

PAT 1 (ก.พ. 61)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 24 กุมภาพันธ์ 2561 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 30 ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ใดๆ ประพจน์ในข้อต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $\sim p \vee (\sim p \wedge q)$ | 2. $(q \vee \sim q) \wedge (p \rightarrow \sim q)$ | 3. $\sim(p \rightarrow \sim q) \rightarrow q$ |
| 4. $(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ | 5. $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim q \wedge p)$ | |

2. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตคำตอบของอสมการ $x^2(x^2 - 1) \geq 0$

และให้ $P(x)$ แทน $|x| > 1$

$Q(x)$ แทน $x^2 - x \geq 2$

$R(x)$ แทน $x < 0$

$S(x)$ แทน $1 - x < 0$

ข้อต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- | | | |
|-----------------------------------|---|--|
| 1. $\sim \forall x [P(x)]$ | 2. $\exists x [Q(x)]$ | 3. $\forall x [Q(x) \rightarrow P(x)]$ |
| 4. $\exists x [S(x) \wedge P(x)]$ | 5. $\forall x [S(x) \rightarrow \sim(P(x) \leftrightarrow R(x))]$ | |

3. เซตคำตอบของอสมการ $(\sqrt{1+x} + 1)(\sqrt{1+x} + x^2 + x - 13) < x$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อต่อไปนี

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. $(-5, 0)$ | 2. $(-4, 1)$ | 3. $(-3, 2)$ | 4. $(-2, 4)$ | 5. $(-1, 5)$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|

4. ค่าของ $\sin\left(4 \arctan \frac{1}{3}\right) \tan\left(2 \arctan \frac{1}{7}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{24}$ 2. $\frac{7}{25}$ 3. $\frac{7}{24}$ 4. $\frac{12}{25}$ 5. $\frac{13}{25}$

5. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ $r_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{3-x} + \sqrt{2+x}\}$
 $r_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid |y| = |x| + 1\}$

ถ้า A เป็นโดเมนของ r_1 และ B เป็นเรนจ์ของ r_2 แล้ว $A - B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -1]$ 2. $(-2, 0]$ 3. $(-1, 1]$ 4. $(0, 2]$ 5. $(1, \infty)$

6. ถ้า $A = \arctan\left(\frac{2 \sin 130^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 290^\circ}\right)$ แล้ว $\sin\left(\frac{\pi}{6} + A\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - A\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $-\frac{1}{2}$ 3. 0 4. $\frac{1}{2}$ 5. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. ถ้า $0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ สอดคล้องกับ $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$
แล้วค่าของ $\tan^2\left(\frac{A+B}{2}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $3 - 2\sqrt{2}$ 2. $3 + 2\sqrt{2}$ 3. $5 - 2\sqrt{2}$
4. $1 + \sqrt{2}$ 5. $1 + 2\sqrt{2}$
8. ให้ E เป็นวงรีรูปหนึ่งที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1, -2)$ และโฟกัสทั้งสองอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน x
ถ้า $(4, 0)$ เป็นจุดบน E และผลบวกของระยะทางจากจุด $(4, 0)$ ไปยังจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 หน่วย
แล้ววงรี E ผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้
1. $(4, 2)$ 2. $(2, 4)$ 3. $(2, -4)$ 4. $(-2, -4)$ 5. $(4, -2)$
9. ให้ a เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับอสมการ $\log_3(5(6^a) - 2^{2a+1}) > 2a + 1$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. $2a + 1 > 0$ 2. $|a| > 1$ 3. $2^a > 1$
4. $1 < |a - 1| < 2$ 5. $2^{a+1} < 1$

10. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ a & b \end{bmatrix}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง
ถ้า $(A - B)B = B(A - B)$ แล้วค่าของ $\det(A + B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{3}{2}$ 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $\frac{5}{2}$ 4. $\frac{7}{2}$ 5. $\frac{13}{2}$

11. กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ถ้า \vec{b} เป็นเวกเตอร์ในสามมิติ โดยที่ $(\vec{b} + \vec{a}) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 10$
และเวกเตอร์ \vec{a} ทำมุม 60° กับเวกเตอร์ \vec{b} แล้วขนาดของเวกเตอร์ $\vec{a} \times \vec{b}$ อยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $(0, 2]$ 2. $(2, 4]$ 3. $(4, 6]$ 4. $(6, 8]$ 5. $(8, 10]$

12. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก และให้ $P = ax + by$ เป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ ภายใต้ข้อสมการข้อจำกัดต่อไปนี้

$$x + 2y \leq 12$$

$$x + y \geq 6$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x \geq 0 \text{ และ } y \geq 0$$

