

PAT 1 (มี.ค. 60)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 11 มีนาคม 2560 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 30 ข้อละ 6 คะแนน

1. ให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว $A = B$

(ข) ถ้า $C - (A \cap B) = C - B$ แล้ว $A \subset B$

(ค) $A \cap B \cap C = [(A \cup B) \cap C] \cap [(A \cap B) \cup C]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

2. จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 80 คน เกี่ยวกับการเป็นสมาชิกของชมรม 3 ชมรม คือ ชมรมคณิตศาสตร์ ชมรมการแสดง และชมรมกีฬา ปรากฏว่ามี 30 คน เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์ โดยในจำนวนนี้มีนักเรียน 20 คน เท่านั้นที่เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์เพียงชมรมเดียว มี 5 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมการแสดงและชมรมกีฬา แต่ไม่เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์ และมี 10 คน ที่ไม่เป็นสมาชิกของชมรมใดเลย พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) มี 15 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมอย่างน้อย 2 ชมรม

(ข) มี 55 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมใดชมรมหนึ่งเพียง 1 ชมรมเท่านั้น

(ค) มี 50 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมการแสดงหรือชมรมกีฬา

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

3. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ โดยที่ $[p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)] \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น จริง
 ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น เท็จ

1. $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge r)$ 2. $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge r)$ 3. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee r)$
 4. $q \rightarrow (\sim p \wedge r)$ 5. $\sim(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

4. ค่าของ $2\left(\arctan\frac{1}{8} - \arctan\frac{2}{3}\right)$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\arcsin\frac{4}{5}$ 2. $-\arcsin\frac{4}{5}$ 3. $\pi - \arcsin\frac{4}{5}$
 4. $-\arctan\frac{3}{4}$ 5. $\pi - \arctan\frac{3}{4}$

5. กำหนดให้ $a = \cos 50^\circ + \cos 20^\circ$ และ $b = \sin 50^\circ - \sin 20^\circ$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\sin 20^\circ = \frac{a^2+b^2}{2}$ 2. $\sin^2 35^\circ = \frac{a^2+b^2}{4}$ 3. $\cos^2 35^\circ = ab$
 4. $\tan^2 35^\circ = \frac{a^2+b^2}{4ab}$ 5. $\cos 70^\circ = (a+b)^2 - 1$

6. ให้ \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์อยู่บนระนาบเดียวกัน โดยที่ $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = \sqrt{2}|\vec{w}|$ และ $|\vec{v}| = \sqrt{3}|\vec{w}|$ ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง \vec{u} และ \vec{v} แล้ว $\sin \theta$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{2}$
 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 3. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 4. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 5. $\frac{1}{3}$

7. กำหนดให้ $0 < \theta < 90^\circ$ ถ้า $m = \frac{1}{4}(1 + \sin \theta) \cot \theta$ และ $n = \frac{1}{4}(1 - \sin \theta) \cot \theta$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(m^2 - n^2)^2 = mn$

(ข) $\sin \theta = \frac{m-n}{m+n}$

(ค) $m^2 + n^2 = \frac{1}{8} \cot^2 \theta \cos^2 \theta$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ
8. ให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ เป็นข้อมูลที่เรียงค่าจากน้อยไปหามาก โดยมีค่ากึ่งกลางพิสัยเท่ากับ 15 และให้ $y_i = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1})$ สำหรับ $i = 1, 2, \dots, 9$ ถ้า y_1, y_2, \dots, y_9 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\frac{55}{3}$ แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, \dots, x_{10} + 10$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 23.5
 2. 28
 3. 29
 4. $\frac{88}{3}$
 5. $\frac{100}{3}$

9. ให้ L เป็นจำนวนจริงบวก และ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิตของจำนวนจริง

โดยที่ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = L$ และ $\sum_{n=1}^3 a_n = \frac{L}{3}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. $a_4 = \frac{2}{3}a_1$
2. $a_{14} = \frac{16}{81}a_2$
3. $3(a_7 + a_8 + a_9) = 2(a_4 + a_5 + a_6)$
4. $\sum_{n=7}^{12} a_n = \frac{16}{81}L$
5. $\sum_{n=10}^{\infty} a_n = \frac{8}{27}L$

10. ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 - 2ky = 0$ เมื่อ $k > 0$ ให้ T เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(-5, 4)$ และสัมผัสวงกลมที่จุด B โดยระยะทางระหว่างจุด A และจุด B เท่ากับ 1 หน่วย ถ้า H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด C แกนสังยุคยาว $2k$ หน่วย และขนานกับแกน x และเส้นกำกับเส้นหนึ่งผ่านจุด A และจุด C แล้วสมการของไฮเพอร์โบลา H ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $x^2 - 25y^2 + 250y - 600 = 0$
2. $x^2 - 25y^2 - 250y + 624 = 0$
3. $x^2 - 25y^2 - 250y + 650 = 0$
4. $25x^2 - y^2 + 10y + 50 = 0$
5. $25x^2 - y^2 + 10y - 50 = 0$

11. ให้ $x > 0$ และให้ S แทนอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\log x)^n$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า $x < 10$ แล้วอนุกรม S เป็นอนุกรมลู่เข้า

(ข) ถ้า $x = 100$ แล้วอนุกรม S เป็นอนุกรมลู่ออก

(ค) ถ้า $x = \frac{1}{10}$ แล้วผลบวก 100 พจน์แรกของอนุกรม S เท่ากับ -100

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

12. กล้องใบหนึ่งมีบัตร 7 ใบ แต่ละใบเขียนจำนวน $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ กำกับบนบัตรใบละ 1 จำนวน สุ่มหยิบบัตร 2 ใบ พร้อมกันจากกล้องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้บัตร 2 ใบ มีผลรวมของจำนวนบนบัตรทั้งสองเป็นจำนวนคู่หรือเป็นจำนวนเต็มบวก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{7}$ 2. $\frac{3}{7}$ 3. $\frac{4}{7}$ 4. $\frac{5}{7}$ 5. $\frac{6}{7}$

13. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี A, B และ C เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ให้ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ และ $\vec{c} = \overrightarrow{CA}$ ถ้า $\vec{a} \cdot \vec{b} = -15$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = -21$ และ $\vec{c} \cdot \vec{a} = -10$ แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $7\sqrt{2}$ ตารางหน่วย 2. $8\sqrt{2}$ ตารางหน่วย 3. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ ตารางหน่วย
4. $5\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 5. $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย

14. กำหนดให้ข้อมูลชุดที่ 1 คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ และข้อมูลชุดที่ 2 คือ $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{10}$ โดยที่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ เป็นจำนวนจริงบวก และ $y_i = 2x_i + 1$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, \dots, 10$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดที่ 2 มีค่ามากกว่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดที่ 1
(ข) สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลชุดที่ 2 มีค่าน้อยกว่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลชุดที่ 1
(ค) ถ้าแต่ละ x_i มีค่าเพิ่มขึ้น 1 หน่วย แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่ 2 มีค่าเพิ่มขึ้น

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

15. กำหนดให้ A และ B เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\det(AB - BA) = 0$

(ข) ถ้า $\det(A) \neq 0$ และ $\det(B) = 0$ แล้ว $\det(A + B) \neq 0$

(ค) ถ้า $\det(A) \neq 0$, $\det(B) \neq 0$ และเมทริกซ์ $A + B$ มีอินเวอร์สการคูณ

แล้ว $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว
2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว
3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

16. ให้ P เป็นพาราโบลารูปหนึ่ง มีโฟกัสอยู่บนเส้นตรง $x + 2y = 4$ และสมการของแกนสมมาตรคือ $y = 3$

ถ้า P มีเส้นไดเรกทริกซ์เป็นเส้นตรงเดียวกันกับเส้นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา $y^2 + 8y - 24x + 16 = 0$

แล้วพาราโบลา P ผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-7, 1)$
2. $(-4, 0)$
3. $(1, -1)$
4. $(2, -4)$
5. $(4, -5)$

17. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ผ่านจุด $(0, 1)$, $(1, 3)$ และจุด $(2, 2)$

แล้วพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = f(x)$ และเส้นตรง $y = x$ จาก $x = 0$ ถึง $x = 2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{2}$ ตารางหน่วย
2. $\frac{8}{3}$ ตารางหน่วย
3. 3 ตารางหน่วย
4. $\frac{7}{2}$ ตารางหน่วย
5. 5 ตารางหน่วย

18. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^2 + 2|x - 3| - 9 > 0$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $|x - 3| < 2$

แล้ว $A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|------------------|-------------------|--------------|
| 1. $(4, \infty)$ | 2. $(-\infty, 1)$ | 3. $(-1, 3)$ |
| 4. $(3, 6)$ | 5. $(0, 4)$ | |

19. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ คือ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ให้ $P(x)$ แทน $|x| \geq x$ และ $Q(x)$ แทน $|x| < |x + 1| + 1$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ประพจน์ $\exists x[\sim Q(x)] \rightarrow \exists x[\sim P(x)]$ มีค่าความจริงเป็น จริง

(ข) ประพจน์ $\forall x[P(x)] \rightarrow \forall x[\sim Q(x)]$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

(ค) ประพจน์ $\exists x[P(x)] \rightarrow \exists x[Q(x)]$ มีค่าความจริงเป็น จริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

20. ถ้าคะแนนสอบวิชาหนึ่งของนักเรียนจำนวน 80 คน มีการแจกแจงปกติ และมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์

เท่ากับ $\frac{1}{3}$ มีนักเรียนคนหนึ่งในห้องนี้สอบได้ 39 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1.5 และมีนักเรียนจำนวน 60 คนที่มีคะแนนสอบมากกว่า 15 คะแนน แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|--------------|---------------|---------------|
| 1. 9.5 คะแนน | 2. 10 คะแนน | 3. 10.5 คะแนน |
| 4. 11 คะแนน | 5. 11.5 คะแนน | |

21. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{32x - 16x^2}\}$

ถ้า A และ B เป็นโดเมนและเรนจ์ของ r ตามลำดับ แล้ว $B - A$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-1, 2)$
2. $(0, 3)$
3. $(1, 4)$
4. $(2, 6)$
5. $(3, \infty)$

22. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $(x^2 - 2x - 16) \log_2(2 - \sqrt{3}) < \log_2(2 + \sqrt{3})$

แล้ว A เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$
2. $(-\infty, -4) \cup (3, \infty)$
3. $(-4, 3)$
4. $(-3, 6)$
5. $(-1, 9)$

23. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $f: R \rightarrow R$ และ $g: R \rightarrow R$ เป็นฟังก์ชัน มีนิยามโดย

$$f(x) = |x - 1| + |x + 1| \quad \text{และ} \quad g(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad \text{สำหรับทุกจำนวนจริง } x$$

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a + b = 1$ แล้ว $(g \circ f)(a) + (f \circ g)(b)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1.4
2. 1.8
3. 2.4
4. 2.8
5. 3.4

27. ให้ R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 5 รูป มีข้อมูล ดังนี้

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
ความกว้าง (x)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
ความยาว (y)	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

โดยที่ $0 < x_i \leq 10$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความกว้างของรูปสี่เหลี่ยม 5 รูป เท่ากับ 5 หน่วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความยาวของรูปสี่เหลี่ยม 5 รูป เท่ากับ 8 หน่วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม 5 รูป เท่ากับ 51.8 ตารางหน่วย และความแปรปรวนของความกว้างเท่ากับ 12

สมมติว่ากราฟแผนภาพการกระจายที่แสดงความสัมพันธ์ความกว้างและความยาว อยู่ในรูปแบบเส้นตรง ถ้าสร้างรูปสี่เหลี่ยมมีความกว้าง 2 หน่วย แล้วความยาว (โดยประมาณ) ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5.05 หน่วย
2. 5.55 หน่วย
3. 5.75 หน่วย
4. 6.05 หน่วย
5. 6.55 หน่วย

28. นิยาม $a * b = 1 + ab$ สำหรับ a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $a * (1 * a) = (a * 1) * a$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a

(ข) $a * (b * c) = (a * b) * c$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b และ c

(ค) $((1 * 2) * 3) * 4$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

29. ให้ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวกโดยที่ $x + y + z = 15$ และสอดคล้องกับ $(z + 1)^x = y^{2x}$

และ $(0.1)^z = (0.01)^x$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $x < y < z$
2. $y < x < z$
3. $x < z < y$
4. $y < z < x$
5. $z < y < x$

30. กำหนดให้เส้นตรง L ผ่านจุด $A(2,0)$ และจุด $B(-4, 8)$ ให้เส้นตรง M ผ่านจุด B และจุด $C(-a, 0)$ เมื่อ $a > 0$ ถ้าระยะระหว่างจุด C กับเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{48}{5}$ หน่วย แล้วระยะห่างระหว่างจุดกำเนิด $(0, 0)$ กับเส้นตรง M เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 7 หน่วย
 2. 8 หน่วย
 3. 10.5 หน่วย
 4. 13.5 หน่วย
 5. 15 หน่วย

ตอนที่ 2 ข้อ 31 - 45 ข้อละ 8 คะแนน

31. ให้ A เป็นเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ $\log_2 x + \log_3 x \geq (\log_2 x)(\log_3 x)$ และให้ a เป็นขอบเขตล่างมากที่สุดของเซต $A \cap [0, 9]$ และให้ b เป็นขอบเขตบนน้อยที่สุดของเซต $A \cap [0, 9]$ ค่าของ $a + b$ เท่ากับเท่าใด

32. มีลูกแก้วขนาดเดียวกัน 7 ลูก เป็นลูกแก้วสีแดง 2 ลูก ลูกแก้วสีเขียว 2 ลูก และลูกแก้วสีขาว 3 ลูก ต้องการจัดเรียงลูกแก้วทั้ง 7 ลูกเป็นแถวตรง โดยที่ลูกแก้วสองลูกใดๆ ที่เรียงติดกัน มีสีแตกต่างกัน จำนวนวิธีจัดเรียงลูกแก้วดังกล่าว เท่ากับเท่าใด

33. กำหนดให้ $f(x) = 2x + 5$ และ $g(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริง

ถ้า $(f^{-1} \circ g)(0) = 2$, $\int_0^1 f^{-1}(g(x)) dx = 1$ และ $(f^{-1} \circ g)(x)$ มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$
แล้วค่าของ $g(1)$ เท่ากับเท่าใด

34. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงความถี่ ดังนี้
เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก
ถ้าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ของคะแนนสอบนี้เท่ากับ 80.5 คะแนน
และส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์เท่ากับ 7.5 แล้วจำนวนนักเรียนที่สอบได้
คะแนนมากกว่า 80 คะแนนเท่ากับเท่าใด

ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน
66 - 70	2
71 - 75	3
76 - 80	a
81 - 85	5
86 - 90	7
91 - 95	b
96 - 100	8

35. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้านักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 74 คะแนน มีจำนวนคิดเป็นร้อยละ 97.73 และนักเรียนที่สอบได้คะแนน 53 คะแนน จะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 6.68 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับเท่าใด
กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง Z ดังนี้

Z	0.5	1	1.5	2	2.5
A	0.1915	0.3413	0.4332	0.4773	0.4938

36. กำหนดให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม ให้ $f: I \rightarrow I$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(n) = \begin{cases} (f \circ f)(n-4) & , n > 60 \\ n+3 & , n \leq 60 \end{cases}$
ค่าของ $f(f(f(60)))$ เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้ $AX = B$ เป็นสมการเมทริกซ์ โดยที่ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ b & -a & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 9 \\ a \\ -10 \end{bmatrix}$
เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้า $\det A = 15$ และ $y = 1$ เป็นคำตอบของระบบสมการนี้
แล้ว $(a-b)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

38. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3^x - 3^{(x+1)}}{\sqrt[3]{x-2} - 1}$ เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $(1 + i)\bar{z} + (3 - i)z = 6 + 2i$

เมื่อ $i^2 = -1$ และ \bar{z} แทนสังยุค (conjugate) ของ z ค่าของ $|(z - \bar{z})(z + \bar{z})|$ เท่ากับเท่าใด

40. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนเต็มบวก โดยที่ $a_1 = 1$ และ $a_8 = 36$

ถ้า $\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = 3$ แล้ว n เท่ากับเท่าใด

41. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง และ $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 5} & , x \geq a \\ \frac{15}{\sqrt{x^2 + 5}} & , x < a \end{cases}$

ถ้าฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องทุกจำนวนจริง x แล้วค่าของ $f(a) + f(-a)$ เท่ากับเท่าใด

42. ถ้า $2 \sin^2 \theta = 3 \cos \theta$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ แล้วค่าของ $\operatorname{cosec}^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos^2 \theta + \frac{\tan \theta}{\operatorname{cosec} 2\theta}$ เท่ากับเท่าใด

43. ให้ A เป็นเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมด ที่สอดคล้องกับสมการ $4^x - 4(4^{\sqrt{x}}) = 3(2^{x+\sqrt{x}})$
ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A เท่ากับเท่าใด

44. ผลการสำรวจกลุ่มคนจำนวน 120 คน เกี่ยวกับสายตาปกติและสายตาสั้น พบว่าอัตราส่วนของจำนวนคนที่มีสายตาปกติต่อจำนวนคนที่มีสายตาสั้นเป็น 3:2 ในกลุ่มคนที่มีสายตาปกติ มีอัตราส่วนจำนวนผู้หญิงต่อจำนวนผู้ชายเป็น 5:1 ในกลุ่มคนที่มีสายตาสั้น มีอัตราส่วนของจำนวนเด็กต่อจำนวนผู้ใหญ่ เป็น 1:3 ผลรวมของจำนวนผู้หญิงที่มีสายตาปกติและจำนวนเด็กที่มีสายตาสั้นเท่ากับเท่าใด

45. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก กำหนดให้ $P = ax - 15y$ เป็นฟังก์ชันจุดประสงค์

$$\text{โดยมีสมการข้อจำกัด ดังนี้ } 3x + by \geq 9$$

$$3x + 2by \leq 18$$

$$1 \leq x \leq 5 \text{ และ } y \geq 0$$

ถ้าค่าของ P มีค่าน้อยที่สุด เท่ากับ -8.25 และ ค่าของ P มีค่ามากที่สุด เท่ากับ 15 แล้วค่าของ $a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด

เฉลย

- | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 1. 5 | 11. | 21. | 31. | 41. |
| 2. 4 | 12. | 22. | 32. | 42. |
| 3. | 13. | 23. | 33. | 43. |
| 4. | 14. | 24. | 34. | 44. |
| 5. | 15. | 25. | 35. | 45. |
| 6. | 16. | 26. | 36. | |
| 7. | 17. | 27. | 37. | |
| 8. | 18. | 28. | 38. | |
| 9. | 19. | 29. | 39. | |
| 10. | 20. | 30. | 40. | |

แนวคิด

1. ให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (ก) ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว $A = B$
- (ข) ถ้า $C - (A \cap B) = C - B$ แล้ว $A \subset B$
- (ค) $A \cap B \cap C = [(A \cup B) \cap C] \cap [(A \cap B) \cup C]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

ตอบ 5

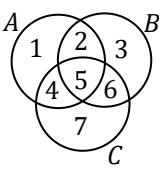
(ก) ลบ คือการรกรอกออก \rightarrow ถ้า B มีทุกตัวใน A ก็จะทำให้ $A - B = \emptyset$ ได้

เช่น $\{1\} - \{1, 2\} = \emptyset$ แต่ $\{1\} \neq \{1, 2\} \rightarrow$ (ก) ผิด

(ข) ลองหาตัวอย่างค้านดู จะเห็นว่าถ้า $C = \emptyset$ เรายังลบกับอะไรก็ได้ \emptyset โดยที่ A กับ B จะเป็นอะไรก็ได้

เช่น ให้ $C = \emptyset, A = \{1\}, B = \{2\}$ จะได้ $C - (A \cap B) = C - B$ แต่ $\{1\} \neq \{2\} \rightarrow$ (ข) ผิด

$$\begin{aligned} \emptyset - (\{1\} \cap \{2\}) &= \emptyset - \{2\} \\ \emptyset - \emptyset &= \emptyset - \{2\} \\ \emptyset &= \emptyset \end{aligned}$$

(ค)  กำหนดสมาชิกตัวแทนให้แต่ละส่วน ดังรูป

จะได้ $A \cap B \cap C = [(A \cup B) \cap C] \cap [(A \cap B) \cup C]$

$$\begin{aligned} \{5\} &= [\{1,2,3,4,5,6\} \cap \{4,5,6,7\}] \cap [\{2,5\} \cup \{4,5,6,7\}] \\ \{5\} &= \{4,5,6\} \cap \{2,4,5,6,7\} \\ \{5\} &= \{4,5,6\} \rightarrow \text{(ค) ผิด} \end{aligned}$$

2. จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 80 คน เกี่ยวกับการเป็นสมาชิกของชมรม 3 ชมรม คือ ชมรมคณิตศาสตร์ ชมรมการแสดง และชมรมกีฬา ปรากฏว่ามี 30 คน เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์ โดยในจำนวนนี้มีนักเรียน 20 คน เท่านั้นที่เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์เพียงชมรมเดียว มี 5 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมการแสดงและชมรมกีฬา แต่ไม่เป็นสมาชิกของชมรมคณิตศาสตร์ และมี 10 คน ที่ไม่เป็นสมาชิกของชมรมใดเลย พิจารณาข้อความต่อไปนี้

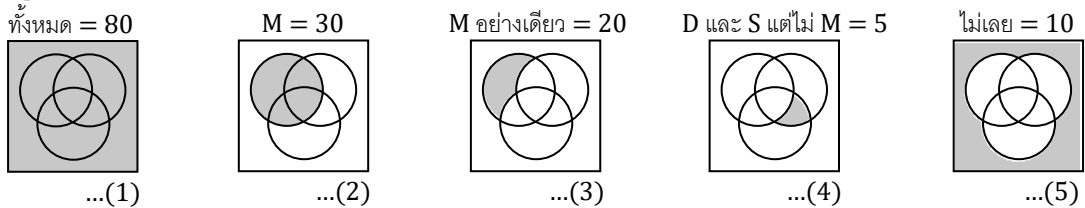
- (ก) มี 15 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมอย่างน้อย 2 ชมรม
- (ข) มี 55 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมใดชมรมหนึ่งเพียง 1 ชมรมเท่านั้น
- (ค) มี 50 คน ที่เป็นสมาชิกของชมรมการแสดงหรือชมรมกีฬา

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด
2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด
3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด
4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ

ตอบ 4

จากข้อมูลที่ได้ สามารถวาดแผนภาพได้ดังนี้ (M = คณิต , D = การแสดง , S = กีฬา)



(ก) (2) - (3) (6) + (4)

$30 - 20 = 10$... (6) $10 + 5 = 15$... (7) → จากรูปที่ (7) จะได้ (ก) ถูก

(ข) (1) - (5) (8) - (7)

$80 - 10 = 70$... (8) $70 - 15 = 55$... (9) → จากรูปที่ (9) จะได้ (ข) ถูก

(ค) (8) - (3)

$70 - 20 = 50$... (10) → จากรูปที่ (10) จะได้ (ค) ถูก

3. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ โดยที่ $[p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)] \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น จริง
ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น เท็จ

1. $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge r)$
2. $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge r)$
3. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee r)$
4. $q \rightarrow (\sim p \wedge r)$
5. $\sim(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

ตอบ

4. ค่าของ $2\left(\arctan\frac{1}{8} - \arctan\frac{2}{3}\right)$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\arcsin\frac{4}{5}$
2. $-\arcsin\frac{4}{5}$
3. $\pi - \arcsin\frac{4}{5}$
4. $-\arctan\frac{3}{4}$
5. $\pi - \arctan\frac{3}{4}$

5. กำหนดให้ $a = \cos 50^\circ + \cos 20^\circ$ และ $b = \sin 50^\circ - \sin 20^\circ$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\sin 20^\circ = \frac{a^2+b^2}{2}$
2. $\sin^2 35^\circ = \frac{a^2+b^2}{4}$
3. $\cos^2 35^\circ = ab$
4. $\tan^2 35^\circ = \frac{a^2+b^2}{4ab}$
5. $\cos 70^\circ = (a+b)^2 - 1$

เครดิต

ขอบคุณ อ. ศิลา สุวัธน์ศรี และ อ. บุญช่วย ฤทธิเทพ สำหรับข้อสอบครับ

ขอบคุณ คุณ สมนยา เสนามนตรี

และ คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสารครับ