

PAT 1 (มี.ค. 56)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 2 มีนาคม 2556 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. กำหนดให้  $P$  แทน ประพจน์ “ถ้า  $A \cup C \subset B \cup C$  แล้ว  $A \subset B$  เมื่อ  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆ”  
และให้  $Q$  แทน ประพจน์ “ถ้า  $C \subset A \cup B$  แล้ว  $C \subset A$  และ  $C \subset B$  เมื่อ  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆ”  
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ประพจน์  $[(P \vee Q) \wedge \sim Q] \Leftrightarrow P$  มีค่าความจริงเป็น จริง

(ข) ประพจน์  $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (\sim P \wedge \sim Q)$  มีค่าความจริงเป็น เท็จ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

2. กำหนดให้  $\mathcal{U}$  เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆใน  $\mathcal{U}$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $A - [(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C)] = A - B$

(ข) เพาเวอร์เซตของเซต  $A - (B \cup C)$  เท่ากับเพาเวอร์เซตของเซต  $(A - B) - C$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

3. กำหนดให้  $P(x)$  แทน  $\left| \frac{x-2}{x+2} \right| < 2$  และให้  $Q(x)$  แทน  $|2x + 1| > x - 1$   
 เอกภพสัมพัทธ์ในข้อต่อไปนี้เป็นที่ทำให้  $\forall x[Q(x)] \Rightarrow \exists x[P(x)]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1.  $(-\infty, -4)$                   2.  $(-5, -1)$                   3.  $(-3, 2)$                   4.  $(-1, \infty)$

4. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid |2x - 5| + |x| \leq 7 \}$  และ  
 $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 12 + |x| \}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $A \cap B \subset \{ x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 4 \}$

(ข)  $A - B$  เป็นเซตจำกัด (finite set)

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก                                  2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด  
 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก                                  4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

5. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง กำหนดให้  $r = \{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \sqrt{12 - |x|} + \sqrt{y + 1} = 3 \}$   
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $D_r \cap R_r \subset (-1, 8)$

(ข)  $D_r - R_r = \{ x \in \mathbb{R} \mid 8 < x \leq 12 \}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

6. ให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซต โดยที่จำนวนสมาชิกของเซต  $A$  และ  $B$  เท่ากับ 4 และ 5 ตามลำดับ  
และจำนวนสมาชิกของเซต  $A \cup B$  เท่ากับ 7 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ความสัมพันธ์ใน  $A \cap B$  มี 4 ความสัมพันธ์

(ข) ความสัมพันธ์จาก  $A - B$  ไป  $B - A$  มี 64 ความสัมพันธ์

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

7. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ความสัมพันธ์  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4, xy > 0\}$  เป็นฟังก์ชัน

(ข) ถ้า  $f(x) = \begin{cases} x - 2 & , x \leq 0 \\ x^2 & , x > 0 \end{cases}$  และ  $g(3x - 1) = 2x^2 + 3x$  สำหรับ  $x \in \mathbb{R}$

แล้วค่าของ  $(g \circ f^{-1})(25) = 14$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

8. ให้พาราโบลา  $P$  มีสมการเป็น  $y^2 - 2y + 6x + 4 = 0$  ถ้าวงกลมวงหนึ่งผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา  $P$  และสัมผัสกับเส้นตรง  $3x - 2y - 6 = 0$  ณ จุด  $(4, 3)$  แล้วสมการของวงกลมตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $7x^2 + 7y^2 - 4x - 82y - 55 = 0$ | 2. $7x^2 + 7y^2 + 4x + 82y + 55 = 0$ |
| 3. $7x^2 + 7y^2 - 4x + 82y - 55 = 0$ | 4. $7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y + 55 = 0$ |

9. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(ก) \frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} = \sec 20^\circ - \tan 20^\circ$$

$$(ข) \sqrt{3} \cot 20^\circ = 1 + 4 \cos 20^\circ$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

10. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงที่มากที่สุด โดยที่  $0 < x < 1$  และสอดคล้องกับ

$$\arctan(1-x) + \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{2x}\right) = 2 \operatorname{arcsec} \sqrt{1+2x(1-x)} \text{ แล้ว ค่าของ } \cos \pi x \text{ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้}$$

- |         |        |                  |                         |
|---------|--------|------------------|-------------------------|
| 1. $-1$ | 2. $0$ | 3. $\frac{1}{2}$ | 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
|---------|--------|------------------|-------------------------|

11. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , |x| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{x} & , |x| \geq \frac{1}{2} \end{cases}$  ค่าของ  $f\left(f\left(f\left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right)$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- |         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| 1. $-6$ | 2. $6$ | 3. $-3$ | 4. $3$ |
|---------|--------|---------|--------|

12. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\log_x \left( \frac{2}{x-1} \right) \geq 1$  แล้ว  $A$  เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 + 2x - 3| = 3 - 2x - x^2\}$       2.  $\{x \in \mathbb{R} \mid |2x + 5| > 9\}$   
 3.  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq |x + 3| \leq 5\}$                       4.  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^3 > 3x^2\}$

13. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเมทริกซ์ มีมิติ  $3 \times 3$  โดยที่  $\det(A) = 2$  และ  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & x \\ 0 & -2 & y \end{bmatrix}$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็น

จำนวนจริง ถ้า  $AB + 3A = 2I$  เมื่อ  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีมิติ  $3 \times 3$  แล้ว  $x + y$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0                                      2. -1                                      3. -2                                      4. -2.5



16. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้าด้านตรงข้ามมุม  $A$  ยาว 14 หน่วย ความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 30 หน่วยและ  $3 \sin B = 5 \sin C$  แล้ว  $\sin 2A$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $-\frac{1}{2}$                       2.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       3.  $\frac{1}{2}$                       4.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. กำหนดให้  $9x^2 - 16y^2 - 18x + 64y - 199 = 0$  เป็นสมการของไฮเพอร์โบลา ถ้าพาราโบลารูปหนึ่งมีแกนสมมาตรขนานแกน  $y$  ตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(1, 0)$  และผ่านจุดยอดทั้งสองของไฮเพอร์โบลาที่กำหนดให้ แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนพาราโบลา

1.  $(2, \frac{1}{8})$                       2.  $(-1, \frac{1}{2})$                       3.  $(3, \frac{1}{2})$                       4.  $(4, \frac{1}{4})$

18. กำหนดให้  $\{a_n\}$  เป็นลำดับของจำนวนจริงโดยที่  $a_n = \frac{1}{4+8+12+\dots+4n}$  สำหรับ  $n = 1, 2, 3, \dots$  ผลบวกของอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}$                       2.  $\frac{3}{4}$                       3.  $\frac{3}{2}$                       4. 2





22. ในการโยนลูกเต๋าสองลูกจำนวนหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณของแต้มบนลูกเต๋าทิ้งสอง ทหารด้วย 4 ลงตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1.  $\frac{6}{36}$

