

## PAT 1 (มี.ค. 55)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 3 มีนาคม 2555 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. สำหรับเซต  $S$  ใดๆ ให้  $S'$  แทนคอมพลีเมนต์ของเซต  $S$  กำหนดให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  โดยที่  $A \cap B = B$ ,  $C \subset A$  และ  $B \cap C \neq \emptyset$

ถ้าเซต  $U$  มีสมาชิก 12 ตัว เซต  $A' \cup B'$  มีสมาชิก 10 ตัว และเซต  $A \cap B'$  มีสมาชิก 4 ตัว

แล้วจะมีเซต  $C$  ทั้งหมดกี่เซต

1. 60 เซต                      2. 48 เซต                      3. 16 เซต                      4. 8 เซต

2. กำหนดให้  $p, q, r$  และ  $s$  เป็นประพจน์ใดๆ

ประพจน์  $[(p \wedge \sim q) \vee \sim p] \Rightarrow [(r \vee s) \wedge (r \vee \sim s)]$  สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

1.  $p \Rightarrow r$     2.  $q \Rightarrow r$   
3.  $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$     4.  $(q \vee r) \wedge (q \vee s)$

3. ถ้า  $A$  แทนเซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ  $3|x - 1| - 2x > 2|3x + 1|$  และ  $B$  แทนเซตคำตอบของอสมการ  $x(x + 2)(x + 1)^2 < 0$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง
1. เซต  $A - B$  มีสมาชิก 5 ตัว
  2.  $A \cup B = A$
  3. เซต  $A \cap B$  มีสมาชิก 1 ตัว
  4.  $(A - B) \cup (B - A) = B$

4. กำหนด  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $r = \{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x|y + y - x - 1 = 0 \}$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก.  $r$  เป็นความสัมพันธ์ที่มีโดเมน  $D_r = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1 \}$
  - ข. ความสัมพันธ์  $r^{-1}$  เป็นฟังก์ชัน
- ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง
1. ก. ถูก และ ข. ถูก
  2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
  3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
  4. ก. ผิด และ ข. ผิด

5. กำหนดให้  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  และให้  $A = (\sin \theta)^{\tan \theta}$      $B = (\sin \theta)^{\cot \theta}$   
 $C = (\cot \theta)^{\sin \theta}$      $D = (\cot \theta)^{\cos \theta}$
- ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง
1.  $A < B < C < D$
  2.  $B < A < C < D$
  3.  $A < C < D < B$
  4.  $C < D < B < A$

6. ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี  $a, b$  และ  $c$  เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม  $A$  มุม  $B$  และ มุม  $C$  ตามลำดับ ถ้ามุม  $C$  เท่ากับ  $60^\circ$   $b = 5$  และ  $a - c = 2$

แล้วความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 25                                      2. 29                                      3. 37                                      4. 45

7. วงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน  $x$  แกนโทอยู่บนแกน  $y$  ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 12 หน่วย ถ้าความยาวของคอรีดที่ผ่านจุดโฟกัสหนึ่งและตั้งฉากกับแกนเอกของวงรี เท่ากับ 10 หน่วย แล้วสมการของวงรี คือข้อใดต่อไปนี้

1.  $5x^2 + 9y^2 = 405$                                       2.  $9x^2 + 5y^2 = 81$   
3.  $5x^2 + 9y^2 = 225$                                       4.  $9x^2 + 5y^2 = 20$

8. พาราโบลาที่มีจุดโฟกัส  $F$  อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$  และมีจุดยอด  $V$  อยู่ที่จุดตัดของวงกลมกับแกน  $y$  ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นจุดบนพาราโบลาซึ่งส่วนของเส้นตรง  $\overline{AB}$  ผ่านจุดโฟกัส  $F$  และตั้งฉากกับแกนของพาราโบลา แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $VAB$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9 ตารางหน่วย                      2. 12 ตารางหน่วย                      3. 18 ตารางหน่วย                      4. 36 ตารางหน่วย

9. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\left(\frac{3}{5}\right)^{(5x^2-23x+3)} > \left(\frac{5}{3}\right)^{(x+5)}$  แล้ว  $A$  เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\{x \in \mathbb{R} \mid (5x - 1)(x - 3) < 0\}$
2.  $\{x \in \mathbb{R} \mid (4x - 1)(x - 4) < 0\}$
3.  $\{x \in \mathbb{R} \mid (2x - 1)(x - 5) < 0\}$
4.  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < 2\}$

10. กำหนดให้  $x > 1$ ,  $a > 1$ ,  $b > 1$  และ  $c > 1$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า  $b^2 = ac$  แล้ว  $(\log_a x)(\log_b x - \log_c x) = (\log_c x)(\log_a x - \log_b x)$

ข. ถ้า  $c > b + 1$  และ  $a^2 + b^2 = c^2$  แล้ว

$$\log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a = 2(\log_{(c+b)} a)(\log_{(c-b)} a)$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

11. ให้  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\log(\sqrt{x+1} + 5) = \log x$

และ  $B$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\log_2(3x) + \log_4(9x) + \log_8(27x) = 3 + 2 \log_{64}(x)$

ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $A \cup B$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{12}{9}$
2.  $\frac{16}{9}$
3.  $\frac{32}{9}$
4.  $\frac{96}{9}$

12. กำหนดให้ จุด  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 5)$  และ  $C(2, -3)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $A$  และจุด  $B$  ลากส่วนของเส้นตรง  $\overline{CD}$  ตั้งฉากกับเส้นตรง  $L$  ที่จุด  $D$  แล้วเวกเตอร์  $\overrightarrow{AD}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $-\frac{7}{25}(3\bar{i} - 4\bar{j})$       2.  $\frac{7}{25}(3\bar{i} - 4\bar{j})$       3.  $-\frac{7}{25}(3\bar{i} + 4\bar{j})$       4.  $\frac{7}{25}(3\bar{i} + 4\bar{j})$

13. กำหนดให้  $a, b, c, d, x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง และ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ และ } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้า  $A^2 = I$  และ  $AB = 2C$  แล้ว ค่าของ  $\det(B^{-1})$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.25      2. 0.5      3. 2      4. 4

14. กำหนดให้  $\bar{u}$  และ  $\bar{v}$  เป็นเวกเตอร์ใดๆ ซึ่งไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $|\bar{u} - \bar{v}|^2 < |\bar{u}|^2 - |\bar{v}|^2$

ข. ถ้า  $\bar{u}$  ตั้งฉากกับ  $\bar{v}$  แล้ว  $|\bar{u} - \bar{v}|^2 = |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก      2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด  
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก      4. ก. ผิด และ ข. ผิด

15. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. สำหรับ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n+b^n}{(a+b)^n} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

ข. ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่  $\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{a_1+a_2+a_3+\dots+a_m} = \frac{n^2}{m^2}$

สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  และ  $m$  ที่แตกต่างกัน แล้ว  $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

16. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง กำหนดให้  $f : R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ทุกอันดับ โดยที่

$$f''(x) = 2x + 1 \text{ และ } f'(2) = 2$$

สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ที่จุด  $(1, 3)$  คือข้อใดต่อไปนี้

- |                                      |                                     |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$           | 2. $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ |
| 3. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ | 4. $y = \frac{1}{2}x + 2$           |

17. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $f : R \rightarrow R, g : R \rightarrow R$  และ  $h : R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน โดยที่

$$f(x) = \frac{ax+1}{x^2+1} \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริง} \quad g(x) = (x^2 + 1)f'(x) \text{ และ } h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{เมื่อ } x \geq 2 \\ g(x) & \text{เมื่อ } x < 2 \end{cases}$$

ถ้าฟังก์ชัน  $h$  ต่อเนื่องที่  $x = 2$  แล้ว ค่าของ  $2h(-2) - h(2)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |        |        |      |      |
|--------|--------|------|------|
| 1. 0.6 | 2. 0.8 | 3. 1 | 4. 3 |
|--------|--------|------|------|

18. ให้  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  และ  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ทุกอันดับ โดยที่  $h(x) = x^2 + 4$ ,  $g(x) = h(f(x) - 1)$  และ  $f'(1) = g'(1) = 1$  แล้วค่าของ  $f(1)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2                                      2. 1.5                                      3. 1                                      4. 0.5

19. กำหนดสมการจุดประสงค์ คือ  $P = 3x + 2y$  โดยมีสมการข้อจำกัด ดังนี้  $x + 2y \leq 6$ ,  $2x + y \leq 8$ ,  $-x + y \leq 1$ ,  $x \geq 0$  และ  $0 \leq y \leq 2$  ค่าของ  $P$  มีค่ามากที่สุด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10                                      2. 12                                      3.  $\frac{38}{3}$                                       4. 18

20. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 25 คะแนนและ 5 คะแนน ตามลำดับ ถ้านำคะแนนของนายสายชลและนางสาวฟ้าซึ่งสอบได้ 20 คะแนนและ 30 คะแนน ตามลำดับ มารวมด้วยแล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4                                      2. 5                                      3. 6                                      4. 7

21. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  สุ่มหาสับเซตของ  $A$  ที่มีสมาชิก 3 ตัว ความน่าจะเป็นที่จะได้สับเซต  $\{a, b, c\} \subset A$  โดยที่  $a < b < c$  และ  $a, b, c$  เป็นลำดับเลขคณิต เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $\frac{6}{210}$
  2.  $\frac{9}{210}$
  3.  $\frac{6}{35}$
  4.  $\frac{9}{35}$

22. ตารางต่อไปนี้ เป็นข้อมูลเกี่ยวกับอายุของพนักงานจำนวน 50 คน

| อายุไม่เกิน (ปี) | จำนวน (คน) |
|------------------|------------|
| 25               | 9          |
| 30               | 17         |
| 35               | 24         |
| 40               | 37         |
| 45               | 43         |
| 50               | 50         |

ถ้าอายุต่ำสุดของพนักงาน คือ 21 ปี แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 35
  2. 37.5
  3. 41
  4. 43
23. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มๆ ละ 10 คน ทำแบบทดสอบวัดความถนัดฉบับหนึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ได้คะแนนของนักเรียนแต่ละคนดังนี้

|            |   |   |    |    |   |   |   |   |   |    |
|------------|---|---|----|----|---|---|---|---|---|----|
| กลุ่มที่ 1 | 7 | 6 | 5  | 8  | 3 | 6 | 9 | 7 | 6 | 10 |
| กลุ่มที่ 2 | 6 | 9 | 15 | 12 | 1 | 8 | 7 | 7 | 5 | 6  |

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ความสามารถของนักเรียนกลุ่มที่ 1 มีความแตกต่างกันมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ 2
  - ข. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 เท่ากับ  $\frac{5}{14}$  และ  $\frac{3}{14}$  ตามลำดับ
- ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด



24. นิยาม  $a * b = a^b$  สำหรับ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงบวก แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1.  $a * (b * c) = (a * c) * b$

2.  $(a * b) * c = a * (bc)$

3.  $a * (b * c) = (a * b) * c$

4.  $(a + b) * c = (a * c) + (b * c)$

25. กำหนดให้  $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ ,  $b = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$  และ  $c = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1.  $\frac{1}{c} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

2.  $\frac{1}{c} > \frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

3.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$

4.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. ในการสำรวจสโมสรแห่งหนึ่งมีสมาชิกจำนวน 100 คน พบว่าชอบอ่านนวนิยายหรือหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร อย่าง

น้อย 1 รายการ และ มี 75 คน ชอบอ่านนวนิยาย

มี 70 คน ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ และ

มี 80 คน ชอบอ่านนิตยสาร

มีสมาชิกอย่างน้อยกี่คนที่ชอบอ่านทั้งสามรายการ

27. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $ax^5 + bx + 4$  หารด้วย  $(x - 1)^2$  ลงตัว แล้ว  $a - b$  เท่ากับเท่าใด

28. จงหาค่าของ  $2 \sin^2 60^\circ (\tan 5^\circ + \tan 85^\circ) - 12 \sin 70^\circ$

29. ให้  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\arccos(x) = \arccos(x\sqrt{3}) + \arccos(\sqrt{1-x^2})$   
และให้  $B$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\arccos(x) = \arcsin(x) + \arcsin(1-x)$   
จำนวนสมาชิกของเซต  $P(A - B)$  เท่ากับเท่าใด เมื่อ  $P(S)$  แทนเพาเวอร์เซตของเซต  $S$

30. กำหนดให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน (nonsingular matrix) มิติ  $3 \times 3$

และ  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณ มิติ  $3 \times 3$

ถ้า  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$  เมื่อ  $a, b, c, d, e, f, g, h$  และ  $i$  เป็นจำนวนจริง และ  $A^3 = 2I$ ,  $\det(C^{-1}) = 4$  และ

$B^t C = \begin{bmatrix} -3g & -3h & -3i \\ -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \end{bmatrix}$  แล้ว  $\det(B)$  เท่ากับเท่าใด

31. ให้  $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  เมื่อ  $a, b, c, d, e$  เป็นจำนวนจริง

ถ้ากราฟ  $y = f(x)$  ตัดกับกราฟ  $y = 3x + 2$  ที่  $x = -1, 0, 1, 2$

แล้วค่าของ  $f(3) - f(-2)$  เท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน

โดยที่  $|z_1 + z_2| = 3$  และ  $|z_1 - z_2| = 1$  (เมื่อ  $|z|$  แทนค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z$ )

ค่าของ  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  เท่ากับเท่าใด

33. ให้  $A$  เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับ  $2|z| - 3z = 9i - 2$   
 และ  $B = \left\{ |w|^2 \mid w = \frac{(1+i)z}{2+i} \text{ เมื่อ } z \in A \right\}$  เมื่อ  $i^2 = -1$   
 ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $B$  เท่ากับเท่าใด

34. ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มีอัตราส่วนร่วมเป็นจำนวนจริงบวก  
 ถ้าผลบวกของสองพจน์แรก เท่ากับ 20 และผลบวกของสี่พจน์แรก เท่ากับ 65  
 แล้ว ผลบวกของหกพจน์แรก เท่ากับเท่าใด

35. จงหาค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} \right)$

36. กำหนดให้  $t_n = 2^n$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots$  และ  $a_n = 5^{t_n} + 5^{-t_n}$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots$

ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_1 a_2 \dots a_n}$  เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $f: R \rightarrow R$  และ  $g: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน โดยที่  $f(x) = 2x + 3$

และ  $(g \circ f)(x) = 8x^3 + 44x^2 + 80x + 48$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

แล้วค่าของ  $\int_0^6 f(g(x)) dx$  เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง กำหนด  $g(x) = x^2 + x + 3$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

ถ้า  $f: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน และสอดคล้องกับ

$$(f \circ g)(x) + 2(f \circ g)(1 - x) = 6x^2 - 10x + 17$$

$$2(f \circ g)(x) + (f \circ g)(1 - x) = 6x^2 - 2x + 13$$

ค่าของ  $f(383)$  เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้  $f(x) = x^3 + ax + b$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกัน และให้  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่  $x = a$  และ  $x = b$  ตามลำดับ

ถ้า  $L_1$  ขนานกับ  $L_2$  และ  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{9h}{f(1+h) - f(1)} = 1$  แล้วค่าของ  $\int_0^2 f(x) dx$  เท่ากับเท่าใด

40. จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cot^3 x - 1) \operatorname{cosec}^2 x}{1 + \cos 2x - 2 \sin^2 x}$

41. ให้  $S$  เป็นเซตของพหุนาม  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  โดยที่  $a, b, c, d$  เป็นสมาชิกในเซต  $\{0, 1, 2, \dots\}$  ซึ่งมีสมบัติสอดคล้องกับ  $2a + b + c + d = 4$  จำนวนสมาชิกของเซต  $S$  เท่ากับเท่าใด

42. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วยจำนวน 11, 3, 6, 3, 5, 3,  $x$  ให้  $S$  เป็นเซตของ  $x$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งทำให้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลชุดนี้มีค่าแตกต่างกันทั้งหมด และ ในบรรดาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม เหล่านี้นำมาจัดเรียงกันใหม่จากน้อยไปมากแล้วเป็นลำดับเลขคณิต จงหาผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $S$
43. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 5 เล่ม คือ หนังสือ ก หนังสือ ข หนังสือ ค หนังสือ ง และ หนังสือ จ สุ่มเลือกหนังสือเหล่านี้มาครั้งละ 3 เล่ม ความน่าจะเป็นที่จะได้หนังสือ ก หรือ หนังสือ ข เท่ากับเท่าใด

ข้อมูลต่อไปนี้ สำหรับตอบคำถามข้อ 44 และข้อ 45

ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนจำนวน 30 คน ปรากฏว่ามีนักเรียน 17 คน สอบได้คะแนนในช่วง 10 – 39 คะแนน มีนักเรียน 10 คน สอบได้คะแนนในช่วง 40 – 49 คะแนน และมีนักเรียน 3 คน สอบได้คะแนนในช่วง 50 – 59 คะแนน

44. ถ้าแบ่งคะแนนเป็นเกรด 3 ระดับ คือ เกรด A เกรด B และเกรด C โดยที่ 10% ของนักเรียนได้เกรด A และ 20% ของนักเรียนได้เกรด B แล้ว คะแนนสูงสุดของเกรด C เท่ากับกี่คะแนน

45. จากข้อมูลข้างต้น สมมติว่าคะแนนมีการแจกแจงปกติ มีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น  $\frac{1}{3}$  ถ้าคะแนนสูงสุดของเกรด B มีคะแนนมาตรฐานเป็น 1.5 แล้ว คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้เท่ากับกี่คะแนน

46. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัด ชาย 3 คน และหญิง 3 คน ซึ่งมี นาย ก. และ นางสาว ข. รวมอยู่ด้วย ให้ยืนเป็นแถวตรง 2 แถวๆละ 3 คน โดยที่ นาย ก. และ นางสาว ข. ไม่ได้ยืนติดกันในแถวเดียวกัน

47. ถ้า  $d$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 และจำนวน 1059 , 1417 และ 2312 หารด้วย  $d$  แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน คือ  $r$  แล้วค่าของ  $d + r$  เท่ากับเท่าใด



48. กำหนดให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟ  $y = -|x - 1 - a| + b$  และกราฟ  $y = |x - c| - d$  ตัดกันที่จุด  $(2, 5)$  และ  $(8, 3)$  แล้วค่าของ  $a + b + c + d$  เท่ากับเท่าใด
49. กำหนดให้  $ab$  เป็นจำนวนสองหลัก โดยที่  $a, b \in \{1, 2, \dots, 9\}$  และ  $a$  เท่ากับสองเท่าของ  $b$  ถ้า  $(310 \times ab) - (465 \times ba) = 2790$  แล้ว  $a + b$  เท่ากับเท่าใด
50. กำหนด  $S$  เป็นเซตของ  $(a, b, c, d, e, f)$  โดยที่  $a, b, c, d, e, f \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  ซึ่งมีสมบัติสอดคล้องกับ  $a^3 - c^2 = 4$ ,  $2^b - d^2 = 7$  และ  $e^3 - f^2 = -1$  จำนวนสมาชิกของเซต  $S$  เท่ากับเท่าใด

เฉลย

|       |       |        |            |          |
|-------|-------|--------|------------|----------|
| 1. 2  | 11. 3 | 21. 4  | 31. 135    | 41. 22   |
| 2. 3  | 12. 3 | 22. 1  | 32. 5      | 42. 22   |
| 3. 1  | 13. 1 | 23. 4  | 33. 10     | 43. 0.9  |
| 4. 4  | 14. 3 | 24. 2  | 34. 166.25 | 44. 43.5 |
| 5. 2  | 15. 1 | 25. 4  | 35. 1      | 45. 33   |
| 6. 4  | 16. 2 | 26. 25 | 36. 24.96  | 46. 528  |
| 7. 1  | 17. 4 | 27. 6  | 37. 990    | 47. 343  |
| 8. 3  | 18. 2 | 28. 6  | 38. 763    | 48. 15   |
| 9. 2  | 19. 3 | 29. 1  | 39. 4      | 49. 9    |
| 10. 1 | 20. 2 | 30. 48 | 40. 3      | 50. 6    |

แนวคิด

1. 2

$$n(A' \cup B') = 10 \rightarrow n(B) = 2; n(A \cap B') = 4 = n(A - B)$$

$$\text{จำนวนเซต } C = \text{สับเซตทั้งหมดของ } A - \text{สับเซตของ } A \text{ ที่ } \cap B \text{ แล้วเป็น } \emptyset = 2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$$

2. 3

$$\equiv [T \wedge (\sim q \vee \sim p)] \Rightarrow [r \vee F] \equiv (\sim q \vee \sim p) \Rightarrow r \equiv (q \wedge p) \vee r$$

3. 1

A แบ่ง 3 กรณี:  $(-\infty, -\frac{1}{3})$  ได้  $-4, \dots, -1$ ;  $[-\frac{1}{3}, 1)$  ได้ 0;  $[1, \infty)$  ไม่มีคำตอบ  $\rightarrow -4, \dots, 0$

B ไม่สลับ  $\pm$  ตรง 1 ได้  $(-2, -1) \cup (-1, 0)$

4. 4

$$y = \frac{x+1}{|x|+1} \rightarrow D_r = \mathbb{R} \rightarrow \text{ก. ผิด}; \text{ ถ้า } x \geq 0 \text{ ได้ } y = \frac{x+1}{x+1} = 1 \text{ หมด } \rightarrow \text{many to one} \rightarrow \text{ข. ผิด}$$

5. 2

$$A \text{ กับ } B : \sin \theta < 1, \tan \theta < \cot \theta \rightarrow (\sin \theta)^{\tan \theta} > (\sin \theta)^{\cot \theta} \rightarrow A > B$$

$$C \text{ กับ } D : \cot \theta > 1, \sin \theta < \cos \theta \rightarrow (\cot \theta)^{\sin \theta} < (\cot \theta)^{\cos \theta} \rightarrow C < D$$

$$A \text{ กับ } C : A \text{ ฐาน } < 1 \text{ ยกกำลังเลขบวกได้ } A < 1, C \text{ ฐาน } > 1 \text{ ยกกำลังเลขบวก } \rightarrow C > 1 \rightarrow A < C$$

6. 4

$$(a - 2)^2 = a^2 + 5^2 - 2a(5) \cos 60^\circ \rightarrow a = 21$$

7. 1

$$c = \frac{12}{2} = 6; a^2 - b^2 = 36, \frac{2b^2}{a} = 10 \rightarrow a^2 = 81, b^2 = 45$$

8. 3

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9 \rightarrow F(3, -2); \text{ แทน } x = 0 \rightarrow \text{ตัดแกน } y \text{ ที่ } V(0, -2) \rightarrow c = 3$$

$$AB = \text{ลาตัสเรคตัม} = \text{ยาว } 4c = 12 \rightarrow \text{พท} = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

9. 2

ฐาน < 1 ต้องกลับเครื่องหมาย  $\rightarrow 5x^2 - 23x + 3 < -x - 5 \rightarrow x \in \left(\frac{2}{5}, 4\right)$

10. 1

$$(\log_a x)(\log_b x - \log_c x) = \frac{1}{\log_x a} \left( \frac{1}{\log_x b} - \frac{1}{\log_x c} \right) = \frac{\log_x(c/b)}{(\log_x a)(\log_x b)(\log_x c)}$$

ทำนองเดียวกัน ฝั่งขวาได้  $= \frac{\log_x(b/a)}{(\log_x a)(\log_x b)(\log_x c)}$  เท่ากัน เพราะ  $ac = b^2 \rightarrow \frac{c}{b} = \frac{b}{a}$

$$\begin{aligned} \log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a &= \frac{1}{\log_a c+b} + \frac{1}{\log_a c-b} = \frac{\log_a c^2 - b^2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)} = \frac{\log_a a^2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)} \\ &= \frac{2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)} = \text{ทางขวา} \end{aligned}$$

11. 3

$A: \sqrt{x+1} + 5 = x \rightarrow x \geq 5$  และ  $x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow x = \cancel{8}, 8$

$B: (3x)(9x)^{\frac{1}{2}}(27x)^{\frac{1}{3}} = (2^3)(x)^{\frac{2}{6}} \rightarrow x = \frac{4}{9}$

12. 3

$\overline{AD} =$  โปรเจกชันของ  $\overline{AC}$  บน  $\overline{AB} = (|\overline{AC}| \cos \theta) \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \left( \frac{\overline{AC} \cdot \overline{AB}}{|\overline{AB}|} \right) \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|}$

(ถ้า  $\theta > 90^\circ$  มันจะปรับเครื่องหมายให้อัตโนมิติ) แทน  $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\overline{AC} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\overline{AD} = \left( \frac{\overline{AC} \cdot \overline{AB}}{|\overline{AB}|} \right) \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \left( \frac{(4)(-4) + (3)(3)}{5} \right) \left( \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \right) = -\frac{7}{25} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

13. 1

$$\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow 1 + xy = 1 \rightarrow xy = 0 \rightarrow \det A = (1)(-1) - xy = -1$$

เอา  $AB = 2C$  มาใส่  $\det$  ตลอดได้  $\det A \det B = 4 \det C \rightarrow \det B = \frac{4(-1)}{-1} = 4$

14. 3

ก. ถ้า  $\vec{u} = \vec{v}$  ได้  $0 < 0$  ผิด (ถึง  $\vec{u} \neq \vec{v}$  ก็ยังผิด เพราะ  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}$  ประกอบเป็นสามเหลี่ยม ก. ผิด ในกรณีสามเหลี่ยมมุมป้าน); ข ถูก จากพีทาโกรัส

15. 1

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n + b^n}{(a+b)^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{(a+b)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{(a+b)^n} = \frac{\frac{a}{a+b}}{1 - \frac{a}{a+b}} + \frac{\frac{b}{a+b}}{1 - \frac{b}{a+b}} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m} = \frac{\frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)}{\frac{m}{2}(2a_1 + (m-1)d)} = \frac{n^2}{m^2} \rightarrow \frac{2a_1 + (n-1)d}{2a_1 + (m-1)d} = \frac{n}{m}$$

$\rightarrow 2a_1 m + mnd - md = 2a_1 n + mnd - nd \rightarrow (2a_1 - d)(m - n) = 0$  แต่  $m \neq n$  ดังนั้น  $2a_1 = d$

จะได้  $\frac{a_m}{a_n} = \frac{a_1 + (m-1)d}{a_1 + (n-1)d} = \frac{a_1 + (m-1)(2a_1)}{a_1 + (n-1)(2a_1)} = \frac{a_1(1 + (m-1)(2))}{a_1(1 + (n-1)(2))} = \frac{2m-1}{2n-1}$

16. 2

$f'(x) = x^2 + x - 4 \rightarrow$  ที่  $(1, 3)$  ชัน  $= -2 \rightarrow$  เส้นตรงชัน  $= \frac{1}{2} \rightarrow$  สมการคือ  $\frac{y-3}{x-1} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

17. 4

$$g(x) = (x^2 + 1) \left( \frac{(x^2+1)(a)-(ax+1)(2x)}{(x^2+1)^2} \right) = \frac{a-2x-ax^2}{x^2+1}$$

$$h \text{ ต่อเนื่อง} \rightarrow f(2) = g(2) \rightarrow \frac{2a+1}{5} = \frac{a-4-4a}{5} \rightarrow a = -1$$

$$2h(-2) - h(2) = 2g(-2) - f(2) = 2 \left( \frac{-1+4+4}{5} \right) - \left( -\frac{1}{5} \right) = 3$$

18. 2

$$g(x) = (f(x) - 1)^2 + 4 \rightarrow g'(x) = 2(f(x) - 1)(f'(x)) \rightarrow 1 = 2(f(1) - 1)(1) \rightarrow f(1) = 1.5$$

19. 3

วาดรูป ได้จุดต้องสงสัยคือ  $(2, 2), (\frac{10}{3}, \frac{4}{3}), (4, 0)$  ได้มากที่สุดที่  $(\frac{10}{3}, \frac{4}{3}) = \frac{38}{3}$

20. 2

เดิม  $\sum x = (25)(30) = 750, \frac{\sum x^2}{30} - 25^2 = 5^2 \rightarrow \sum x^2 = 19500$

ใหม่  $\sum x = 750+20+30 = 800 \rightarrow \bar{x} = \frac{800}{32} = 25, \sum x^2 = 19500+20^2+30^2 = 20800$

$$s = \sqrt{\frac{20800}{32} - 25^2} = 5$$

21. 4

$$d = 1 : 123, 234, \dots, 567 = 5 ; \quad d = 2 : 135, 246, 357 = 3 ; \quad d = 3 : 147 = 1 \rightarrow \frac{5+3+1}{\binom{7}{3}}$$

22. 1

|         |    |
|---------|----|
| 21 - 25 | 9  |
| 26 - 30 | 8  |
| 31 - 35 | 7  |
| 36 - 40 | 13 |
| 41 - 45 | 6  |
| 46 - 50 | 7  |

$$\bar{d} = \frac{9(-3)+8(-2)+7(-1)+0+6(1)+7(2)}{50} = \frac{-30}{50} = -0.6$$

$$\bar{x} = (-0.6)(5) + 38 = 35$$

23. 4

ข้อ ก. ต้องวัดโดยใช้การกระจายสัมพัทธ์ ดังนั้น จะทำข้อ ข. ก่อน แล้วใช้ข้อ ข. มาตัดสินข้อ ก.

ข้อ ข. เรียงข้อมูลแต่ละกลุ่ม จากน้อยไปมากได้ดังนี้

|            |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| กลุ่มที่ 1 | 3 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9  | 10 |
| กลุ่มที่ 2 | 1 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 12 | 15 |

$$Q_1 = \text{ตัวที่ } \frac{(1)(10+1)}{4} = \text{ตัวที่ } 2.75 ; \quad Q_3 = \text{ตัวที่ } \frac{(3)(10+1)}{4} = \text{ตัวที่ } 8.25$$

$$\text{กลุ่ม 1 : } Q_1 = 5 + 0.75(6 - 5) = 5.75, \quad Q_3 = 8 + 0.25(9 - 8) = 8.25 \rightarrow \frac{8.25-5.75}{8.25-5.75} = \frac{5}{28}$$

$$\text{กลุ่ม 2 : } Q_1 = 5 + 0.75(6 - 5) = 5.75, \quad Q_3 = 9 + 0.25(12 - 9) = 9.75 \rightarrow \frac{9.75-5.75}{9.75-5.75} = \frac{8}{31}$$

ดังนั้น ข ผิด และเนื่องจาก  $\frac{5}{28} < \frac{8}{31}$  ดังนั้น กลุ่ม 1 กระจายน้อยกว่า จึงแตกต่างกันน้อยกว่า ดังนั้น ก ผิด

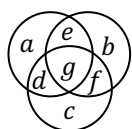
24. 2

เพราะ  $(a^b)^c = a^{bc}$

25. 4

$$a = 2 + \sqrt{3} ; b^2 = 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}} = 2b \rightarrow b = \cancel{0}, 2 ; \rightarrow b < c < a$$

26. 25



$$a + b + c + 2d + 2e + 2f + 3g = 75 + 70 + 80 = 225 \quad \dots(1)$$

$$a + b + c + d + e + f + g = 100 \quad \dots(2)$$

$$(1) - 2(2) : g - a - b - c = 25$$

27. 6

$$a + b + 4 = 0 \quad \dots(1)$$

$$ax^5 + bx + 4 \text{ ทหารสังเคราะห์หัดด้วย } x - 1 \text{ ได้ } ax^4 + ax^3 + ax^2 + ax + a + b \rightarrow 5a + b = 0 \quad \dots(2)$$

แก้ (1), (2) ได้  $a = 1, b = -5$

28. 6

$$= \frac{3}{2} \left( \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\sin 5^\circ} \right) - 12 \sin 70^\circ = \frac{3}{\sin 10^\circ} - 12 \sin 70^\circ = \frac{3+6(\cos 80^\circ - \cos 60^\circ)}{\sin 10^\circ} = \frac{6 \cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} = 6$$

29. 1

$$\operatorname{acos}(x\sqrt{3}) = \operatorname{acos}(x) - \operatorname{acos}(\sqrt{1-x^2}) \text{ ใส่ } \cos \text{ ตลอด ได้ } x\sqrt{3} = x\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x^2}|x|$$

ถ้า  $x < 0$  ได้  $x\sqrt{3} = 0$  ขัดแย้ง ดังนั้น  $x \geq 0$  และ  $x\sqrt{3} = 2x\sqrt{1-x^2} \rightarrow x = 0, \frac{1}{2}$  ตรวจสอบคำตอบ ได้ทั้งสองตัว

แทน  $0, \frac{1}{2}$  ใน B จริงทั้งสองตัว  $\rightarrow A - B = \emptyset$

30. 48

$$\det(A^3) = 8 \det(I) \rightarrow \det A = 2 ; \det(B^t C) = (-3)(-1)(2)(-1)(-1) \det A = 12$$

$$\det(B^t C) = \det B \cdot \frac{1}{4} \rightarrow \det B = (12)(4)$$

31. 135

$$\text{หาจุดตัด แก่ } f(x) = 3x + 2 \rightarrow f(x) - 3x - 2 = (x+1)(x)(x-1)(x-2)(x-k), k \in \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$f(3) = (4)(3)(2)(1)(3-k) + 11 = 83 - 24k$$

$$f(-2) = (-1)(-2)(-3)(-4)(-2-k) - 4 = -52 - 24k$$

32. 5

$$\text{จากสูตร } |z+w|^2 = |z|^2 + |w|^2 + (z\bar{w} + \bar{z}w) \text{ และ } |z-w|^2 = |z|^2 + |w|^2 - (z\bar{w} + \bar{z}w)$$

$$\text{บวกกัน จะได้ } |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$$

$$\text{แต่ } |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 3^2 + 1^2 = 10 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2 \rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5$$

33. 10

$$2|z| = 3z + 9i - 2 \rightarrow \text{ฝั่งซ้ายเป็น R} \rightarrow z = a - 3i \rightarrow 2\sqrt{a^2 + 9} = 3a - 2 \rightarrow a = \frac{8}{5}, 4$$

$$|w|^2 = \left( \frac{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{4^2+3^2}}{\sqrt{2^2+1^2}} \right)^2 = 10$$

34. 166.25

$$a_1 + a_1 r = 20; a_1 r^2 + a_1 r^3 = 65 - 20 = 45 = r^2(a_1 + a_1 r) = r^2(20) \rightarrow r^2 = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

$$a_1 r^4 + a_1 r^5 = r^4(a_1 + a_1 r) = \left(\frac{9}{4}\right)^2 (20) = 101.25 \rightarrow 65 + 101.25$$

35. 1

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2(n+1)^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2}{n^2(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2(n+1)^2 + 2n(n+1) + 1}{n^2(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{(n(n+1)+1)^2}{n^2(n+1)^2}} = \frac{n(n+1)+1}{n(n+1)}$$

$$= 1 + \frac{1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \rightarrow \text{เทเลสโคปได้} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}(n+1) = 1$$

36. 24.96

เอา  $5^2 - 5^{-2}$  คูณบนล่างข้างล่างจะเข้าสูตร  $n^2 - 1^2$  ได้เรื่อยๆ สุดท้ายได้  $5^{2^{n+1}} - 5^{-2^{n+1}}$

$$= \frac{(5^2 - 5^{-2})(5^{2^{n+1}} + 5^{-2^{n+1}})}{5^{2^{n+1}} - 5^{-2^{n+1}}} = 25 - \frac{1}{25}$$

37. 990

$$k = 2x + 3 \rightarrow x = \frac{k-3}{2} \rightarrow g(k) = (k^3 - 9k^2 + 27k - 27) + 11(k^2 - 6k + 9) + 40(k - 3) + 48$$

$$= k^3 + 2k^2 + k \rightarrow f(g(x)) = 2k^3 + 4k^2 + 2k + 3 \rightarrow \frac{2(6^4)}{4} + \frac{4(6^3)}{3} + \frac{2(6^2)}{2} + 3(6) = 990$$

38. 763

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$  จะหา  $f(383)$  ต้องให้  $g(x) = x^2 + x + 3 = 383 \rightarrow x = -20, 19$

แทน  $x = -20$  ได้  $f(383) + 2(f \circ g)(21) = 2617 \dots(1)$  กับ  $2f(383) + (f \circ g)(21) = 2453 \dots(2)$

$2(2) - (1)$  ได้  $3f(383) = 2289$

39. 4

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 9 = f'(1) = 3(1)^2 + a \rightarrow a = 6; L_1 \text{ ชนาน } L_2 \rightarrow 3a^2 + a = 3b^2 + a$$

แต่  $a, b$  ต่างกัน  $\rightarrow b = -6; f(x) = x^3 + 6x - 6 \rightarrow \frac{2^4}{4} + \frac{6(2^2)}{2} - 6(2) = 4$

40. 3

$$= \frac{(\cot x - 1)(\cot^2 x + \cot x + 1) \operatorname{cosec}^2 x}{2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x} = \frac{\left(\frac{\cos x - \sin x}{\sin x}\right)(\cot^2 x + \cot x + 1) \operatorname{cosec}^2 x}{2(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{\left(\frac{1}{\sin x}\right)(\cot^2 x + \cot x + 1) \operatorname{cosec}^2 x}{2(\cos x + \sin x)}$$

$$\rightarrow \frac{(\sqrt{2})(1+1+1)(\sqrt{2})^2}{2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 3$$

41. 22

กรณี  $a = 2 \rightarrow b + c + d = 0 \rightarrow 0,0,0 \rightarrow 1$  แบบกรณี  $a = 1 \rightarrow b + c + d = 2 \rightarrow 0,0,2$  กับ  $0,1,1 \rightarrow 2 \binom{3!}{2!}$  แบบกรณี  $a = 0 \rightarrow b + c + d = 4 \rightarrow 0,0,4$  กับ  $0,1,3$  กับ  $0,2,2$  กับ  $1,1,2 \rightarrow 3 \binom{3!}{2!} + 3!$  แบบบวกทุกกรณีได้  $1 + 5 \binom{3!}{2!} + 3! = 22$ 

42. 22

เรียงได้ 3, 3, 3, 5, 6, 11 ยังไม่รู้ตำแหน่ง  $x \rightarrow$  Mode = 3 แน่ และ  $x$  ต้อง  $> 3$  ไม่งั้น Med = Modeจะได้  $\bar{x} = \frac{3+3+3+5+6+11+x}{7} = \frac{31+x}{7} > \frac{31+3}{7} = 4.85$  และ Med =  $\begin{cases} x & x \in (3, 5] \\ 5 & x > 5 \end{cases}$ กรณี Med =  $x$ : กรณี 3,  $\bar{x}$ , Med เป็นเลขคณิตไม่ได้ เพราะ  $\bar{x} > 4.85$  และ Med =  $x \in (3, 5]$ กรณี 3, Med,  $\bar{x}$  ได้  $\frac{31+x}{7} = 2x - 3 \rightarrow x = 4$ กรณี Med = 5: กรณี 3,  $\bar{x}$ , 5 ไม่ได้ เพราะ  $\bar{x} > 4.85$  กรณี 3, 5,  $\bar{x}$  ได้  $\frac{31+x}{7} = 7 \rightarrow x = 18$ 

43. 0.9

ไม่ได้ (ก หรือ ข) มีแบบเดียว คือ ค ง จ  $\rightarrow 1 - \frac{1}{\binom{5}{3}}$ 

44. 43.5

สูงสุดของ C =  $P_{70} =$  ตัวที่  $\frac{70(30)}{100} =$  ตัวที่ 21 =  $39.5 + \left(\frac{21-17}{10}\right) 10$ 

45. 33

สูงสุดของ B =  $P_{90} =$  ตัวที่  $\frac{90(30)}{100} =$  ตัวที่ 27 = ตัวสุดท้ายของชั้น 2 = ขอบบน = 49.5 $1.5 = \frac{49.5 - \bar{x}}{s} \dots(1)$  กับ  $\frac{s}{x} = \frac{1}{3} \dots(2)$  แก้ได้  $\bar{x} = 33$ 

46. 528

นับแบบที่ยืนติดกัน = เลือกแถวให้ กข  $\times$  เลือกอีกคนให้แถว กข  $\times$  สลับในแถว กข  $\times$  สลับในอีกแถว =  $2 \times 4 \times 4 \times 3!$   
=  $192 \rightarrow 6! - 192 = 528$ 

47. 343

 $d =$  ห.ร.ม.  $(1417 - 1059, 2312 - 1417) = 179$ , ตั้งหารได้  $r = 164$ 

48. 15

แทน  $(2, 5), (8, 3)$  ต้องจริงทั้งคู่  $\rightarrow 5 = -|1 - a| + b \dots(1)$ ;  $3 = -|7 - a| + b \dots(2)$  $5 = |2 - c| - d \dots(3)$ ;  $3 = |8 - c| - d \dots(4)$  $(1) - (2): 2 = |7 - a| - |1 - a| \rightarrow a \in [1, 7]$  ไม่งั้น  $7 - a$  กับ  $1 - a$  จะเครื่องหมายเหมือนกัน แล้วห่างกัน6 ตลอด  $\rightarrow 2 = (7 - a) - (-(1 - a)) \rightarrow a = 3 \rightarrow b = 7$  $(3) - (4): 2 = |2 - c| - |8 - c| \rightarrow c \in [2, 8] \rightarrow 2 = -(2 - c) - (8 - c) \rightarrow c = 6 \rightarrow d = -1$

49. 9

$$a = 2b \rightarrow ab = 10a + b = 21b, ba = 10b + a = 12b \rightarrow \text{แก้ } 310(21b) - 465(12b) = 2790$$

ได้  $b = 3 \rightarrow a = 6$

50. 6

แทนค่าดูได้  $(a, c) = (2, 2); (b, d) = (3, 1), (4, 3), (5, 5); (e, f) = (0, 1), (2, 3)$   
 $\rightarrow 1 \times 3 \times 2$