

PAT 1 (ธ.ค. 54)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

24 - 27 ธันวาคม 2554

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ โดยที่ $\sim p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ก. $(p \leftrightarrow r) \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow q]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จข. $(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. ก. ถูก ข. ถูก

2. ก. ถูก ข. ผิด

3. ก. ผิด ข. ถูก

4. ก. ผิด ข. ผิด

2. กำหนดให้ $P(x)$ และ $Q(x)$ เป็นประโยคเปิด ถ้า $\forall x[P(x)] \wedge \forall x[\sim Q(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว ประพจน์ในข้อใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ1. $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ 2. $\exists x[\sim P(x) \vee \sim Q(x)]$ 3. $\exists x[P(x) \wedge \sim Q(x)]$ 4. $\forall x[P(x) \rightarrow \sim Q(x)]$

3. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นสองเท่าของจำนวนสมาชิกของ $P(B)$
 จำนวนสมาชิกของ $P(A \cap B) = 8$ และจำนวนสมาชิกของ $P(A \cup B) = 256$

จงหาจำนวนสมาชิกของ $P(A - B)$

1. 2 2. 4 3. 8 4. 16

4. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32}\}$ เมื่อ \mathbb{R} แทนเซตของจำนวนจริง
 จงหาจำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ $\mathbb{R} - A$

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

5. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{5-|3-x|}}\}$ เมื่อ \mathbb{R} แทนเซตของจำนวนจริง จงหาโดเมนของ r

1. $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 8\}$ 2. $\{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x < 3\}$
 3. $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3\}$ 4. $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 8\}$

6. ให้ P เป็นจุดบนวงกลม $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$ ที่อยู่ใกล้จุด A(1, 3) มากที่สุด จงหาระยะระหว่างจุด P กับเส้นตรง $3y - 4x = 15$

1. 3 2. 3.2 3. 3.4 4. 3.5

7. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันที่มีสมบัติสอดคล้องกับ $f(x) = \begin{cases} 0 & , x = -1 \\ \frac{x-1}{x+1} & , x \neq -1 \end{cases}$
ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (f \circ f)(x) = \cot 75^\circ\}$ แล้วข้อใดไม่เป็นเซตว่าง
1. $A \cap (-3, -2)$ 2. $A \cap (-4, -3)$ 3. $A \cap (2, 3)$ 4. $A \cap (3, 4)$

8. กำหนดให้ $180^\circ < \theta < 270^\circ$

ถ้า $3(2)^{\sin \theta} \left(\frac{4}{9}\right)^{\cos^2 \theta} = 2(3)^{\sin \theta}$ แล้วจงหาค่าของ $3 \tan^2 \theta - 2 \sin 3\theta$

1. 1 2. 3 3. 7 4. 9

9. กำหนดให้พาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(-3, -2)$ ผ่านจุดโฟกัสของไฮเพอร์โบลา $5x^2 - 4y^2 - 16y + 4 = 0$
 จงหาสมการไดเรคตริกซ์ของพาราโบลา

1. $4y + 15 = 0$ 2. $4y + 9 = 0$ 3. $4x + 9 = 0$ 4. $4x + 15 = 0$

10. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$, $a \leq 0$ B เป็นเมทริกซ์มิติ 2×2 และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ มิติ 2×2
 ถ้า $A^2B = I$ และ $2A^{-1} - 3B = I$ แล้ว จงหาค่าของ $2a + 3b$

1. 4 2. 3 3. 2 4. 1

11. ร้านค้าผลิตถุงแบบ A วันละ x ชิ้น และแบบ B วันละ y ชิ้น โดยที่ $40 \leq 2x + y \leq 60$

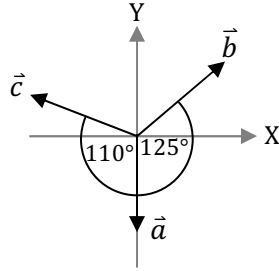
$$105 \leq 2x + 3y \leq 150$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

ถ้าถุง A ขายชิ้นละ 40 บาท ในแต่ละวันขายถุงทั้ง 2 แบบ ได้เงินมากที่สุด 750 บาท แล้ว ขายถุง B ชิ้นละกี่บาท

1. 5 2. 10 3. 15 4. 20

12. จากรูป $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$



ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- | | |
|---|---|
| 1. $ \vec{a} \operatorname{cosec} 35^\circ = \vec{c} \left(1 + \frac{\cot 20^\circ}{\cot 35^\circ}\right)$ | 2. $ \vec{a} \operatorname{cosec} 20^\circ = \vec{c} \left(1 + \frac{\cot 35^\circ}{\cot 20^\circ}\right)$ |
| 3. $ \vec{a} \operatorname{cosec} 35^\circ = \vec{c} \left(1 + \frac{\tan 20^\circ}{\tan 35^\circ}\right)$ | 4. $ \vec{a} \operatorname{cosec} 20^\circ = \vec{c} \left(1 + \frac{\tan 35^\circ}{\tan 20^\circ}\right)$ |

13. กำหนดให้ A, B, C เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยม P เป็นจุดกึ่งกลางของ AC Q อยู่บน AB ทำให้ $AQ : QB = 1 : 2$

ถ้า $\vec{AB} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$ และ $\vec{BC} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ จงหา \vec{PQ}

- | | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1. $-\vec{i} - 2\vec{j}$ | 2. $2\vec{i} + \vec{j}$ | 3. $-2\vec{i} - \vec{j}$ | 4. $\vec{i} + 2\vec{j}$ |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|

14. กำหนดให้ z_1, z_2, z_3 เป็นรากของสมการ $(z + 2i)^3 = 8i$ จงหาค่าของ $|z_1| + |z_2| + |z_3|$

- | | | | |
|------|------|--------------------|-------|
| 1. 6 | 2. 8 | 3. $6 + 2\sqrt{3}$ | 4. 24 |
|------|------|--------------------|-------|

15. กำหนดอนุกรมเลขคณิต $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{201}$ ถ้า $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{201} = 303$

แล้วจงหาค่าของ $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{200}$

1. 287 2. 290 3. 297 4. 300

16. กำหนดให้ $c = \arcsin \frac{3}{5} + \operatorname{arccot} \frac{5}{3} - \arctan \frac{8}{19}$

ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\operatorname{arccot} \frac{1}{2x} + \operatorname{arccot} \frac{1}{3x} = c$ จงหาผลคูณของสมาชิกใน A

1. $-\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $-\frac{1}{6}$ 4. $\frac{1}{6}$

17. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ โดยที่ $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

ถ้า N เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสกราฟของ $f(x)$ ที่จุด $(a, f(a))$, $a > 0$

และ N มีระยะตัดแกน y เท่ากับ $\frac{5}{2}$ หน่วย แล้ว ข้อใดเป็นพิกัดของจุดบนเส้นตรง N

1. $(-2, 7)$ 2. $(-1, 4)$ 3. $(2, -4)$ 4. $(3, -5)$

18. กำหนดให้ $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ และ $C(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC

ถ้ากราฟของ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ผ่านจุด $A(0, 0)$, $B(1, 0)$

โดยที่ AC และ BC เป็นเส้นสัมผัสกราฟของ f ที่จุด $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ ตามลำดับ

แล้วพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ f และเส้นตรง AB มีค่าเท่าใด

1. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

2. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

19. ในการจัดคน 12 คน (มี GAT และ PAT รวมอยู่ด้วย) นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ GAT และ PAT ไม่ได้นั่งติดกัน

1. $\frac{1}{11}$

2. $\frac{2}{11}$

3. $\frac{9}{11}$

4. $\frac{10}{11}$

20. กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ในปริภูมิตัวอย่าง

ถ้า $P(B - A) = 0.2$, $P(B) = 0.6$ และ $P(A' \cup B) = 0.8$ แล้ว จงหา $P(A \cup B')$

1. 0.2

2. 0.4

3. 0.6

4. 0.8

21. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่
10 - 14	2
15 - 19	5
20 - 24	8
25 - 29	6
30 - 34	4

ถ้า a เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ และ b เป็น P_{88}
จงหาค่าของ $|a - b|$

1. 8.50 2. 7.75 3. 6.50 4. 6.25

22. กำหนด $\sum_{i=1}^N x_i = 1125$, $N = 45$ \bar{x} เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ ความแปรปรวนเท่ากับ 6.25

ถ้า A และ B เป็นนักเรียนของห้องนี้ A ได้ 30 คะแนน มีค่ามาตรฐาน มากกว่าค่ามาตรฐานของ B อยู่ 0.8 แล้ว B ได้กี่คะแนน

1. 26 2. 27 3. 28 4. 30

23. กำหนดให้ $x * y = (x + 1)(y + 1) - 1$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $(x - 1) * (x + 1) = (x * x) - 1$ 2. $x * (y + 2) = (x * y) + (x * 2)$
3. $x * (y * 2) = (x * y) * 2$ 4. $x * (x * y) = (x + 1)(x * y) + x$

24. กำหนดให้ S เป็นเซตของ (a, b, c) โดยที่ $a, b, c \in I^+$ ที่มีสมบัติสอดคล้องกับ

$$a + 2b + 3c \leq 50$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} + 1 = 10\left(\frac{b}{c} + \frac{b}{a} + 1\right)$$

จงหาจำนวนสมาชิกของ S

1. 24 2. 26 3. 29 4. 30

25. กำหนดให้ $M(x, y) = \begin{cases} x & , x \geq y \\ y & , y > x \end{cases}$ และ $m(x, y) = -M(-x, -y)$

ถ้า $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$, $c = \sin 54^\circ$ และ $d = \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

แล้ว $M(M(c, m(d, b)), m(a, m(c, b)))$ เท่ากับเท่าใด

1. a 2. b 3. c 4. d

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. กำหนดให้ $A, B, C \neq \emptyset$

$$n(U) = 44, n(B) = 19, n(A \cap B \cap C) = 2, n[(A \cap C) - B] = 3,$$

$$n[A \cap (B \cup C)'] = 6 \text{ และ } n(A' \cap B' \cap C') = 9 \text{ จงหา } n[(A \cup C) - B]$$

27. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{3x+1} - 17(2^{2x}) + 2^{x+3} = 0\}$

และ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 3x - 8| = x^2 + 3x\}$ จงหาผลบวกของสมาชิกใน $A \cup B$

28. ฟังก์ชัน f, g, h มีสมบัติว่า $(f \circ g)(x) = 3x - 14$

$f\left(\frac{x+6}{3}\right) = x - 2$, $h(2x - 1) = 6g(x) + 12$ จงหาค่าของ $h'(0)$

29. กำหนด $f(x) = |1 - 3x|$ และ S เป็นเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมด ที่สอดคล้องกับสมการ $(f \circ f)(x) = x$
 จงหาผลบวกของสมาชิกใน S

30. กำหนดให้ $M(a, b)$ เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุดตัดไฮเพอร์โบลา $xy = 6$ กับเส้นตรง $x - y - 1 = 0$
จงหาระยะระหว่างจุด M กับเส้นตรง $6x - 8y + 13 = 0$

31. จงหาค่าของ $\frac{\tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ}$

32. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -x \end{bmatrix}$ และ $\det(I - A^{-1}) = 0, x > 0$
จงหาค่าของ $\det \left[\frac{1}{2} A^{-1} (3I - 2A^t) \right]$

33. กำหนดจุด $A(3, 0)$, $B(3 + \sqrt{3}, 1)$ และ $C(a, b)$ โดยที่ C อยู่ในจุดภาคที่ 4 \overline{AB} กับ \overline{AC} ทำมุมกัน 60° และ $|\overline{AC}| = 2\sqrt{3} |\overline{AB}|$ จงหาค่าของ $a^2 + b^2$

34. กำหนดให้ $z = \left(i - \frac{1}{i+2}\right)^{-1}$ จงหาค่าของ $|16z^2 - 8z + 3 - 8i|$

35. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวน มีมัธยฐาน = ฐานนิยม = 15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16 ควอไทล์ที่ 1 เท่ากับ 14 และพิสัยเท่ากับ 7 จงหาความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้

36. จงหาค่า $x > 0$ ที่ทำให้ $1 + \frac{6}{1+x} + \frac{15}{(1+x)^2} + \frac{28}{(1+x)^3} + \dots = \frac{27}{4}$

37. กำหนดให้ $\{a_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่

$$a_1 = 1 \text{ และ } a_n = (-1)^n \left(\log_n \frac{1}{2}\right) \left(\log_{n-1} \frac{1}{3}\right) \dots \left(\log_2 \frac{1}{n}\right), n > 1$$

$$b_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{k^4 + k^2 + 1}\right) \text{ จงหาค่า } c \text{ ที่ทำให้ } \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + cb_n) = 4$$

38. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f''(x) = 0$ ทุกๆจำนวนจริง

ถ้า $f(0) = 23$ และ $f(1) = 103$ แล้ว จงหาค่าของ $\int_0^1 f(x) dx$

39. ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 10)$ และมีความชันมากกว่า -1 แต่น้อยกว่า 0

ถ้าพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง L กับแกน x จาก $x = 0$ ถึง $x = 6$ มีค่าเท่ากับ 51 ตารางหน่วย แล้ว จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง L กับแกน x จาก $x = 0$ ถึง $x = 3$

40. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x+8} + \sqrt[3]{x-8}}$

41. กำหนดให้ $a, b \in \mathbb{R}^+$ และ $\tan \theta = \frac{a}{b}$

ถ้า $\left(\frac{\cos \theta}{a}\right)^4 + \left(\frac{\sin \theta}{b}\right)^4 = \frac{\sin 2\theta}{ab(a^2+b^2)}$ แล้ว จงหาค่าของ $\left(\frac{3a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

42. กำหนดให้ $\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{1(2)+2(3)+3(4)+\dots+(n-1)n} = \frac{231}{228}$ จงหาค่าของ n

43. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว a, b, c ตามลำดับ และ $(\sin A - \sin B + \sin C)(\sin A + \sin B + \sin C) = 3 \sin A \sin C$ จงหาค่าของ $\sqrt{3 \operatorname{cosec}^2 B + 3 \sec^2 B}$

44. สุ่มเลือกจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 5 จำนวน
จงหาจำนวนวิธีที่จะได้จำนวนซึ่งมีผลรวมของทั้ง 5 จำนวนหารด้วย 3 ลงตัว

45. บัตร 8 ใบ ได้แก่ $\boxed{1}, \boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{3}, \boxed{4}, \boxed{4}$

เลือกมา 4 ใบ เพื่อสร้างจำนวนเต็ม 4 หลัก จะสร้างได้กี่จำนวน

46. สำหรับ $0 \leq x \leq 2\pi$ กำหนดให้ $A = \{x \mid \log_2(-3 \cos x) = 1 + 2 \log_2 \sin x\}$

และ $B = \{\sec 3x - \cos 2x \mid x \in A\}$ จงหาค่าของผลบวกของสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ใน B

47. คะแนนสอบของนักเรียน 500 คน กลุ่มหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 60 และ 6 คะแนน ตามลำดับ จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 51 คะแนน แต่น้อยกว่า 66 คะแนน

กำหนด

z	0.5	1.0	1.5	2.0
A	0.191	0.341	0.433	0.477

48. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีมัธยฐานเท่ากับ 12

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 8 และ $\sum_{i=1}^N (x_i - 10)^2 = 5440$ จงหาค่าของ N

49. กำหนดให้ $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ สอดคล้องกับสมการ $f(x + y) = f(x) + f(y) + 4xy$
โดยที่ $f(1) = 4$ จงหาค่าของ $f(20)$

50. กำหนดให้ $a(n, m) = a(n, m - 1) + a(n - 1, m - 1)$

$a(1, 1) = 10$, $a(2, 1) = 5$, $a(4, 1) = 4$ และ $a(4, 4) = 50$ จงหา $a(3, 1)$

เฉลย

1. 4	11. (1.25)	21. 2	31. 8	41. 27.25
2. 1	12. 4	22. 3	32. 5	42. 115
3. 3	13. 3	23. 2	33. 93	43. 4
4. 2	14. 2	24. 1	34. 5	44. 1001
5. 1	15. 4	25. 4	35. 5.6	45. 204
6. 1	16. 4	26. 16	36. 2	46. 1.5
7. 2	17. 2	27. 4	37. 10	47. 387
8. 2	18. 1	28. 3	38. 63	48. 80
9. 4	19. 3	29. 1.35	39. 27.75	49. 840
10. 1	20. 4	30. 2	40. 6	50. 7

แนวคิด

1. 4

ได้ p, q เป็นเท็จ ก. ได้ $\sim r \rightarrow \sim r$ ข. ได้ $T \rightarrow F$

2. 1

 x ทุกตัวทำให้ $P(x)$ เป็นจริง และ $Q(x)$ เป็นเท็จ

3. 3

 A มีมากกว่า B 1 ตัว, $A \cap B$ มี 3 ตัว, $A \cup B$ มี 8 ตัว $\rightarrow A - B$ มี 3 ตัว, $B - A$ มี 2 ตัว

4. 2

จัดรูปได้ $(2^x - 4)(2^x - \sqrt{2}) > 0$ ได้ $A = (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty) \rightarrow \{1, 2\}$

5. 1

 $5 - |3 - x| > 0$

6. 1

หาจุดตัดวงกลม กับเส้นตรงที่ผ่าน ศก กับ $(1, 3) : x - 2y + 5 = 0 \rightarrow (3, 4), (-5, 0)$ หรือ ใช้สามเหลี่ยมคล้าย $\frac{CA}{CP}$ ก็ได้

7. 2

 $(f \circ f)(x) = -\frac{1}{x}, x = -\tan 75^\circ = -\tan(45^\circ + 30^\circ) = -(2 + \sqrt{3})$

8. 2

จัดรูปได้ $3^2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 2^2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 \rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{2}, 1 \rightarrow \theta = \pi + \frac{\pi}{6}$

9. 4

จัดรูปได้ $\frac{(y+2)^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$ ได้ $F(0, 1), (0, -5) \rightarrow c = \frac{3}{4} \rightarrow x = -3 - \frac{3}{4}$

10. 1

$$\text{คูณ } A^2 \text{ ทางซ้าย : } 2A - 3A^2B = A^2 \rightarrow 2 \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ ab & 3a + b^2 \end{bmatrix} \rightarrow a = -1, b = 2$$

11. (1.25)

วาดรูป แรกขา ระบบสมการ หาจุดมุม ได้ (0, 50), (0,40), (3.75, 32.5), (7.5, 45), (18.75, 22.5)

ตัด (0, 40) ที่ เพราะ แท้ (0, 50) อยู่แล้ว และ ตัด (3.75, 32.5) ที่ เพราะ แท้ (7.5, 45) อยู่แล้ว

จำนวนจุดต้องเป็นจำนวนเต็ม จุด (3.75, 32.5) กับ (18.75, 22.5) จะต้องถูกปรับให้เป็นจำนวนเต็มตอนหลัง แต่ตอนนี้ จะหาก่อน ว่าค่ามากที่สุด จะเกิด “แถวๆจุดมุมไหน” จะยอมให้มันเป็นทศนิยมได้ ไปก่อน

$$(0, 50) = (0)(40) + 50B = 50B$$

$$(7.5, 45) = (7.5)(40) + 45B = 300 + 45B$$

$$(18.75, 22.5) = (18.75)(40) + 22.5B = 750 + 22.5B$$

- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดที่ (0,50) $\rightarrow 50B = 750$ ได้ $B = 15$
แต่ $B = 15$ จะทำให้ $50B$ แท้ $300 + 45B$ ขัดแย้งกับที่สมมติให้ ค่ามากที่สุดเกิดที่ (0,50)
- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดแถวๆ (7.5,45) $\rightarrow 300 + 45B \sim 750$ ได้ $B \sim 10$
แต่ $B \sim 10$ จะทำให้ $300 + 45B$ แท้ $750 + 22.5B$ ขัดแย้งกับที่สมมติให้ ค่ามากที่สุดเกิดแถวๆ (7.5,45)
- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดแถวๆ (18.75, 22.5) $\rightarrow 750 + 22.5B \sim 750$ ได้ $B \sim 0$
จะเห็นว่า ถ้า $B \sim 0$ จะได้ว่า $750 + 22.5B$ ชนะ $300 + 45B$ และ $50B$ จึงไม่ขัดแย้ง
ดังนั้น ค่ามากที่สุด จะเกิด “แถวๆ” (18.75, 22.5)

จุดแถวๆ (18.75, 22.5) ที่เป็นจำนวนเต็ม และยังสอดคล้องกับสมการเงื่อนไขทั้งหมด คือ (18, 24), (18, 23)

หมายเหตุ (18,24) อยู่บนเส้น $2x + y = 60$ แล้ว จึงไม่ต้องคิด (17, ?) อีก

ตัด (18, 23) ที่ เพราะ แท้ (18, 24) อยู่แล้ว สุดท้าย แก้สมการ (18)(40) + 24B = 750 ได้ $B = 1.25$

12. 4

$$\text{แนวราบ : } |\vec{c}| \cos 20^\circ = |\vec{b}| \cos 35^\circ ; \text{ แนวตั้ง } |\vec{a}| = |\vec{c}| \sin 20^\circ + |\vec{b}| \sin 35^\circ$$

$$\text{หาร } \sin 20^\circ \text{ ตลอด แล้วแทน } |\vec{b}| = \frac{|\vec{c}| \cos 20^\circ}{\cos 35^\circ}$$

13. 3

$$= \overline{PA} + \overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{CA} + \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{2}(\overline{CB} + \overline{BA}) + \frac{1}{3}\overline{AB} = -\frac{1}{2}\overline{BC} - \frac{1}{6}\overline{AB}$$

14. 2

$$8i = 8\angle 90^\circ \rightarrow z + 2i = 2\angle 30^\circ, 150^\circ, 270^\circ = \sqrt{3} - i, -\sqrt{3} - i, -2i$$

15. 4

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{201} = \frac{101}{2}(a_1 + a_{201}) = 303 \rightarrow a_1 + a_{201} = 6$$

$$\text{อนุกรมเลขคณิต จะมี } a_1 + a_{201} = a_2 + a_{200} \rightarrow a_2 + a_4 + \dots + a_{200} = \frac{100}{2}(a_2 + a_{200}) = \frac{100}{2}(6) = 300$$

16. 4

$$\cot\left(\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3}\right) = \frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{3} - 1}{\frac{5}{3} + \frac{4}{3}} = \frac{11}{27} \rightarrow \cot\left(\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3} - \arctan\frac{8}{19}\right) = \frac{\frac{19}{8} \cdot \frac{11}{27} + 1}{\frac{19}{8} - \frac{11}{27}} = \frac{425}{425} = 1$$

ใส่ cot สองข้าง : $\frac{1}{\frac{1}{3x+2x}} = 1 \rightarrow x = \frac{1}{6}, -1$ แต่ -1 ไม่ได้ เพราะ $\operatorname{arccot} -\frac{1}{2} + \operatorname{arccot} -\frac{1}{3} > 180^\circ$

แต่ $\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3} - \arctan\frac{8}{19}$ ไม่มีทาง $> 180^\circ$

17. 2

$$f \text{ ชั้น } \frac{2}{3} a^{-\frac{1}{3}} \rightarrow N \text{ ชั้น } -\frac{3}{2} a^{\frac{1}{3}} = \frac{f(a) - \frac{5}{2}}{a-0} \rightarrow \dots \rightarrow (3a^{\frac{2}{3}} + 5)(a^{\frac{2}{3}} - 1) = 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow N : y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

18. 1

$$\text{ผ่าน } (0, 0), (1, 0) \rightarrow f(x) = a(x)(x-1) = ax^2 - ax \rightarrow f'(x) = 2ax - a \rightarrow f'(0) = \frac{\sqrt{3}-0}{\frac{2}{1}-0}$$

$$\rightarrow a = -\sqrt{3} \rightarrow f(x) = -\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x \rightarrow \text{พท} = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

19. 3

$$= 1 - \frac{(2)(11-1)!}{(12-1)!}$$

20. 4

$$A' \cup B \text{ กับ } B - A \text{ เป็นส่วนตรงข้ามกัน} \rightarrow P(A' \cup B) = 1 - P(B - A) = 0.8$$

21. 2

$$\text{ลดทอนข้อมูล } \bar{d} = \frac{5}{25} = 0.2 \rightarrow \bar{x} = (0.2)(5) + 22 = 23 ; P_{88} = 29.5 + \left(\frac{88(25)-21}{100-4}\right)(5) = 30.75$$

22. 3

$$s = \sqrt{6.25} = 2.5 \rightarrow \frac{30-\bar{x}}{2.5} - \frac{B-\bar{x}}{2.5} = 0.8$$

23. 2

$$x * (y + 2) = (x + 1)(y + 3) - 1 = xy + 3x + y + 2$$

$$(x * y) + (x * 2) = (x + 1)(y + 1) - 1 + (x + 1)(3) - 1 = xy + 4x + y + 2$$

24. 1

$$\frac{ac+ab+bc}{bc} = 10\left(\frac{ab+bc+ac}{ac}\right) \rightarrow a = 10b \rightarrow 10b + 2b + 3c \leq 50 \rightarrow c \leq 16 - 4b$$

$$= (10, 1, 1..12), (20, 2, 1..8), (30, 3, 1..4)$$

25. 4

$$M = \text{ตัวมาก}, m = \text{ตัวน้อย}; d \sim \frac{2(1.4+(1.4)(1.7))}{3(1.4)+1.7} \sim \frac{7.6}{5.9} \sim 1.2 \rightarrow a > b > d > c$$

$$= M(M(c, m(d, b)), m(a, m(c, b)))$$

$$= M(M(c, d), m(a, c))$$

$$= M(d, c) = d$$

26. 16

$$= 44 - 9 - 19$$

27. 4

$$A: 2^x(2 \cdot 2^x - 1)(2^x - 8) = 0 \rightarrow x = -1, 3$$

$$B: x^2 - 3x - 8 = \pm(x^2 + 3x) \rightarrow x = 2, -2, -\frac{4}{3}$$

28. 3

$$f(x) = 3x - 8; g(x) = x - 2; h(x) = 3x + 3$$

29. 1.35

$$|1 - 3|1 - 3x|| = x \rightarrow 1 - 3|1 - 3x| = \pm x \rightarrow 3|1 - 3x| = 1 \pm x \rightarrow 3 - 9x = \pm(1 \pm x)$$

$$\text{แก้ 4 สมการ + ตรวจคำตอบ ได้ } x = \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$$

30. 2

แก้ระบบสมการ หาจุดตัด $xy = 6$ กับ $x - y - 1 = 0$ จะได้ $x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow$ ได้จุดตัด $(3, 2), (-2, -3)$

$$\text{จะได้ } M\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \text{ ดังนั้น ระยะ} = \frac{|6(\frac{1}{2}) - 8(-\frac{1}{2}) + 13|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{20}{10} = 2$$

31. 8

$$\begin{aligned} \tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ &= \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 4 \sin 20^\circ = \frac{\sin 20^\circ + 4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 60^\circ \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = -\frac{1}{2}(\cos 60^\circ - \cos 20^\circ) \sin 80^\circ = -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{2} \sin 80^\circ \cos 20^\circ$$

$$= -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{4}(\sin 100^\circ + \sin 60^\circ) = -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{4} \sin 100^\circ + \frac{1}{4} \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

32. 5

$$\text{ได้ } \det((A)(I - A^{-1})) = \det(A - I) = 0 \text{ ด้วย } \rightarrow (2x - 1)(-2)(-x - 1) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, -1$$

$$\det A = 2 \left(\frac{1}{2}\right)(-1) \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}; \det(3I - 2A^t) = \left(3 - 2(2) \left(\frac{1}{2}\right)\right) \left(3 - 2(-1)\right) \left(3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 20$$

$$\det \left[\frac{1}{2} A^{-1} (3I - 2A^t) \right] = \left(\frac{1}{2^3}\right) \left(\frac{2}{1}\right) (20) = 5$$

33. 93

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}, |\overline{AB}| = 2, |\overline{AC}| = 4\sqrt{3}, \overline{AB} \cdot \overline{AC} = (2)(4\sqrt{3}) \cos 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AC} = \begin{bmatrix} a-3 \\ b \end{bmatrix}, |\overline{AC}| = \sqrt{(a-3)^2 + b^2} = 4\sqrt{3} \dots (1)$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \sqrt{3}(a-3) + b = 4\sqrt{3} \dots (2) \rightarrow (3, 4\sqrt{3}), (9, -2\sqrt{3})$$

34. 5

$$z = \frac{1+3i}{-4} \rightarrow = |-3 + 4i|$$

35. 5.6

แบ่ง 2 กรณี : $a, b, 15, 15, c$ กับ $a, 15, 15, b, c$ กรณีแรกได้ $a + b = 28 \rightarrow c = 22 \rightarrow a = 15$ ซัดแย้ง
กรณีหลังได้ $a = 13 \rightarrow c = 20 \rightarrow b = 17$

36. 2

ให้ $r = \frac{1}{1+x}$ เอาสมการคูณ r ตลอด ลบตัวเอง สองรอบ ได้ $1 + \frac{4r}{1-r} = (1-r)^2 \left(\frac{27}{4}\right)$
กระจาย ได้ $27r^3 - 81r^2 + 93r - 23$ แทน $r = \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \dots$ ได้ $r = \frac{1}{3}$

37. 10

$a_n = (-1)^n (-1)^{n-1} = -1$; b_n ใช้เทเลสโคป $\rightarrow \frac{k}{(k^2-k+1)(k^2+k+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^2-k+1} - \frac{1}{k^2+k+1} \right) \rightarrow = \frac{1}{2}$

38. 63

$f(x) = 80x + 23 \rightarrow (40)(1)^2 + 23(1)$

39. 27.75

$L: y = mx + 10 \rightarrow \frac{m}{2}(6^2) + 10(6) = 51 \rightarrow m = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{พท} = -\frac{1}{4}(3^2) + 10(3)$

40. 6

คูณเศษส่วนด้วย $(x+8)^{\frac{2}{3}} - (x+8)^{\frac{1}{3}}(x-8)^{\frac{1}{3}} + (x-8)^{\frac{2}{3}}$

41. 27.25

แทน $\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ได้ $\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 = 2 \rightarrow \frac{a}{b} = 1$

42. 115

เศษ = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; ส่วนเต็ม $(0)(1)$ ให้ครบ n ตัว $= \sum_{i=1}^n (i-1)i = \sum i^2 - \sum i = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2}$

คูณ $\frac{6}{n(n+1)}$ ทั้งเศษส่วน $\rightarrow \frac{2n+1}{2n+1-3} = \frac{2n+1}{2n-2} = \frac{231}{223} \rightarrow n = 115$

43. 4

แทน $\sin A = \frac{a \sin B}{b}, \sin C = \frac{c \sin B}{b}$ แล้วคูณตลอดด้วย $\frac{b^2}{\sin^2 B}$ ได้ $(a-b+c)(a+b+c) = 3ac$

กระจาย จัดรูป ได้ $b^2 = a^2 + c^2 - ac$ แต่ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ ได้ $\cos B = \frac{1}{2}$

44. 1001

1 - 15 มีตัวหารด้วย 3 เหลือเศษ 0, 1, 2 อย่างละ 5 ตัว \rightarrow แบ่ง 7 กรณี

$= \binom{5}{5} \binom{5}{0} \binom{5}{0} + \binom{5}{3} \binom{5}{1} \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \binom{5}{3} \binom{5}{0} + \binom{5}{2} \binom{5}{0} \binom{5}{3} + \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{2} + \binom{5}{0} \binom{5}{4} \binom{5}{1} + \binom{5}{0} \binom{5}{1} \binom{5}{4}$

45. 204

แบ่ง 3 กรณี : ซ้ำสองคู่, ซ้ำ 1 ต่าง 2, ต่างหมด $= \binom{4}{2} \frac{4!}{2!2!} + \binom{4}{1} \binom{3}{2} \frac{4!}{2!} + \binom{4}{4} 4!$

46. 1.5

$\log_2(-3 \cos x) = \log_2 2 + \log_2 \sin^2 x \rightarrow -3 \cos x = 2 \sin^2 x = 2(1 - \cos^2 x) \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$, ✗
 หลัง log ต้องเป็นบวก $\rightarrow x$ อยู่ $Q_3 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)$

47. 387

51 มี $z = -1.5$, 66 มี $z = 1 \rightarrow \text{พท} = 0.433 + 0.341 = 0.774 = 387$

48. 80

แจกแจงปกติ จะมี \bar{x} = มัธยฐาน = ฐานนิยม ดังนั้น $\bar{x} = 12$ ด้วย

จากสูตร $s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$ จะได้ $\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - 12^2} = 8$ จัดรูป จะได้ $\sum x_i^2 = 208N$

กระจาย $\sum (x_i - 10)^2$ ได้ $\sum (x_i^2 - 20x_i + 100) = \sum x_i^2 - 20\sum x_i + \sum 100 \dots (*)$

จาก $\bar{x} = 12$ จะได้ $\frac{\sum x_i}{N} = 12$ ดังนั้น $\sum x_i = 12N$ และ $\sum 100$ คือ 100 บวกกัน N ครั้ง จะเท่ากับ $100N$

แทนค่าต่างๆใน (*) จะได้ $\sum (x_i - 10)^2 = 208N - 20(12N) + 100N$
 $5440 = 68N$

ดังนั้น $N = \frac{5440}{68} = 80$

49. 840

แทน (1, 1) ได้ $f(2) = 12 \rightarrow$ แทน (2, 2) ได้ $f(4) = 40 \rightarrow$ แทน (4, 4) ได้ $f(8) = 144 \rightarrow$ แทน (8, 8) ได้ $f(16) = 544 \rightarrow$ แทน (4, 16) ได้ $f(20) = 840$

50. 7

$a(n, m) = a(n, m - 1) + a(n - 1, m - 1)$ แปลว่า ช่องทางขวา = 2 ช่องซ้ายบวกกัน

$n \backslash m$	1	2	3	4
1	10			
2	5	15		
3	x	$x + 5$	$x + 20$	
4	4	$x + 4$	$2x + 9$	50

$x + 20 + 2x + 9 = 50$