2.  $\frac{11}{36}$

3.  $\frac{15}{36}$

4.  $\frac{27}{36}$

23. ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิก 6 คน มีอายุเฉลี่ย 34 ปี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุเท่ากับ 8 ปี อีก 6 ปีต่อมามีญาติสองคนมาขออยู่อาศัยด้วย โดยที่ญาติทั้งสองคนนี้มีอายุเท่ากัน เท่ากับอายุเฉลี่ยของคนทั้ง 6 คนในครอบครัวนี้พอดี สัมประสิทธิ์การแปรผันของอายุของคนทั้ง 8 คนนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1.  $\frac{\sqrt{3}}{10}$

2.  $\frac{10}{\sqrt{3}}$

3.  $\frac{\sqrt{3}}{20}$

4.  $\frac{20}{\sqrt{3}}$

24. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีดังนี้ 2, 4, 3, 5, 12, 5, 18, 6, 4, 2, 9, 4

ข้อใดต่อไปนีถูกต้อง

1. มัธยฐานน้อยกว่าฐานนิยม

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมากกว่ามัธยฐาน

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับมัธยฐาน

4. ฐานนิยมมากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต

25. กำหนดให้  $A = \sqrt{7\sqrt{5}}$ ,  $B = \sqrt{5\sqrt{7}}$ ,  $C = \sqrt[3]{5\sqrt{7}}$  และ  $D = \sqrt[3]{7\sqrt{5}}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1.  $D > C > A > B$
  2.  $A > C > B > D$
  3.  $A > B > D > C$
  4.  $C > A > D > B$

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซตจำกัด โดยที่  $A \cap B \neq \emptyset$   
สับเซตของ  $A$  ที่มีสมาชิก 2 ตัว มีทั้งหมด 10 เซต และสับเซตของ  $B$  ที่มีสมาชิก 2 ตัว มีทั้งหมด 6 เซต  
ถ้า จำนวนสมาชิกของ  $P(P(A \cap B))$  เท่ากับ 16 เมื่อ  $P(S)$  แทน เพาเวอร์เซตของ  $S$   
แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต  $A \cup B$  เท่ากับเท่าใด

27. ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกที่สอดคล้องกับสมการ  $5^{(x-2^A)}2^{y^A} = (16)^{64}$  เมื่อ  $A = \frac{\log y}{\log x}$   
แล้ว ค่าของ  $x + y$  เท่ากับเท่าใด

28. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$

ถ้า  $(1 + \tan^2 x) \cot x = \frac{a}{b}$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$  เท่ากับ 1 แล้ว  $a^2 + b^2$  เท่ากับเท่าใด

29. ให้  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_{\sqrt[3]{3}}(x-1) = 1\}$  และ

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2\}$$

แล้วสามเท่าของผลคูณของสมาชิกในเซต  $A \cup B$  ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด

30. กำหนดให้  $A$  แทนเซตคำตอบของสมการ  $5^{(1+\sqrt{x^2-4x-1})} + 5^{\left(\frac{5+4x-x^2}{2+\sqrt{x^2-4x-1}}\right)} = 126$

ผลบวกของสมาชิกในเซต  $A$  ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด

31. กำหนดให้วงรีมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 0)$  และมีโฟกัส  $F_1$  และ  $F_2$  อยู่บนแกน  $x$  จุด  $A(4, 1)$  เป็นจุดบนวงรีโดยที่ผลบวกระยะทางจากจุด  $A(4, 1)$  ไปยังจุดโฟกัสทั้งสองมีค่าเท่ากับ  $6\sqrt{2}$  ให้เส้นตรง  $L$  ตัดแกน  $x$  ที่จุด  $(4.5, 0)$  และสัมผัสกับวงรีที่จุด  $A(4, 1)$  ถ้า  $d$  เป็นระยะห่างระหว่างจุด  $(0, 0)$  กับเส้นตรง  $L$  แล้ว ค่าของ  $d^2|AF_1||AF_2|$  เท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  โดยที่  $\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x}}\right) - \arctan(\sqrt{x})$  เมื่อ  $0 < x < 1$  ค่าของ  $\tan \theta + \cot \theta$  เท่ากับเท่าใด

33. ให้  $S$  เป็นเซตของจำนวนจริง  $x$  ทั้งหมดที่ทำให้เมทริกซ์  $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 7 \\ x & -1 & 3 \\ 2 & 0 & x \end{bmatrix}$  เป็นเมทริกซ์เอกฐาน และให้  $y$  เท่ากับผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $S$  ถ้า  $A = \begin{bmatrix} y & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix}$  แล้ว ค่าของ  $\det((A^t)^{-1})^{-1}$  เท่ากับเท่าใด

34. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตของจำนวนจริงบวก โดยมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม และ

$$\frac{a_1+a_3}{a_2+a_4} + \frac{a_3+a_5}{a_4+a_6} + \frac{a_5+a_7}{a_6+a_8} + \dots + \frac{a_{2011}+a_{2013}}{a_{2012}+a_{2014}} = 2012$$

ค่าของ  $1 + 5r + 12r^2 + 22r^3 + \dots$  เท่ากับเท่าใด

35. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในควอดรันต์ (quadrant) ที่หนึ่งบนระนาบเชิงซ้อน

โดยที่  $\left| \frac{(z+1)(1+i)}{z(1+i)+5+i} \right| = 1$  และ  $|z| = \sqrt{65}$  แล้วผลบวกของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของ  $z$  เท่ากับเท่าใด

36. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  และ  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$  เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริงบวก

โดยที่  $a_1 = b_2, a_5 = b_5$  และ  $a_1 \neq a_5$  ถ้า  $\frac{(b_6-b_4)+(b_6-b_1)}{a_4-a_2} = \frac{x}{y}$  เมื่อ ห.ร.ม. ของ  $x$  กับ  $y$  เท่ากับ 1 แล้ว  $x^2 + y^2$  เท่ากับเท่าใด

37. สำหรับ  $n = 2, 3, 4, \dots$  ให้  $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_2 a_3 a_4 \dots a_n}{(a_2 - 1)(a_3 - 1)(a_4 - 1) \dots (a_n - 1)}$  เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-8}{2x-\sqrt{4x^2-3x+12}} & , x < 4 \\ \frac{kx}{3} & , x \geq 4 \end{cases}$  โดยที่  $k$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด  $x = 4$  แล้ว  $f(k+1)$  เท่ากับเท่าใด

39. ให้  $f$  เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง โดยที่อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $f(x)$  เทียบกับ  $x$  เท่ากับ  $ax^3 + bx$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และให้  $g(x) = (x^3 + 2x)f(x)$  ถ้า  $f'(1) = 18$ ,  $f''(0) = 6$  และ  $f(2) = f(1) + f(0)$  แล้วค่าของ  $g'(-1)$  เท่ากับเท่าใด

40. กำหนดให้  $f(x)$  เป็นพหุนามกำลังสาม ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง โดยที่มี  $x + 1$  เป็นตัวประกอบของ  $f(x)$   
 $5 + 2i$  เป็นคำตอบของสมการ  $f(x) = 0$  และ  $f(0) = 58$  ค่าของ  $\int_0^2 [f(x) - f(-x)]dx$  เท่ากับเท่าใด

41. ต้องการนำเลขโดด 1, 1, 2, 2, 3, 3 ทั้ง 6 ตัวมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 6 หลัก จะสร้างจำนวนที่มี 6 หลักได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อ เลข 1 ทั้งสองตัวไม่ติดกันและเลข 3 ทั้งสองตัวไม่ติดกัน

42. กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่  $a < 2b$ ,  $b < 5c$ ,  $c < 6d$  และ  $d < 100$   
 ค่าของ  $a$  มีค่ามากที่สุดเท่ากับเท่าใด



43. กำหนดให้  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$  จงหาจำนวน 3 หลัก  $abc$  ที่มีค่ามากที่สุด โดยที่สอดคล้องกับสมการ  $abc = ab + ba + ac + ca + bc + cb$  (หมายเหตุ  $abc$  แทนจำนวน 3 หลัก และ  $ab, ba, ac, ca, bc, cb$  แทนจำนวน 2 หลัก)
44. จังหวัดแห่งหนึ่งมีอำเภอ 6 อำเภอ แต่ละอำเภอส่งผู้แทนอำเภอละ 2 คนเป็นชาย 1 คนและเป็นหญิง 1 คน ถ้าต้องการคัดเลือกกรรมการ 4 คน เป็นชาย 2 คน และหญิง 2 คน จากตัวแทนทั้ง 12 คน โดยในบรรดากรรมการ 4 คนนี้จะต้องเป็นชายและหญิงอย่างน้อย 1 คู่ มาจากอำเภอเดียวกัน จะมีวิธีการคัดเลือกกี่วิธี
45. กำหนดให้  $\vec{a}, \vec{b}$  และ  $\vec{c}$  เป็นเวกเตอร์บนระนาบซึ่งกำหนดโดย  $\vec{a} = x\vec{i} + \frac{12}{5}\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} + y\vec{j}$  และ  $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j}$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $|\vec{b} - \vec{c}| = 5$ , เวกเตอร์  $\vec{a}$  ตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\vec{b}$  และ  $\vec{a} \cdot \vec{c} > 0$  แล้วค่าของ  $|5\vec{a} + \vec{b}|^2$  เท่ากับเท่าใด

46. ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ นาย ก. และนาย ข. เป็นนักเรียนในห้องนี้ ถ้ามีนักเรียนในห้องนี้ ร้อยละ 9.48 สอบได้คะแนนมากกว่าคะแนนสอบของ นาย ก. มีนักเรียนร้อยละ 10.64 สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนสอบของ นาย ข. และ นาย ข. สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนสอบของนาย ก. อยู่ 51 คะแนน แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด
- เมื่อกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง  $0$  ถึง  $z$  ดังตารางต่อไปนี้

$z$	0.24	0.27	1.24	1.31
พื้นที่	0.0948	0.1064	0.3936	0.4052

47. จากการสำรวจคะแนนสอบของนักเรียน 6 คน ที่มีคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ ( $x_i$ ) และคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ( $y_i$ ) ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์เท่ากับ 9 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 6 คะแนน และ  $\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 428$ ,  $\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 694$  และ  $\sum_{i=1}^6 y_i^2 = 268$
- ถ้าคะแนนสอบวิชาทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง และนักเรียนคนหนึ่งที่มีคะแนนวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 7.5 คะแนน แล้วคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ โดยประมาณควรจะมีค่าเท่ากับเท่าใด

48. สำหรับ  $x, y \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  กำหนดให้  $F(x, y)$  เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่

$$F(x, y) = \begin{cases} F(1, y-1) & , x = 0, y \neq 0 \\ x + 1 & , y = 0 \\ F(F(x-1, y), y-1) & , x \neq 0, y \neq 0 \end{cases}$$

ค่าของ  $F(1, 2) + F(3, 1)$  เท่ากับเท่าใด

49. สำหรับ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ กำหนดให้  $x * y$  เป็นจำนวนจริงบวก ที่มีสมบัติต่อไปนี้

(1)  $x * (xy) = (x * x)y$

(2)  $x * (1 * x) = 1 * x$

(3)  $1 * 1 = 1$

ค่าของ  $2 * (5 * (5 * 6))$  เท่ากับเท่าใด

50. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $f : R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน ซึ่งสอดคล้องกับ

$$(f \circ f)(x) = 4 + x(4 - f(x)) \text{ สำหรับทุกจำนวนจริง } x \text{ แล้วค่าของ } f(4) \text{ เท่ากับเท่าใด}$$

## เฉลย

1. 2	11. 2	21. 1	31. 162	41. 42
2. 1	12. 3	22. 3	32. 2	42. 5927
3. 2	13. 4	23. 1	33. 2	43. 396
4. 3	14. 2	24. 2	34. 16	44. 135
5. 4	15. 4	25. 3	35. 11	45. 200
6. 3	16. 2	26. 7	36. 205	46. 20
7. 1	17. 4	27. 20	37. 3	47. 12
8. 4	18. 1	28. 373	38. 24	48. 10
9. 1	19. 4	29. 5	39. 354	49. 6
10. 3	20. 2	30. 4	40. 168	50. 4

## แนวคิด

1. 2

$P$  เป็นเท็จ เช่น  $C = \{1\}$ ,  $A = \{1\}$ ,  $B = \{\}$  และ  $Q$  ก็เป็นเท็จ เช่น  $C = \{1, 2\}$ ,  $A = \{1\}$ ,  $B = \{2\}$   
จะได้ (ก) คือ  $[(F) \wedge T] \Leftrightarrow F \equiv T$  ถูกต้อง และ (ข) คือ  $(T) \Rightarrow (T) \equiv T$  ผิด

2. 1

ก. เนื่องจาก  $A \cap B \subset A \cup B \cup C$  ดังนั้น  $(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cap B$   
ดังนั้น  $A - [(A \cap B) \cap (A \cup B \cup C)] = A - (A \cap B) = A - B \rightarrow$  ก. ถูก  
ข.  $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap B' \cap C' = (A - B) - C \rightarrow$  ข. ถูก

3. 2

เป็นเท็จ เมื่อ  $T \rightarrow F$ ข้างหน้า จะได้  $2x + 1 > x - 1$  หรือ  $2x + 1 < -(x - 1)$  หรือ  $x - 1 \leq 0$ ได้  $(-2, \infty) \cup (-\infty, 0) \cup (-\infty, 1] = \mathbb{R}$  ดังนั้น  $\forall x[|2x + 1| > x - 1]$  ยังไงก็จริงข้างหลัง ยกกำลังสองได้ (เพราะเป็นบวกทั้งสองข้าง) ได้  $\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2 < 2^2$  ตัวหารห้ามเป็น 0  $\rightarrow x \neq -2$ คูณ  $(x + 2)^2$  ตลอดได้ (เป็นบวก ไม่ต้องกลับเครื่องหมาย) แล้วย้ายข้างได้  $(x - 2)^2 - (2x + 4)^2 < 0$   
 $\rightarrow (3x + 2)(-x - 6) < 0$  ได้คำตอบคือ  $(-\infty, -6) \cup (-\frac{2}{3}, \infty)$ ดังนั้น เอกภพสัมพัทธ์ที่จะทำให้ข้างหลังเป็นเท็จ ต้องไม่มีส่วนไหนอยู่ในช่วง  $(-\infty, -6) \cup (-\frac{2}{3}, \infty) \rightarrow$  ตอบ 2

4. 3

 $A$  แบ่งกรณี กรณี  $(-\infty, 0)$  ได้  $-3x \leq 2 \rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \rightarrow [-\frac{2}{3}, 0)$ กรณี  $[0, \frac{5}{2})$  ได้  $-x \leq 2 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow [0, \frac{5}{2})$ กรณี  $[\frac{5}{2}, \infty)$  ได้  $3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4 \rightarrow [\frac{5}{2}, 4]$  รวมทุกกรณีได้  $A = [-\frac{2}{3}, 4]$  $B$  แบ่งกรณี กรณี  $(-\infty, 0)$  ได้  $x^2 + x - 12 < 0 \rightarrow (x + 4)(x - 3) < 0 \rightarrow x \in (-4, 3) \rightarrow (-4, 0)$ กรณี  $[0, \infty)$  ได้  $x^2 - x - 12 < 0 \rightarrow (x - 4)(x + 3) < 0 \rightarrow x \in (-3, 4) \rightarrow [0, 4)$ รวมทุกกรณีได้  $B = (-4, 4)$  $A \cap B = [-\frac{2}{3}, 4) \rightarrow$  ก ผิด,  $A - B = \{4\} \rightarrow$  ข ถูก

5. 4

หา  $D_r$  : เนื่องจาก ผลรูท  $\geq 0$  ดังนั้น  $\sqrt{12 - |x|} = 3 - \sqrt{y + 1} \leq 3$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง และเนื่องจาก ในรูท  $\geq 0$  จะได้  $0 \leq 12 - |x| \leq 9$

ลบ 12 แล้วคูณ  $-1$  ได้  $3 \leq |x| \leq 12$  จะได้  $D_r = [-12, -3] \cup [3, 12]$

หา  $R_r$  : ทำแบบเดียวกัน จะได้  $\sqrt{y + 1} = 3 - \sqrt{12 - |x|} \leq 3$

และจะได้  $0 \leq y + 1 \leq 9$  จะได้  $R_r = [-1, 8]$

$D_r \cap R_r = [3, 8]$  มี 8 ดังนั้น ก ผิด ,  $D_r - R_r = [-12, -3] \cup (8, 12]$  มีเลขลบด้วย ดังนั้น ข ผิด

6. 3

ก.  $n(A \cap B) = 4 + 5 - 7 = 2 \rightarrow$  มี  $2^{2 \times 2} = 16 \rightarrow$  ก ผิด

ข.  $n(A - B) = 4 - 2 = 2$  ,  $n(B - A) = 5 - 2 = 3 \rightarrow$  มี  $2^{2 \times 3} = 64 \rightarrow$  ข ถูก

7. 1

ก. เป็นวงกลมที่เอียงเฉพาะเส้นภายใน  $Q_1$  กับ  $Q_3$  ลากแนวตั้งตัดไม่เกิน 1 จุด  $\rightarrow$  ก. ถูก

ข. หา  $f^{-1}(25)$  ให้  $x - 2 = 25$  ได้  $x = 27$  ซัดกับเงื่อนไข  $x \leq 0$

ให้  $x^2 = 25$  ได้  $x = \pm 5$  ถ้าจะให้ตรงกับเงื่อนไข  $x > 0$  จะได้  $x = 5$  ดังนั้น  $f^{-1}(25) = 5$

หา  $g(5)$  ให้  $3x - 1 = 5$  ได้  $x = 2$  แทนใน  $2x^2 + 3x$  จะได้ 14  $\rightarrow$  ข. ถูก

8. 4

พาราโบลาคือ  $(y - 1)^2 = -6\left(x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow F = \left(-\frac{1}{2} - \frac{6}{4}, 1\right) = (-2, 1)$

ลองเอา  $(-2, 1)$  แทน จะได้  $28 + 7 \pm (-8) \pm 82 \pm 55 = 0$  ต้องเป็น  $28 + 7 + (-8) - 82 + 55 \rightarrow$  ข้อ 4

ถ้าไม่เช็คตัวเลือก ให้วงกลมมี ศก ที่  $(a, b)$  ดังนั้น  $(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = (a - 4)^2 + (b - 3)^2$

$\rightarrow a^2 + 4a + 4 + b^2 - 2b + 1 = a^2 - 8a + 16 + b^2 - 6b + 9$

$\rightarrow 12a + 4b = 20 \rightarrow 3a + b = 5 \dots(1)$

และจากความชัน จะได้  $\frac{b-3}{a-4} = -\frac{2}{3} \rightarrow 3b - 9 = -2a + 8 \rightarrow 2a + 3b = 17 \dots(2)$

$3(1) - (2) : 7a = -2 \rightarrow a = -\frac{2}{7} \rightarrow b = \frac{41}{7}$  ได้  $r^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + \left(\frac{34}{7}\right)^2$

ได้สมการวงกลมคือ  $\left(x + \frac{2}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{41}{7}\right)^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + \left(\frac{34}{7}\right)^2$

จัดรูปได้  $x^2 + y^2 + \frac{4x}{7} - \frac{82y}{7} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{41}{7}\right)^2 - \left(\frac{12}{7}\right)^2 - \left(\frac{34}{7}\right)^2 = 0$

$\rightarrow 7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y - \left(\frac{14 \cdot 10}{7}\right) + \left(\frac{75 \cdot 7}{7}\right) = 0$

$\rightarrow 7x^2 + 7y^2 + 4x - 82y + 55 = 0$

9. 1

ก)  $\frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} \cdot \frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ} = \frac{\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ - 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ} = \frac{1 - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sec 20^\circ - \tan 20^\circ \rightarrow$  ถูก

ข)  $\sqrt{3} \cot 20^\circ = \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ\right)}{\sin 20^\circ}$

$= \frac{2(\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{2(\sin 40^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = \frac{2(2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ + \frac{1}{2} \sin 20^\circ)}{\sin 20^\circ}$

$$= \frac{4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4 \cos 20^\circ + 1 \rightarrow \text{ถูก}$$

10. 3

$$\text{ใส่ tan ตลอด ได้ } \frac{1-x+2x}{1-(1-x)(2x)} = \frac{2\sqrt{2x(1-x)}}{1-2x(1-x)} \rightarrow 1+x = 2\sqrt{2x(1-x)} \rightarrow 1+2x+x^2 = 8x-8x^2$$

$$\rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow (3x-1)^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

11. 2

$$\left| -\frac{1}{3} \right| < \frac{1}{2} \text{ ดังนั้น } f\left(f\left(f\left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right) = f(f(-3))$$

$$|-3| \geq \frac{1}{2} \text{ ดังนั้น } f(f(-3)) = f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-3}\right) = f\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\left| \frac{1}{6} \right| < \frac{1}{2} \text{ ดังนั้น } f\left(\frac{1}{6}\right) = 6$$

12. 3

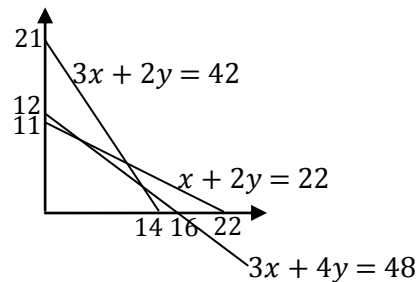
หลัง log เป็นลบไม่ได้ ดังนั้น  $x > 1$  จะได้  $\frac{2}{x-1} \geq x$   
 คูณ  $x-1$  ทั้งสองข้างได้ ไม่ต้องกลับเครื่องหมาย เพราะ  $x > 1$  ทำให้  $x-1$  เป็นบวก  $\rightarrow 2 \geq x^2 - x$   
 $\rightarrow 0 \geq (x-2)(x+1) \rightarrow x \in [-1, 2] \rightarrow$  แต่  $x > 1$  ดังนั้น คำตอบคือ  $(1, 2]$   
 ลองเอา  $x = 2$  แทนดู ข้อ 1. ได้ฝั่งขวาติดลบ ไม่จริงแน่นอน ข้อ 2. ได้  $9 > 9$  ไม่จริง ข้อ 3. ได้  $0 \leq 5 \leq 5$  จริง  
 ข้อ 4. ได้  $8 > 12$  ไม่จริง  $\rightarrow$  ตอบข้อ 3  
 หมายเหตุ ถ้าจะแก้ ข้อ 1. อยู่ในรูป  $|A| = -A$  จะได้  $A \leq 0$  ดังนั้น  $x^2 + 2x - 3 \leq 0$   
 แยกได้  $(x+3)(x-1) \rightarrow [-3, 1]$

13. 4

$$\text{ได้ } A(B+3I) = 2I \rightarrow 2 \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & x \\ 0 & -2 & y+3 \end{vmatrix} = 2^3 \rightarrow (2)(8y+24+8x) = 8 \rightarrow x+y = -2.5$$

14. 2

จุดตัดอยู่ใกล้กัน ต้องหาทุกจุดตัด ไม่งั้นรูปจะไม่ถูก  
 $3x + 4y = 48$  กับ  $x + 2y = 22$  ตัดกันที่  $(4, 9)$   
 $x + 2y = 22$  กับ  $3x + 2y = 42$  ตัดกันที่  $(10, 6)$   
 $3x + 4y = 48$  กับ  $3x + 2y = 42$  ตัดกันที่  $(12, 3)$   
 จุดมุม คือ  $(0, 0), (0, 11), (4, 9), (12, 3), (14, 0)$



$$\text{ได้ } P = 0, 11a + 66, 13a + 54, 15a + 18, 14a$$

จับแต่ละตัว = 288 แล้วแก้หา  $a$  ได้  $a = 18$  จาก  $13a + 54$  กับ  $a = 18$  จาก  $15a + 18$

ลองแทน  $a = 18$  จะได้ 288 มากสุดในบรรดา  $11a + 66, 13a + 54, 15a + 18, 14a$

15. 4

ก. ตั้งฉาก = ดอกทศกันได้  $0 \rightarrow a + 2b + c = 0$  และ  $a - b + c = 0$  จับลบกันได้  $b = 0$   
 แทนกลับไป ได้  $a + c = 0$  ดังนั้น  $a + b + c = 0 \rightarrow$  ก ผิด

$$\text{ข. } 3 = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{5}\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)} = 1 \rightarrow \theta = 0 \rightarrow \text{ข ผิด}$$

16. 2

จากกฎของ sin ได้  $\frac{14}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{16-b}{\sin C}$  และจากที่โจทย์ให้ จะได้  $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$  ได้  $\frac{b}{16-b} = \frac{5}{3} \rightarrow 3b = 80 - 5b$   
 $\rightarrow b = 10, c = 6 \rightarrow$  กฎของ cos ได้  $14^2 = 10^2 + 6^2 - 2(10)(6) \cos A \rightarrow \cos A = -\frac{1}{2}$   
 มุมในสามเหลี่ยม มี  $0^\circ < A < 180^\circ$  ได้  $A = 120^\circ \rightarrow \sin 2A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. 4

จัดรูปได้  $9(x-1)^2 - 16(y-2)^2 = 199 + 9 - 64 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{4^2} - \frac{(y-2)^2}{3^2} = 1 \rightarrow V = (-3, 2), (5, 2)$   
 ผ่าน  $(-3, 2), (5, 2)$  แสดงว่าจุดยอด คือ  $(1, ?)$  โฟกัสบอกผ่าน  $(1, 0)$  แสดงว่าจุดยอดคือ  $(1, 0)$   
 ได้สมการคือ  $(x-1)^2 = 4cy \rightarrow$  แทน  $(5, 2)$  ได้  $c = 2 \rightarrow (x-1)^2 = 8y \rightarrow$  ข้อ 4 แทนแล้วไม่จริง

18. 1

$$a_n = \frac{1}{4 \frac{n(n+1)}{2}} = \frac{1}{2n(n+1)} \rightarrow \text{เทเลสโคป ได้ } a_n = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \rightarrow \text{ได้ผลบวก} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} \right) = \frac{1}{2}$$

19. 4

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x(x-1)}-x)(\sqrt{x(x-1)}+x)}{\sqrt{x(x-1)}+x} + 2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{\sqrt{x(x-1)}+x} + 2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x}}+1} + 2 = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$$

20. 2

$y = 3x - 2x^{-3} \rightarrow y' = 3 + 6x^{-4} \rightarrow$  ที่  $(1, 1)$  ชัน 9  $\rightarrow$  ผ่าน  $(1, 1)$  ได้  $L: y = 9x - 8$   
 แก้หาจุดตัด  $x^2 - x = 9x - 8 - 1 \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow x = 9, 1 \rightarrow (9, 73), (1, 1)$   
 ได้ระยะห่าง  $= \sqrt{8^2 + 72^2} = 8\sqrt{1+9^2} = 8\sqrt{82}$

21. 1

จากแผนภาพ จะได้  $P(A) + P(B-A) + P(A' \cap B') = 1 \rightarrow P(B-A) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$   
 จาก  $P(B') = \frac{5}{8}$  ได้  $P(B) = \frac{3}{8}$  ได้  $P(A \cap B) = P(B) - P(B-A) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$   
 และได้  $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$   
 ดังนั้น  $P(A' \cup B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} \rightarrow$  ก ถูก และ  $P(A \cup B') = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow$  ข ถูก

22. 3

กรณีลูกแรกออก 1, 3, 5  $\rightarrow$  ลูกหลังต้องออก 4  $\rightarrow$  3 แบบ  
 กรณีลูกแรกออก 2, 6  $\rightarrow$  ลูกหลังต้องออก 2, 4, 6  $\rightarrow$  6 แบบ  
 กรณีลูกแรกออก 4  $\rightarrow$  ลูกหลังออกอะไรก็ได้  $\rightarrow$  6 แบบ  $\rightarrow$  รวม 15 แบบ

23. 1

6 ปีต่อมา ทั้ง 6 คน อายุเฉลี่ยเพิ่มเป็น 40 ปี แต่  $s$  เท่าเดิม = 8

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{\frac{\sum(x_i-40)^2}{6}} = 8 \text{ จะได้ } \sum(x_i-40)^2 = 8^2 \cdot 6$$

เนื่องจากอีก 2 คนใหม่ที่เพิ่มมา มีอายุ  $= \bar{x} = 40$  ดังนั้น  $\sum(x_i-40)^2$  ของทั้ง 8 คน จะยังเท่าเดิม  $= 8^2 \cdot 6$

$$\text{ดังนั้น } s \text{ ของทั้ง 8 คน คือ } = \sqrt{\frac{8^2 \cdot 6}{8}} = \sqrt{8 \cdot 6} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{ดังนั้น สัมประสิทธิ์การแปรผัน } = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

24. 2

เรียงได้ 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 9, 12, 18  $\rightarrow$  Mode = 4, Med = 4.5,  $\bar{x} = \frac{74}{12} = 6.17$

25. 3

ยกกำลัง 6 ตลอด ได้  $7^3 \cdot 5, 5^3 \cdot 7, 5^2 \cdot 7, 7^2 \cdot 5$  เอา  $5 \cdot 7$  หารตลอด เหลือ  $7^2, 5^2, 5, 7$

26. 7

แก้มการ  $\binom{a}{2} = 10$  ได้  $n(A) = 5$  กับ  $\binom{b}{2} = 6$  ได้  $n(B) = 4$

ย่อนสูตร  $2^n$  สองเที่ยว จะได้  $A \cap B$  มี 2 ตัว ดังนั้น  $n(A \cup B) = 5 + 4 - 2 = 7$

27. 20

ข้อนี้ ถ้าจะคิดจริงๆ มีได้หลายคำตอบตอบ คนออกข้อสอบ น่าจะอยากให้เราทำ โดยการเทียบเลขชี้กำลัง

เนื่องจากทางขวา  $16^{64} = 2^{256} = 5^0 2^{256}$  ดังนั้น  $x - 2^A = 0$  และ  $y^A = 256$  (ปกติทำแบบนี้ไม่ได้นะ --)

จาก  $x - 2^A = 0$  จะได้  $x = 2^A$  ยกกำลัง  $A$  ทั้งสองข้าง ได้  $x^A = 2^{4^2} \dots(1)$

จาก  $A = \frac{\log y}{\log x} = \log_x y$  ดังนั้น  $y = x^A$  แทนใน (1) ได้  $y = 2^{4^2}$  ยกกำลัง  $A$  อีก ได้  $y^A = 2^{4^3}$

แต่  $y^A = 256$  ดังนั้น  $256 = 2^{4^3}$  ได้  $A^3 = 8$  ได้  $A = 2$

แทน  $A = 2$  ใน  $x - 2^A = 0$  และ  $y^A = 256$  ได้  $x = 4, y = 16$  ดังนั้น คำตอบ  $x + y$  คือ 20

(แต่จริงๆ ข้อนี้มีคำตอบอื่นอีก เช่น  $x = 78.46162, y = 78.46162$ )

28. 373

$$(1 + \tan^2 x) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

เอาสมการ  $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$  มายกกำลังสองสองข้าง จะได้  $1 + 2 \sin x \cos x = \frac{16}{9}$  จะได้  $\frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{18}{7}$

จะได้  $a^2 + b^2 = 18^2 + 7^2 = 373$

29. 5

$$A: \frac{(x-1)^2}{(x-1)^3} = 3 \rightarrow x = \frac{4}{3}, \quad B: x + 1 = 4 + x - 1 - 4\sqrt{x-1} \rightarrow x = \frac{5}{4} \rightarrow \text{ตอบ } 5$$



30. 4

ให้  $\sqrt{x^2 - 4x - 1} = k \rightarrow 5^{1+k} + 5^{\frac{4-k^2}{2+k}} = 126 \rightarrow 5^{1+k} + 5^{2-k} = 126 \rightarrow$  คูณ  $5^k$  ตลอด  
 ได้  $5(5^{2k}) - 126(5^k) + 25 = 0 \rightarrow (5(5^k) - 1)(5^k - 25) = 0 \rightarrow k = -1, 2$  แต่  $k$  เป็นรูท  $\geq 0$   
 ได้  $\sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2 \rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x = -1, 5 \rightarrow$  ตอบ 4

31. 162

ได้แกนเอก  $= 6\sqrt{2} \rightarrow a = 3\sqrt{2} \rightarrow$  ผ่าน  $(4, 1)$  แสดงว่า  $\frac{4^2}{(3\sqrt{2})^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \rightarrow b = 3$   
 L ชั้น  $\frac{1-0}{4-4.5} = -2$  ผ่านจุด  $(4, 1)$  ได้  $y = -2x + 9 \rightarrow 2x + y - 9 = 0 \rightarrow d = \frac{|2(0)+0-9|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$   
 วงรี มี  $c = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 3^2} = 3 \rightarrow$  โฟกัส  $(3, 0), (-3, 0) \rightarrow |AF_1||AF_2| = (\sqrt{2})(\sqrt{50}) = 10$   
 ได้  $d^2|AF_1||AF_2| = \left(\frac{9}{\sqrt{5}}\right)^2 10 = 162$

32. 2

ใส่  $\tan$  ตลอด ได้  $\tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x}} - \sqrt{x}}{1 + \left(\frac{\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x}}\right)(\sqrt{x})} = \frac{\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}+x}{1-\sqrt{x}}}{\frac{1-\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}} = \frac{1+x}{1+x} = 1$  และ  $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 1$   
 ดังนั้น  $\tan \theta + \cot \theta = 1 + 1 = 2$

33. 2

จะได้  $-4x - 12 + 14 + 2x^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 1$   
 ดังนั้น  $\det(((A^t)^{-1})^t)^{-1} = \det A = 1 + 1 = 2$

34. 16

ตั้ง  $r$  ออกจากตัวส่วน ได้  $\frac{a_1+a_3}{r(a_1+a_3)} + \frac{a_3+a_5}{r(a_3+a_5)} + \frac{a_5+a_7}{r(a_5+a_7)} + \dots + \frac{a_{2011}+a_{2013}}{r(a_{2011}+a_{2013})} = 2012$   
 ฝั่งซ้ายได้  $\frac{1}{r}$  บวกกัน  $= \frac{2011-1}{2} + 1 = 1006$  ตัว  $\rightarrow r = \frac{1006}{2012} = \frac{1}{2}$   
 ให้  $x = 1 + \frac{5}{2} + \frac{12}{2^2} + \frac{22}{2^3} + \dots$  (1)  $\rightarrow$  ทหาร 2 จะได้  $\frac{x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2^2} + \frac{12}{2^3} + \frac{22}{2^4} + \dots$  (2)  
 (1) - (2):  $\frac{x}{2} = 1 + \frac{4}{2} + \frac{7}{2^2} + \frac{10}{2^3} + \dots$  (3)  $\rightarrow$  ทหาร 2 จะได้  $\frac{x}{4} = \frac{1}{2} + \frac{4}{2^2} + \frac{7}{2^3} + \frac{10}{2^4} + \dots$  (4)  
 (3) - (4):  $\frac{x}{4} = 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots = 1 + \frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 4 \rightarrow x = 16$

35. 11

$\left| \frac{(z+1)(1+i)}{z(1+i)+5+i} \right| = \left| \frac{z+1}{z+\frac{5+i}{1+i}} \right| = \left| \frac{z+1}{z+\frac{(5+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}} \right| = \left| \frac{z+1}{z+\frac{6-4i}{2}} \right| = \left| \frac{z+1}{z+3-2i} \right| = \frac{\sqrt{(a+1)^2+b^2}}{\sqrt{(a+3)^2+(b-2)^2}} = 1$   
 $\rightarrow (a+1)^2 + b^2 = (a+3)^2 + (b-2)^2 \rightarrow 2a+1 = 6a+9-4b+4 \rightarrow b = a+3$   
 จาก  $|z| = \sqrt{65}$  จะได้  $a^2 + (a+3)^2 = 65 \rightarrow a^2 + 3a - 28 = 0 \rightarrow (a+7)(a-4) = 0$   
 $z$  อยู่  $Q_1$  ได้  $a = 4, b = 7 \rightarrow$  ตอบ  $4 + 7 = 11$

36. 205

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_5 - a_1 &= b_5 - b_2 \rightarrow 4d_a = 3d_b \rightarrow \frac{d_b}{d_a} = \frac{4}{3} \\ \frac{(b_6 - b_4) + (b_6 - b_1)}{a_4 - a_2} &= \frac{2d_b + 5d_b}{2d_a} = \frac{7d_b}{2d_a} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{14}{3} \rightarrow 14^2 + 3^2 = 205 \end{aligned}$$

37. 3

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_n &= \frac{n(n+1)}{2} \text{ ดังนั้น } \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{(n+1)-1}{2}} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n^2+n-2}{2}} = \frac{n(n+1)}{(n+2)(n-1)} \\ \text{ดังนั้น } \frac{a_2 a_3 a_4 \dots a_n}{(a_2-1)(a_3-1)(a_4-1)\dots(a_n-1)} &= \frac{a_2}{a_2-1} \cdot \frac{a_3}{a_3-1} \cdot \frac{a_4}{a_4-1} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{a_n-1} \\ &= \frac{(2)(3)}{(4)(1)} \cdot \frac{(3)(4)}{(5)(2)} \cdot \frac{(4)(5)}{(6)(3)} \cdot \frac{(5)(6)}{(7)(4)} \cdot \dots \cdot \frac{n(n+1)}{(n+2)(n-1)} \text{ จะตัดกันได้ เหลือ } \frac{3}{1} \cdot \frac{n}{n+2} \\ \text{ดังนั้น } \text{ลิมิตของลำดับ} &= 3 \end{aligned}$$

38. 24

$$\begin{aligned} \frac{2x-8}{2x-\sqrt{4x^2-3x+12}} \cdot \frac{2x+\sqrt{4x^2-3x+12}}{2x+\sqrt{4x^2-3x+12}} &= \frac{(2x-8)(2x+\sqrt{4x^2-3x+12})}{4x^2-4x^2+3x-12} = \frac{2(2x+\sqrt{4x^2-3x+12})}{3} \\ \text{ดังนั้น } \frac{2(2(4)+\sqrt{4(4)^2-3(4)+12})}{3} &= k \cdot \frac{4}{3} \rightarrow k = 8 \rightarrow f(8+1) = \frac{8(9)}{3} = 24 \end{aligned}$$

39. 354

$$\begin{aligned} f'(x) &= ax^3 + bx, f''(x) = 3ax^2 + b \text{ จาก } f''(0) = 6 \text{ จะได้ } b = 6 \\ \text{จาก } f'(1) &= 18 \text{ จะได้ } a + 6 = 18 \rightarrow a = 12 \rightarrow f(x) = 3x^4 + 3x^2 + c \\ \text{จาก } f(2) &= f(1) + f(0) \text{ จะได้ } 48 + 12 + c = 3 + 3 + c + c \rightarrow c = 54 \\ g'(x) &= (x^3 + 2x)(12x^3 + 6x) + (3x^2 + 2)(3x^4 + 3x^2 + 54) \\ \text{จะได้ } g'(-1) &= (-1 - 2)(-12 - 6) + (3 + 2)(3 + 3 + 54) = 354 \end{aligned}$$

40. 168

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 5 - 2i \text{ เป็นคำตอบด้วย } \rightarrow f(x) &= k(x+1)(x-(5+2i))(x-(5-2i)) \\ &= k(x+1)(x^2 - 10x + 29) \text{ จาก } f(0) = 58 \text{ จะได้ } k(0+1)(0-0+29) = 58 \rightarrow k = 2 \\ \text{ดังนั้น } f(x) &= 2(x+1)(x^2 - 10x + 29) = 2x^3 - 18x^2 + 38x + 58 \\ \text{จะได้ } f(-x) &= -2x^3 - 18x^2 - 38x + 58 \text{ ดังนั้น } f(x) - f(-x) = 4x^3 + 76x \\ \text{อินทิเกรตได้ } x^4 + 38x^2 &\rightarrow \text{ตอบ } (2^4 + 38(2^2)) - (0 + 0) = 168 \end{aligned}$$

41. 42

$$\begin{aligned} &= \text{แบบทั้งหมด} - \text{แบบที่ 1 ติดกัน} - \text{แบบที่ 3 ติดกัน} + \text{แบบที่ 1 ติดกันและ 3 ติดกัน} \\ &= \frac{6!}{2!2!2!} - \frac{5!}{2!2!} - \frac{5!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} = 90 - 30 - 30 + 12 = 42 \text{ แบบ} \end{aligned}$$

42. 5927

$$d \text{ มากสุด } 99 \rightarrow c < 594 \rightarrow c \text{ มากสุด } 593 \rightarrow b < 2965 \rightarrow b \text{ มากสุด } 2964 \rightarrow a < 5928$$

43. 396

$$100a + 10b + c = 10a + b + 10b + a + 10a + c + 10c + a + 10b + c + 10c + b$$

$$78a = 12b + 21c \rightarrow 26a = 4b + 7c \leq 36 + 63 = 99 \rightarrow a \leq 3$$

$a = 3$  ได้  $4b + 7c = 78$  ไล่แทน  $b = 9$  ลงมา จนกว่าจะเจอที่หารด้วย 7 ลงตัว ได้  $b = 9, c = 6$

44. 135

= แบบทั้งหมด - แบบที่ไม่มีคู่ไหนมาจากอำเภอเดียวกัน

$$= \binom{6}{2}\binom{6}{2} - \binom{6}{2}\binom{4}{2} = 225 - 90 = 135$$

45. 200

$$|\bar{b} - \bar{c}| = \sqrt{4^2 + (y-1)^2} = 5 \rightarrow y = 4, -2 \text{ และจาก } \bar{a} \perp \bar{b} \text{ จะได้ } 6x + \frac{12y}{5} = 0 \rightarrow x = -\frac{8}{5}, \frac{4}{5}$$

$$\text{แต่ } \bar{a} \cdot \bar{c} > 0 \text{ จะได้ } 2x + \frac{12}{5} > 0 \rightarrow x > -\frac{6}{5} \rightarrow \text{เหลือ } x = \frac{4}{5} \text{ และ } y = -2$$

$$5\bar{a} + \bar{b} = (4\bar{i} + 12\bar{j}) + (6\bar{i} - 2\bar{j}) = 10\bar{i} + 10\bar{j} \rightarrow |5\bar{a} + \bar{b}|^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

46. 20

$$\text{จะได้พื้นที่ของนาย ก. คือ } 0.5 - 0.0948 = 0.4052 \rightarrow z_n = 1.31$$

$$\text{จะได้พื้นที่ของนาย ข. คือ } -(0.5 - 0.1064) = -0.3937 \rightarrow z_n = -1.24$$

$$z_n - z_n = 1.31 - (-1.24) = 2.55 = \frac{x_n - x_n}{s} = \frac{51}{s} \rightarrow s = \frac{51}{2.55} = 20$$

47. 12

ทำนาย ฟิสิกส์ ( $x_i$ ) จาก คณิตศาสตร์ ( $y_i$ ) ต้องใช้  $\hat{X} = a + bY$

$$\text{จะได้ } \sum x_i = 54 \text{ และ } \sum y_i = 36 \text{ จะได้ระบบสมการคือ } 54 = 6a + 36b \text{ และ } 428 = 36a + 268b$$

$$\text{ตัดเป็นอย่างต่ำ ได้ } 9 = a + 6b \text{ และ } 107 = 9a + 67b \text{ แทน } a \text{ จากสมการแรก ได้ } 107 = 9(9 - 6b) + 67b$$

$$\rightarrow 26 = 13b \rightarrow b = 2, a = -3 \rightarrow \text{ตอบ } -3 + 2(7.5) = 12$$

48. 10

ค่อยๆ หาไล่จาก  $y$  น้อยๆ เริ่มจากกลุ่ม  $y = 0$  ใช้เงื่อนไขที่สอง

$$F(0,0) = 1, F(1,0) = 2, F(2,0) = 3, F(3,0) = 4, F(4,0) = 5$$

$$\text{พวก } y = 1: F(0,1) = F(1,0) = 2$$

$$F(1,1) = F(F(0,1), 0) = F(2, 0) = 3$$

$$F(2,1) = F(F(1,1), 0) = F(3, 0) = 4$$

$$F(3,1) = F(F(2,1), 0) = F(4, 0) = 5$$

$$\text{พวก } y = 2: F(0,2) = F(1,1) = 3$$

$$F(1,2) = F(F(0,2), 1) = F(3,1) = 5$$

$$\text{ดังนั้น } F(1, 2) + F(3, 1) = 5 + 5 = 10$$

49. 6

จาก (1) แทน  $x = 1$  จะได้  $1 * y = (1 * 1)y = y$  เปลี่ยนชื่อ  $y$  เป็น  $x$  ได้  $1 * x = x$

แทน  $1 * x = x$  ในข้อ (2) ได้เป็น  $x * x = x$

แทน  $x * x = x$  ในข้อ (1) ได้เป็น  $x * (xy) = xy$

ถ้าจะหา  $5 * 6$  ก็แทน  $x = 5$ ,  $y = \frac{6}{5}$  จะได้  $5 * 6 = 5 * \left(5 \cdot \frac{6}{5}\right) = 5 \cdot \frac{6}{5} = 6$

จะเห็นว่า เครื่องหมาย  $*$  คือให้ตอบตัวหลังนั่นเอง ดังนั้น  $2 * (5 * (5 * 6)) = 6$

50. 4

จะได้  $f(f(x)) = 4 + x(4 - f(x)) \dots(1)$

แทน  $x$  ด้วย 0 จะได้  $f(f(0)) = 4 + 0(4 - f(0)) = 4 \dots(2)$

จาก (2) ใส่  $f$  ทั้งสองข้าง ได้  $f(f(f(0))) = f(4) \dots(3)$

แทน  $x$  ใน (1) ด้วย  $f(0)$  จะได้  $f(f(f(0))) = 4 + f(0)(4 - f(f(0))) \dots(4)$

แต่จาก (2) จะได้  $f(f(0)) = 4$  ดังนั้น  $f(f(f(0))) = 4 + f(0)(4 - 4) = 4 \dots(5)$

จาก (3) และ (5) จะได้  $f(4) = 4$

#### เครดิต

ขอบคุณ คุณ สนธยา เสนามนตรี , คุณ ณัฐสรณ์ เส็งเฮ้า , คุณ Quest Internal , คุณ Ntt Dks และ อีกคนหนึ่งที่มาโพสที่ข้อสอบบนวอลดผม (เค้าบอกผมว่าถ้าผมโหดเสริ้จให้ลบทิ้ง ผมจำชื่อเค้าไม่ได้ เพราะผมลบโพสเค้าไปแล้ว = ="

ขอโทษนะครับ \_/\\_ ) ขอบคุณ คุณ Kue Kung สำหรับข้อสอบฉบับเต็ม

ขอบคุณ ท่านอาจารย์ Sila Sookrasamee และ คุณ Weetip Tanarat ที่ช่วยตรวจคำตอบ ด้วยนะครับ