ถ้า P มีค่ามากที่สุด ที่จุด A และ B โดยที่จุด A และจุด B เป็นจุดสองจุดที่ต่างกันอยู่บนเส้นตรง $x + 2y = 12$
และเป็นจุดมุมที่สอดคล้องกับข้อสมการที่กำหนดให้ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $b = a$ 2. $b = 2a$ 3. $b = 3a$ 4. $b = 4a$ 5. $b = 5a$

13. กำหนดให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง และ $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E และ E' แทนคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใน S โดยที่ $P(A \cup B) = 0.8$ และ $P(A \cap B) = 0.4$ แล้วค่าของ $P(A') + P(B')$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0.4 2. 0.6 3. 0.8 4. 1.2 5. 1.6

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2\sqrt{x}x^2 - 2^3 + \sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 32 2. 64 3. 80 4. 96 5. 128

15. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง โดยที่ $f'(x) = 2ax + b\sqrt{x} + 1$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้า $f(0) = 1$ และ $f'(1) = f'(4) = 0$ แล้ว $(f \circ f)(4)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1.25 2. 1.75 3. 2.25 4. 2.75 5. 3.25

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมีความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 60 หน่วย
 ถ้าความยาวของด้านตรงข้ามมุม A และมุม B เท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ
 แล้วค่าของ $a \sin^2 \left(\frac{A+C}{2} \right) + b \sin^2 \left(\frac{B+C}{2} \right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 30
 2. $30 + a$
 3. 60
 4. $60 + a + b$
 5. 150
17. ให้จุด A เป็นจุดบนเส้นตรง $3x + y + 4 = 0$ โดยที่จุด A ห่างจากจุด $(-5, 6)$ และจุด $(3, 2)$ เป็นระยะเท่ากัน
 ให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ต่างกันและขนานกับเส้นตรง $5x + 12y = 0$
 ถ้าจุด A อยู่ห่างจากเส้นตรง L_1 และ L_2 เป็นระยะเท่ากับ 2 หน่วย
 แล้วผลบวกของระยะตัดแกน x ของเส้นตรง L_1 และ L_2 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -5.6
 2. -2.8
 3. 2.8
 4. 5.6
 5. 8.4
18. ให้ $z_1 = \frac{1+7i}{(2-i)^2}$ และ $z_2 = \frac{1+3i}{1-2i}$ เมื่อ $i^2 = -1$
 ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง ที่สอดคล้องกับ $|az_1 + b\bar{z}_2| = 2$ แล้วค่าของ $a^2 + b^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. 2
 3. 4
 4. 8
 5. 12

19. จากการสำรวจรายได้และรายจ่ายของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่ง จำนวน 8 คน ดังนี้

| | | | | | | | | |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| พนักงานคนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| รายได้ (x) (หน่วยหมื่นบาท) | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 |
| รายจ่าย (y) (หน่วยหมื่นบาท) | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 | y_5 | y_6 | y_7 | y_8 |

ปรากฏว่ารายได้ (x) และรายจ่าย (y) มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรงเป็น $y = 8x + 13.5$

ถ้า $\sum_{i=1}^8 y_i = 492$ และ $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 3432$ แล้วความแปรปรวนของรายได้ของพนักงาน 8 คนนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 6.5 2. 7.5 3. 8.5 4. 9.5 5. 10.5

20. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z ดังนี้

| | | | | | |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| z | 0.35 | 0.5 | 0.85 | 1.00 | 1.20 |
| พื้นที่ใต้เส้นโค้ง | 0.1368 | 0.1915 | 0.3023 | 0.3413 | 0.3849 |

จากการสอบถามอายุของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายของโรงเรียนแห่งหนึ่ง พบว่าอายุของนักเรียนมีการแจกแจงปกติ มีนักเรียนร้อยละ 30.85 ที่มีอายุมากกว่า 17 ปี และมีนักเรียนร้อยละ 53.28 ที่มีอายุตั้งแต่ 14 ปี แต่ไม่เกิน 17 ปี แล้วสัมประสิทธิ์การแปรผันของอายุนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 0.125 2. 1.25 3. 4.0 4. 8.0 5. 12.5

21. กำหนดข้อมูล x_1, x_2, x_3, x_4 โดยที่ $0 < x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$ ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7 พิสัยเท่ากับ 9 และ มัธยฐานและฐานนิยมมีค่าเท่ากัน และมีค่าเท่ากับ 6 แล้วสัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\frac{3}{19}$ 2. $\frac{5}{19}$ 3. $\frac{6}{19}$ 4. $\frac{7}{20}$ 5. $\frac{9}{20}$

22. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวก และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ที่สอดคล้องกับ $\log a^3 b^{2n} = 1$, $\log a^{2n} b^3 = 1$ และ $\log a^n b^n = \frac{6}{7}$ แล้ว $n \log a^n - \log b^{2n}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{7}$ 2. $\frac{6}{7}$ 3. 1 4. 2 5. 3

23. ให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีแกนสังยุคอยู่บนเส้นตรง $x = 1$ และมีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่ $(0, 2)$ ถ้า H ผ่านจุดศูนย์กลางของวงรีซึ่งมีสมการเป็น $5x^2 - 30x + 9y^2 = 0$ แล้วสมการของไฮเพอร์โบลา H ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
1. $4x^2 - 3y^2 - 8x + 12y - 12 = 0$ 2. $4x^2 - 3y^2 - 8x + 12y - 13 = 0$
 3. $4x^2 - 3y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$ 4. $3x^2 - 4y^2 - 6x + 16y - 17 = 0$
 5. $3x^2 - 4y^2 - 6x + 8y - 17 = 0$

24. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิตของจำนวนเต็มบวก โดยที่มีผลบวกของพจน์ที่สองและพจน์ที่สี่เท่ากับ 60 และพจน์ที่สามเท่ากับ 18 และให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ แล้วค่าของ $\frac{S_8}{S_4} + \frac{S_4}{S_2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{172}{81}$ 2. $\frac{37}{16}$ 3. 22 4. 88 5. 92

25. กำหนดให้ $U = \{-5, -4, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$$A = \{x \in U \mid 2x - 1 \notin U\}$$

$$B = \{x \in U \mid x^2 > 5x\}$$

$$C = \{x \in U \mid \sqrt{x+1} \in U\}$$

จำนวนสมาชิกของเซต $(A - C) \times (B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6 2. 10 3. 12 4. 20 5. 24

26. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 โดยที่ $\det A = \frac{1}{4}$ และ $B = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 0 & b \end{bmatrix}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

ถ้า $2AB + 3I = A$ เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณมิติ 3×3 แล้วค่าของ $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{2}$ 2. $-\frac{5}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. $-\frac{17}{2}$ 5. $\frac{19}{2}$

27. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

โดยที่ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ สำหรับทุกจำนวนจริง $x \neq 1$ และ $g(x) = 6x + 5$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ $a \neq 1$ และ $g(f(a)) = g^{-1}(f(a))$

แล้ว $f(g^{-1}(a)) + f(g(a))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{31}{22}$ 2. $\frac{16}{11}$ 3. $\frac{37}{22}$ 4. $\frac{20}{11}$ 5. $\frac{41}{22}$

28. กำหนดให้ $a(0) = 1$ และสำหรับ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ให้ $a(n+1) = \begin{cases} 3 + 5a(n) & \text{เมื่อ } a(n) \leq 5 \\ 2 + \frac{1}{5}a(n) & \text{เมื่อ } a(n) > 5 \end{cases}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $a(3) - a(1)$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ข. $a(4) > a(5)$

ค. $a(7) = \frac{146}{25}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

29. กำหนดให้ a, b, c, m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก สอดคล้องกับ $1 < a < b \leq c$ และ $am = bn = c$

พิจารณาสมการต่อไปนี้

ก. $\frac{a}{m} < \frac{c}{n}$

ข. $bm < c$

ค. $n + mn < c + mc$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

30. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y < x - 2\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $(5, 7) \notin r^{-1}$

ข. $(-6, -3) \in r^{-1}$

ค. $r \cap r^{-1} \neq \emptyset$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

ตอนที่ 2 ข้อ 31 - 45 ข้อละ 8 คะแนน

31. กำหนดให้ $P(S)$ แทนเพาเวอร์เซตของเซต S และ $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต S

ให้ A, B และ C เป็นเซตจำกัด โดยที่ $B \subset A$ และ $A \cap C \neq \emptyset$

ถ้า $n(P(P(B))) = n(P(B \cup C)) = 16$, $n(B \cap C) = 1$, $n(A \cap C) = 2$

และ $n(P(A - C)) = 4n(P(C - A))$ แล้ว $n(P(A))$ เท่ากับเท่าใด

32. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $|x^2 - 2|x|| = x^2 - 3x + 2$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด

33. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $2 \log_3 \sqrt{x+1} + \log_9(x-1)^2 = \log_3 2x$
แล้วผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด

34. ถ้า A เป็นเซตของคู่อันดับ (x, y) โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ

$$2^x \log_5 y = 4 \log_{25} 5 + 4^x$$

$$2^x \log_5 y^3 = (\log_5 y)^2 + 9$$
และให้ $B = \{xy \mid (x, y) \in A\}$ ค่ามากที่สุดของสมาชิกในเซต B เท่ากับเท่าใด

35. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} \frac{3-|x|}{3-x} & \text{เมื่อ } x < 3 \\ ax + 10 & \text{เมื่อ } x \geq 3 \end{cases}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

ถ้าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง แล้ว ค่าของ $f(a-6) + f(a) + f(a+6)$ เท่ากับเท่าใด

36. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง

ถ้า $f(-1) + f(1) = 14$, $f'(1) = 2f(1)$ และ $f'(0) + f''(0) = 6$

แล้ว $\int_0^1 f(3x) dx$ เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 0$ และ $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x) - f'(4)}{x - 4}$ เท่ากับเท่าใด

38. คนกลุ่มหนึ่งมีผู้ชาย n คน ผู้หญิง $n + 1$ คน เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ต้องการจัดคนกลุ่มนี้ขึ้นเรียงแถวเป็นแนวตรงเพียงหนึ่งแถว ถ้าจำนวนวิธีจัดคนกลุ่มนี้ขึ้นเรียงแถวแนวตรง โดยไม่มีผู้ชายสองคนใดยืนติดกัน เท่ากับสองเท่าของจำนวนวิธีจัดคนกลุ่มนี้ขึ้นเรียงแถวเป็นแนวตรงโดยผู้ชายยืนติดกันทั้งหมด แล้วคนกลุ่มนี้มีทั้งหมดกี่คน

39. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก และให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับของจำนวนจริง

โดยที่ $a_1 = a$, $a_2 = b$ และ $a_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}}{n-1}$ สำหรับ $n = 3, 4, 5, \dots$

ถ้า $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 = \frac{31}{8}$ และ $\sum_{i=1}^{10} a_i = \frac{30}{8}$ แล้วค่าของ $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2$ เท่ากับเท่าใด

40. ข้อมูลประชากรชุดหนึ่งมี 10 จำนวน ดังนี้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ โดยที่ $x_i > 0$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, \dots, 10$

ถ้า $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 4) = 40$ และ $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 4)^2 = 170$

แล้ว ความแปรปรวนของข้อมูล $2(x_1 + 3), 2(x_2 + 3), 2(x_3 + 3), \dots, 2(x_{10} + 3)$ เท่ากับเท่าใด

41. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq c < a < b$ และ $a + 2b + 3c = 32$

ถ้า c เป็นจำนวนคู่ และ 10 หาร b ลงตัว แล้วค่าของ $4a + 5b + 6c$ เท่ากับเท่าใด

42. กำหนดข้อมูลชุดหนึ่ง ดังนี้

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีตำแหน่งของควอไทล์ที่ 3 (Q_3) เท่ากับ 13.5

แล้วมัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

| คะแนน | ความถี่ |
|---------|---------|
| 0 - 4 | 4 |
| 5 - 9 | 3 |
| 10 - 14 | 5 |
| 15 - 19 | a |
| 20 - 24 | b |

43. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่มีผลบวกสี่พจน์แรกของลำดับเท่ากับ 14

และ $a_{20} = a_{10} + 30$ และให้ $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่ $b_1 = a_3$

และ $b_{n+1} = b_n + 1$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ ค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ เท่ากับเท่าใด

44. ให้ \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c} เป็นเวกเตอร์ในสามมิติ โดยที่ $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\sqrt{2}\vec{k}$
 เวกเตอร์ \vec{c} ทำมุม 45° และ 60° กับเวกเตอร์ \vec{a} และเวกเตอร์ \vec{j} ตามลำดับ และ $\vec{c} \cdot \vec{k} > 0$
 ถ้า \vec{u} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ \vec{c} แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{b}$ เท่ากับเท่าใด

45. กำหนดให้ $f(x) = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+x}}}$ สำหรับจำนวนจริง $x > 0$

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก ที่สอดคล้องกับ $f(1+a) + f(2+a) + f(3+a) + \dots + f(60+a) = 2250$
 แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลย

| | | | | |
|-------|-------|-------|---------|----------|
| 1. 3 | 11. 5 | 21. 5 | 31. 32 | 41. 86 |
| 2. 3 | 12. 2 | 22. 5 | 32. 2.5 | 42. 11.5 |
| 3. 4 | 13. 3 | 23. 1 | 33. 1 | 43. 3 |
| 4. 2 | 14. 4 | 24. 5 | 34. 125 | 44. 3.5 |
| 5. 3 | 15. 1 | 25. 3 | 35. 0.5 | 45. 6 |
| 6. 5 | 16. 1 | 26. 4 | 36. 11 | |
| 7. 1 | 17. 4 | 27. 1 | 37. 18 | |
| 8. 4 | 18. 2 | 28. 4 | 38. 7 | |
| 9. 4 | 19. 2 | 29. 2 | 39. 36 | |
| 10. 3 | 20. 1 | 30. 1 | 40. 4 | |

แนวคิดเครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ และเฉลยละเอียด จาก อ.ปิ่ง GTRmath

ขอบคุณ เฉลยละเอียดจาก คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book

ขอบคุณ คุณ Chonlakorn Chiewpanich

และ คุณ Soruth Kuntikul ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร