

PAT 1 (ต.ค. 52)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 10 ตุลาคม 2552 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $\{-2, -1, 1, 2\}$ ประโยคในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- | | |
|--|--|
| 1. $\exists x \exists y [x \leq 0 \wedge x = y + 1]$ | 2. $\exists x \forall y [x \leq y \wedge -(x + y) \geq 0]$ |
| 3. $\forall x \exists y [x + y = 0 \vee x - y = 0]$ | 4. $\forall x \forall y [x < y \vee x > y]$ |

2. กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ก. ถ้า $q \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว p และ $p \vee [(q \wedge r) \Rightarrow p]$ มีค่าความจริงเหมือนกันข. ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว r และ $(p \Rightarrow q) \wedge r$ มีค่าความจริงเหมือนกัน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก และ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด และ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

3. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}\}$ และ $P(A)$ แทนเซตกำลังของ A พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $A \cap P(A) = \{0, 1, 2\}$

ข. $n(A - P(A)) < n(P(A) - A)$

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก และ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด และ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

4. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$

$A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|-------------------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 1. $[-3\sqrt{5}, -0.9]$ | 2. $[-1.1, 0]$ | 3. $[0, 3\sqrt{5}]$ | 4. $[1, 5\sqrt{3}]$ |
|-------------------------|----------------|---------------------|---------------------|

5. กำหนดให้ $S = \left\{x \mid \frac{x}{x^2 - 3x + 2} \geq \frac{x+2}{x^2 - 1}\right\}$ ช่วงในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสับเซตของ S

- | | | | |
|--------------------|----------------|----------------|------------------|
| 1. $(-\infty, -3)$ | 2. $(-1, 0.5)$ | 3. $(-0.5, 2)$ | 4. $(1, \infty)$ |
|--------------------|----------------|----------------|------------------|

6. กำหนดให้ $S = [-2, 2]$ และ $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x^2 + 2y^2 = 2\}$

ช่วงในข้อต่อไปนี้เป็นสับเซตของ $D_r - R_r$

1. $(-1.4, -1.3)$ 2. $(-1.3, -1.2)$ 3. $(1.2, 1.4)$ 4. $(1.4, 1.5)$

7. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน AB ยาว $\sqrt{2}$ หน่วย

ถ้า $BC^3 + AC^3 = 2BC + 2AC$ แล้ว $\cot C$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. 1 4. $\sqrt{3}$

8. ถ้า $x > 0$ และ $8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$ แล้ว ค่าของ x อยู่ในข้อต่อไปนี้เป็น

1. $[0, 1)$ 2. $[1, 2)$ 3. $[2, 3)$ 4. $[3, 4)$

9. กำหนดให้ $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ และ

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 10x - 10y + 49 = 0\}$$

ถ้า $p \in A$ และ $q \in B$ แล้ว ระยะทางมากที่สุดที่เป็นไปได้ระหว่างจุด p และ q เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $5\sqrt{2}$ หน่วย 2. $2 + 5\sqrt{2}$ หน่วย 3. $2\sqrt{5}$ หน่วย 4. $5 + 2\sqrt{5}$ หน่วย

10. กำหนดให้ E เป็นวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุดยอดของไฮเพอร์โบลา $x^2 - y^2 = 1$

ถ้า E ผ่านจุด $(0, 1)$ แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บน E

1. $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 2. $(1, \sqrt{2})$ 3. $(1, -\frac{1}{2})$ 4. $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

11. กำหนดให้ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ สอดคล้องกับสมการ $AX = C$ เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ถ้า $(2A + B)X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ แล้ว $a + b + c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 2. 6 3. 9 4. 12

12. ถ้า $\det \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ 2 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \end{pmatrix} = \frac{1}{x-1}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

13. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ซึ่ง \vec{u} ตั้งฉากกับ \vec{v} และ $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$
ข. $\vec{u} + 2\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $2\vec{u} - \vec{v}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

14. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ถ้า ลำดับ a_n ลู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า
ข. ถ้า อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a_n}{2^n}\right)$ ลู่เข้า

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

15. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับ $z^3 - 2z^2 + 2z = 0$ และ $z \neq 0$

ถ้า อาร์กิวเมนต์ของ z อยู่ในช่วง $(0, \frac{\pi}{2})$ แล้ว $\frac{z^4}{(z)^2}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-2i$ 2. $1 - i$ 3. $1 + i$ 4. $2i$

16. ลูกโป่งหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้า หยิบลูกแก้วจากถุงทีละลูก 3 ครั้งโดยไม่ได้คืน แล้วความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้ว ลูกที่หนึ่ง สอง และสาม เป็นสีแดง สีเขียว และสีเหลือง ตามลำดับเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{21}$ 2. $\frac{1}{22}$ 3. $\frac{3}{22}$ 4. $\frac{3}{25}$

17. กล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 12 หลอด เป็นหลอดขั้วรูด 3 หลอด ถ้าหยิบหลอดไฟ จากกล่องมา 4 หลอด แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดขั้วรูดไม่เกิน 1 หลอด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{14}{99}$ 4. $\frac{14}{55}$

18. ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมเป็น 7 โดยที่มีลูกเต๋าลูกหนึ่งขึ้นแต้มไม่น้อยกว่า 4 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{4}$

3. $\frac{1}{6}$

4. $\frac{1}{12}$

19. กำหนดให้ความสูงของคนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้ามีคนสูงกว่า 145 เซนติเมตรและ 165 เซนติเมตรอยู่ 84.13% และ 15.87% ตามลำดับ แล้ว สัมประสิทธิ์ของความแปรผันของความสูงของคนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

z	1.00	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจาก 0 ถึง z	0.3413	0.3686	0.3729	0.3770

1. $\frac{1}{31}$

2. $\frac{2}{31}$

3. $\frac{3}{31}$

4. $\frac{4}{31}$

20. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ หยิบข้อมูล x_1, x_2, x_3 มาคำนวณค่ามาตรฐานปรากฏว่าได้ค่าเป็น z_1, z_2, z_3 ตามลำดับ ถ้า $z_1 + z_2 = z_3$ แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $x_1 + x_2 - x_3$

2. $x_1 - x_2 - x_3$

3. $x_3 - x_2 - x_1$

4. $x_1 + x_2 + x_3$

21. กำหนดให้ A เป็นเซตซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. $1 \in A$

ข. ถ้า $x \in A$ แล้ว $\frac{1}{x} \in A$

ค. $x \notin A$ ก็ต่อเมื่อ $2x \in A$

จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของ A

1. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{1}{8}$

3. $\frac{1}{16}$

4. $\frac{1}{32}$

22. ถ้า θ เป็นมุมซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว จากเวลาเที่ยงวันถึงบ่ายโมง เข็มยาวและเข็มสั้นของนาฬิกาจะทำมุมกันเท่ากับ θ เป็นครั้งแรกเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที

1. $\frac{2\theta}{13}$ นาที

2. $\frac{2\theta}{11}$ นาที

3. $\frac{2\theta}{9}$ นาที

4. $\frac{2\theta}{7}$ นาที

23. กำหนดให้ $I_n = (0, 1) \cap (\frac{1}{2}, 2) \cap (\frac{2}{3}, 3) \cap \dots \cap (\frac{n-1}{n}, n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ

ค่าของ n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $I_n \subseteq (\frac{2551}{2554}, \frac{2553}{2552}]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2554

2. 2552

3. 1277

4. 1276

โจทย์สำหรับข้อ 24 - 25

นาย ก, ข, ค, ง, จ และ ฉ นั่งเก้าอี้ 6 ตัวที่มีหมายเลข 1 ถึง 6 เรียงแถวหน้ากระดานจากซ้ายไปขวา โดยมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 หรือ 6
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ค
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ข
- นาย ฉ นั่งติดด้านซ้ายของนาย จ

24. ถ้า นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 และนาย ข นั่งเก้าอี้หมายเลข 5 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 4 | 2. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 6 |
| 3. นาย ฉ นั่งเก้าอี้หมายเลข 2 | 4. นาย ง นั่งเก้าอี้หมายเลข 6 |

25. ถ้ากำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมให้มีคนนั่งคั่นกลางระหว่างนาย ข และ ค อยู่ 3 คน แล้ว จำนวนวิธีของการนั่งทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1. 1 วิธี | 2. 2 วิธี | 3. 3 วิธี | 4. 4 วิธี |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

ตอนที่ 2 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดเซตและจำนวนสมาชิกของเซตตามตารางต่อไปนี้

เซต	A	B	C	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	$(A \cap B) \cup C$
จำนวนสมาชิก	15	17	22	23	29	32	28

จำนวนสมาชิกในเซต $A \cup B \cup C$ เท่ากับเท่าใด

2. ถ้า a เป็น ห.ร.ม. ของ 403 และ 465 และ b เป็น ห.ร.ม. ของ 431 และ 465 แล้ว $a - b$ มีค่าเท่าใด

3. ถ้า $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = 2f(x)$ แล้ว $g \circ f(3) + f \circ g^{-1}(3)$ มีค่าเท่าใด

4. ถ้า $f(x) = \sqrt[3]{x}$ และ $g(x) = \frac{x}{1+x}$ แล้ว $(f^{-1} + g^{-1})(2)$ มีค่าเท่าใด

5. ถ้า $1 - \cot 20^\circ = \frac{x}{1 - \cot 25^\circ}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

6. ถ้า $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{3}{2}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ แล้ว $\arccos(\tan 3\theta)$ มีค่าเท่าใด

7. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้าวงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 1)$ และมีเส้นตรง $x - y + 2 = 0$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม แล้ว $|a + b + c|$ เท่ากับเท่าใด
8. พาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(-1, 0)$ และมีจุดกำเนิดเป็นโฟกัส ถ้าเส้นตรง $y = x$ ตัดพาราโบลาที่จุด P และจุด Q แล้วระยะทางระหว่างจุด P กับจุด Q เท่ากับเท่าใด
9. กำหนด $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ แล้ว $\log_y x^3$ มีค่าเท่าใด

10. รากที่มีค่าน้อยที่สุดของสมการ $2^{\log(x-2)} \cdot 2^{\log(x-3)} = 2^{\log 2}$ มีค่าเท่าใด

11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 8 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 1 ของ A^{-1} เท่ากับเท่าใด

12. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี D เป็นจุดบนด้าน AC และ F เป็นจุดบนด้าน BC ถ้า $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ และ $\overrightarrow{DF} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BC}$ แล้ว $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่าใด

13. กำหนดให้ w, z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $\bar{w} = z - 2i$ และ $|w|^2 = z + 6$
 ถ้าอาร์กิวเมนต์ของ w อยู่ในช่วง $[0, \frac{\pi}{2}]$ และ $w = a + bi$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

14. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $a < b$
 ถ้าค่ามากที่สุดและค่าน้อยสุดของ $P = 2x + y$ เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $a \leq x + 2y \leq b$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ มีค่าเท่ากับ 100 และ 10 ตามลำดับ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

15. ถ้า a_n เป็นลำดับเลขคณิตซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{n} \right) = 4$ แล้ว $\sqrt{\frac{a_{17} - a_9}{2}}$ มีค่าเท่าใด

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+12n+27n+\dots+3n^3}{1+8+27+\dots+n^3} \right)$ มีค่าเท่าใด

17. ถ้า $f'(x) = x^2 - 1$ และ $\int_0^1 f(x) dx = 0$ แล้ว $|f(1)|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

18. กำหนดให้ $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ $b \neq 0$
ถ้า $2f'(1) = f(1)$ แล้ว $\frac{f(4)}{f'(9)}$ มีค่าเท่าใด

19. กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีค่าสูงสุดที่ $x = 1$

ถ้า $f''(x) = -4$ ทุก x และ $f(-1) + f(3) = 0$ แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่าใด

20. มีสิ่งของซึ่งแตกต่างกันอยู่ 8 ชิ้น ต้องแบ่งให้คน 2 คน คนหนึ่งได้ 6 ชิ้น

และอีกคนหนึ่งได้ 2 ชิ้น จะมีจำนวนวิธีแบ่งกี่วิธี

21. ในการแข่งขันฟุตบอลฤดูกาลหนึ่ง มีทีมเข้าร่วมการแข่งขัน 7 ทีม จัดแข่งแบบพบกันหมด (แต่ละทีมต้องลงแข่งกับทีมอื่นทุกทีม) จะต้องจัดการแข่งขันกี่นัด

22. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากเป็นดังนี้ $1, 4, x, y, 9, 10$

ถ้ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $\frac{8}{3}$ แล้ว $y - x$ มีค่าเท่าใด

23. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวนและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12

ถ้าควอไทล์ที่ 1 และ 3 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 5 และ 20 ตามลำดับ แล้ว เดไซล์ที่ 5 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่าใด

24. กำหนดตารางแจกแจงความถี่แสดงอายุของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
จำนวน (คน)	5	10	A	20	10	10

ถ้าอายุเฉลี่ยของคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับ 33.33 ปี แล้ว จำนวนคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับเท่าใด

25. กำหนดให้ข้อมูล X และ Y มีความสัมพันธ์กันดังตารางต่อไปนี้

X	1	2	3	3
Y	1	3	4	6

ถ้าสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังกล่าวอยู่ในรูป $Y = a + bX$

แล้วเมื่อ $X = 10$ ค่าของ Y เท่ากับเท่าใด

เฉลย

1. 4
2. 1
3. 3
4. 1
5. 2
6. 4
7. 1
8. 2
9. 2
10. 1

11. 3
12. 4
13. 1
14. 4
15. 1
16. 2
17. (42/55)
18. 3
19. 2
20. 1

21. 3
22. 2
23. (852)
24. 3
25. 4
1. 33
2. 30
3. 7.5
4. 6
5. 2

6. 0
7. 5.5
8. 8
9. 6
10. 4
11. 0.2
12. 9
13. 4
14. 70
15. ($\sqrt[4]{32}$)

16. 4
17. 0.25
18. 12
19. 8
20. 56
21. 21
22. 2
23. 10
24. -
25. 19