 199 \quad \text{จาก (4)} \\ n(A) + n(B) &= 134 \quad \dots(6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร Inclusive \& Exclusive : } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 91 &= 134 - n(A \cap B) \quad \text{จาก (5) และ (6)} \\ n(A \cap B) &= 43 \end{aligned}$$

6. กำหนดให้  $0^\circ < A < 90^\circ$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง ที่สอดคล้องกับสมการ  $\frac{a \sin(-A)}{\sin(180^\circ+A)} - \frac{\tan(270^\circ+A)}{\tan(90^\circ-A)} = 3 \sec 300^\circ$   
แล้ว  $a$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -7                      2. -5                      3. 3                      4. 5                      5. 7

ตอบ 4

ทำมุมให้เป็นรูปอย่างง่าย จะได้  $\sin(-A) = -\sin A$  และ  $\sin(180^\circ + A) = -\sin A$

และเนื่องจาก  $270^\circ$  และ  $90^\circ$  เป็นมุมแกนตั้ง จะเปลี่ยนเป็นโคฟังก์ชัน  $\tan \rightarrow \cot$

คิดเครื่องหมาย จะได้  $\tan(270^\circ + A) = -\cot A$  และ  $\tan(90^\circ - A) = \cot A$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{a \sin(-A)}{\sin(180^\circ+A)} - \frac{\tan(270^\circ+A)}{\tan(90^\circ-A)} &= 3 \sec 300^\circ \\ \frac{a(-\sin A)}{-\sin A} - \frac{-\cot A}{\cot A} &= 3 \left(\frac{2}{1}\right) \\ a + 1 &= 6 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

7. ค่าของ  $\tan\left(\frac{3\pi}{4} + 2 \arctan\frac{1}{2}\right)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1                      2.  $-\frac{1}{7}$                       3.  $\frac{1}{7}$                       4. 1                      5. 2

ตอบ 3

$$\begin{aligned} \tan\left(2 \arctan\frac{1}{2}\right) &= \frac{2 \tan(\arctan\frac{1}{2})}{1 - \tan^2(\arctan\frac{1}{2})} \\ &= \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \quad \dots(*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(A + B) &= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \\ \tan 2A &= \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{3\pi}{4} + 2 \arctan\frac{1}{2}\right) &= \frac{\tan\frac{3\pi}{4} + \tan\left(2 \arctan\frac{1}{2}\right)}{1 - \tan\frac{3\pi}{4} \tan\left(2 \arctan\frac{1}{2}\right)} \quad \text{จาก (*)} \\ &= \frac{-1 + \frac{4}{3}}{1 - (-1)\left(\frac{4}{3}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

8. กำหนดให้  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  และ  $\cos x + \sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}$  ค่าของ  $\tan x - \cot x$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-\frac{3}{2}$                       2.  $-\frac{1}{2}$                       3. 0                      4.  $\frac{1}{2}$                       5.  $\frac{3}{2}$

ตอบ

เครดิต

ขอบคุณ คุณ Cherry Ctt ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร