

## PAT 1 (ก.ค. 52)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 11 กรกฎาคม 2552 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ข้อ 1 - 50 รวม 300 คะแนน

1. กำหนดให้  $P(x)$  และ  $Q(x)$  เป็นประโยคเปิดประโยค  $\forall x[P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)]$  สมมูลกับประโยคในข้อใดต่อไปนี้

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\forall x[\sim P(x)] \rightarrow \exists x[Q(x)]$ | 2. $\forall x[Q(x)] \rightarrow \exists x[\sim P(x)]$ |
| 3. $\exists x[P(x)] \rightarrow \forall x[Q(x)]$      | 4. $\exists x[\sim Q(x)] \rightarrow \forall x[P(x)]$ |

2. กำหนดให้  $\mathcal{U} = \{n \in I^+ \mid n \leq 10\}$  ประโยคในข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\forall x \forall y [(x^2 = y^2) \rightarrow (x = y)]$ | 2. $\forall x \exists y [(x \neq 1) \rightarrow (x > y^2)]$ |
| 3. $\exists x \forall y [xy \leq x + y]$                   | 4. $\exists x \exists y [(x - y)^2 \geq y^2 + 9xy]$         |

3. ในการสำรวจความเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 880 คน เพื่อสอบถามข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาต่อ ปรากฏผลดังนี้

มีผู้ต้องการศึกษาต่อ 725 คน

มีผู้ต้องการทำงาน 160 คน

มีผู้ต้องการศึกษาต่อหรือทำงาน 813 คน

ผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและทำงานด้วยมีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 67 คน                      2. 72 คน                      3. 85 คน                      4. 90 คน

4. กำหนดให้  $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1.  $\{1, 2\} \in A$                       2.  $\{1, 2, 3\} \in A$   
 3.  $\{1, 2\} \subset A$                       4.  $\{1, 2, 3\} \subset A$

5. กำหนดให้  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\frac{(2x+1)(x-1)}{2-x} \geq 0$   
 และ  $B$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $2x^2 - 7x + 3 < 0$

ถ้า  $A \cap B = [c, d)$  แล้ว  $6c - d$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4                      2. 5                      3. 6                      4. 7

6. กำหนดให้  $A = \{x \mid (x^2 - 1)(x^2 - 3) \leq 15\}$

ถ้า  $a$  เป็นสมาชิกค่าน้อยสุดในเซต  $A$  และ  $b$  เป็นสมาชิกค่ามากสุดในเซต  $A$  แล้ว  $(b - a)^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 24                                      2. 16                                      3. 8                                      4. 4

7. กำหนดให้  $S$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดในเซต  $S \cap (2, \infty)$  และ  $b$  เป็นจำนวนลบที่มีค่ามากที่สุดซึ่ง  $b \notin S$  แล้ว  $a^2 - b^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -9                                      2. -5                                      3. 5                                      4. 9

8. กำหนดให้  $f(x) = x - 5$  และ  $g(x) = x^2$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงซึ่ง  $g \circ f(a) = f \circ g(a)$  แล้ว  $(fg)(a)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -25                                      2. -18                                      3. 18                                      4. 25





15. กำหนดให้

$$S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 17\}$$

$$A = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 1\}$$

$$B = \{(x, y) \mid y^2 - x^2 = 1\}$$

ถ้า  $p \in S \cap A$  และ  $q \in S \cap B$  แล้วระยะทางน้อยสุดที่เป็นไปได้ระหว่างจุด  $p$  และ  $q$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $3\sqrt{2} - 4$

2.  $3\sqrt{2} - 2$

3.  $2\sqrt{3} - 2$

4.  $2\sqrt{3} - 3$

16. ระยะทางจากโฟกัสของพาราโบลา  $y^2 = -8x$  ไปยังเส้นตรง  $2x + y = 6$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $2\sqrt{5}$  หน่วย

2.  $5\sqrt{2}$  หน่วย

3.  $\frac{\sqrt{2}}{5}$  หน่วย

4.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  หน่วย

17. กำหนดให้วงรี  $E$  มีโฟกัสทั้งสองอยู่บนวงกลม  $C$  ซึ่งมีสมการเป็น  $x^2 + y^2 = 1$  ถ้า  $E$  สัมผัสกับ  $C$  ที่จุด  $(1, 0)$  แล้วจุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บน  $E$ 

1.  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

2.  $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

3.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

4.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

18. คำตอบของสมการ  $\log_{\sqrt{2}}(4-x) = \log_2(9-4x) + 1$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $[-10, -6)$       2.  $[-6, -2)$       3.  $[-2, 2)$       4.  $[2, 6)$

19. กำหนดให้  $x, y > 0$  ถ้า  $x^y = y^x$  และ  $y = 5x$  แล้ว ค่าของ  $x$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $[0, 1)$       2.  $[1, 2)$       3.  $[2, 3)$       4.  $[3, 4)$

20. กำหนดให้  $a, b, c > 1$

ถ้า  $\log_a d = 30$ ,  $\log_b d = 50$  และ  $\log_{abc} d = 15$  แล้วค่าของ  $\log_c d$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 75      2. 90      3. 120      4. 150

21. กำหนดให้  $A$  เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ  $2 \times 2$  และ  $\det(A) = 4$

ถ้า  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์และ  $A - 3I$  เป็นเมทริกซ์เอกฐาน แล้ว  $\det(A + 3I)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0                                      2. 6                                      3. 13                                      4. 26

22. ถ้า  $x, y, z$  เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการเชิงเส้น

$$2x - 2y - z = 1$$

$$x - 3y + z = 7$$

$$-x + y - z = -5$$

แล้ว  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0                                      2. 2                                      3. 5                                      4. 8

23. ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นเมทริกซ์ซึ่ง  $2A - B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$  และ  $A + 2B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

แล้ว  $(AB)^{-1}$  คือเมทริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$                                       2.  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$                                       3.  $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$                                       4.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$



24. กำหนดให้  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย

ถ้าเวกเตอร์  $3\vec{u} + \vec{v}$  ตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\vec{u} + 3\vec{v}$  แล้วเวกเตอร์  $5\vec{u} - \vec{v}$  มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 หน่วย                      2.  $3\sqrt{2}$  หน่วย                      3. 4 หน่วย                      4.  $4\sqrt{2}$  หน่วย

25. กำหนดให้  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์ซึ่ง  $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \neq |\vec{u}||\vec{v}|$

ถ้า  $a(\vec{v} - 2\vec{u}) + 3\vec{u} = b(2\vec{u} + \vec{v})$  แล้วค่าของ  $a$  อยู่ในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\left[0, \frac{1}{2}\right)$                       2.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$                       3.  $\left[1, \frac{3}{2}\right)$                       4.  $\left[\frac{3}{2}, 2\right)$

26. กำหนดให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $z^4 + 1 = 0$

ค่าของ  $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                                      2. 2                                      3. 3                                      4. 4





33. ถ้า  $f, g$  และ  $h$  สอดคล้องกับ  $f(1) = g(1) = h(1) = 1$  และ  $f'(1) = g'(1) = h'(1) = 2$  แล้วค่าของ  $(fg + h)'(1)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 1                                      2. 2                                      3. 4                                      4. 6

34. เส้นตรงซึ่งตัดตั้งฉากกับเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง  $y = 2x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  ที่จุด  $x = 1$  คือเส้นตรงในข้อใดต่อไปนี

1.  $13x - 2y - 11 = 0$                                       2.  $13x + 2y - 15 = 0$   
3.  $2x - 13y + 11 = 0$                                       4.  $2x + 13y - 15 = 0$

35. ต้องการสร้างจำนวนคู่บวก 4 หลัก จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 7, 8 โดยแต่ละจำนวนที่สร้างขึ้นไม่มีเลขโดดในหลักใดที่ซ้ำกันเลย จะมีจำนวนวิธีที่สร้างได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 180                                      2. 156                                      3. 144                                      4. 136

36. จำนวนเต็มที่มีค่าตั้งแต่ 100 ถึง 999 ที่หารด้วย 2 ลงตัว แต่หารด้วย 3 ไม่ลงตัว มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 250

2. 283

3. 300

4. 303

37. ถูบหนึ่งบรรจุลูกกวาดรสสตรอเบอรี่ 5 ลูก รสชอคโกแลต 4 ลูก รสกาแฟ และรสมินท์อย่างละ 2 ลูก หากสุ่มหยิบลูกกวาดจากถูบนี้มา 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกกวาดต่างรสกันทั้งหมด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{57}{143}$

2.  $\frac{58}{143}$

3.  $\frac{59}{143}$

4.  $\frac{60}{143}$

38. กำหนดให้  $A = \{(0, n) \mid n = 1, 2, \dots, 10\}$  และ  $B = \{(1, n) \mid n = 1, 2, \dots, 10\}$

ในการเลือกจุดสองจุดที่แตกต่างกันจากเซต  $A$  และอีกหนึ่งจุดจากเซต  $B$  เพื่อเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมบนระนาบ ความน่าจะเป็นที่จะได้รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{8}{45}$

2.  $\frac{9}{45}$

3.  $\frac{10}{45}$

4.  $\frac{11}{45}$

39. ในลิ้นชักมีถุงเท้าสีขาว 4 คู่ สีดำ 3 คู่ และสีน้ำเงิน 2 คู่ แต่ไม่ได้จัดเรียงไว้เป็นคู่ๆ

ถ้าสุ่มหยิบถุงเท้ามา 2 ข้าง ความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าสีเดียวกันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}$

2.  $\frac{2}{3}$

3.  $\frac{43}{153}$

4.  $\frac{49}{153}$

40. ถ้าความยาวรัศมีของวงกลม 10 วงมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3 และมีความแปรปรวนเท่ากับ 5 แล้วผลรวมของพื้นที่วงกลมทั้ง 10 วงนี้ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $90\pi$

2.  $95\pi$

3.  $140\pi$

4.  $340\pi$

41. กำหนดตารางแจกแจงความถี่แสดงความสูงของนักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

ความสูง (เซนติเมตร)	จำนวนนักเรียน (คน)
120 - 129	10
130 - 139	20
140 - 149	40
150 - 159	50
160 - 169	30

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- มัธยฐานของความสูงมีค่าน้อยกว่า 149 เซนติเมตร
- ฐานนิยมของความสูงมีค่าน้อยกว่า 147 เซนติเมตร
- ควอไทล์ที่ 3 ของความสูงมีค่ามากกว่า 150 เซนติเมตร
- เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 20 ของความสูงมีค่ามากกว่า 145 เซนติเมตร

42. จากการแจกแจงข้อมูลเงินเดือนของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งพบว่า

เดโชล์ที่	1	3	5	7	9
เงินเดือน (บาท)	10,000	15,000	20,000	25,000	40,000

ถ้านายเอกและนายยศมีเงินเดือนรวมกันเท่ากับ 40,000 บาท และมีจำนวนพนักงานที่ได้เงินเดือนมากกว่านายยศอยู่ประมาณ 30% ของพนักงานทั้งหมด แล้วเปอร์เซ็นต์ของจำนวนพนักงานที่ได้เงินเดือนน้อยกว่านายเอกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10%                                      2. 30%                                      3. 50%                                      4. 70%

43. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้าหีบข้อมูล  $x$  และ  $y$  จากข้อมูลชุดนี้มาพิจารณา พบว่า 13.14% ของข้อมูลมีค่ามากกว่า  $x$  และ  $x$  มากกว่า  $y$  อยู่ 2% ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วจำนวนข้อมูล (คิดเป็นเปอร์เซ็นต์) ที่มีค่าน้อยกว่า  $y$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง  $z$  เป็นดังนี้

$z$	1.00	1.10	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3413	0.3643	0.3686	0.3729	0.3770

1. 36.43%                                      2. 37.29%                                      3. 86.43%                                      4. 87.29%

44. คะแนนสอบวิชาความถนัดของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนายแดงและนายดำเท่ากับ 0 และผลรวมของคะแนนของนายแดงและนายดำเป็น 4 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วสัมประสิทธิ์ของความแปรผันของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.5    2. 1    3. 1.5    4. 2

45. ในการหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างปริมาณสารปนเปื้อนชนิดที่ 1 ( $X$ ) และปริมาณสารปนเปื้อนชนิดที่ 2 ( $Y$ ) จากตัวอย่างสารอาหารจำนวน 100 ตัวอย่าง พบว่าความแปรปรวนของปริมาณสารชนิดที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.75, ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของปริมาณสารชนิดที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.5,  $\sum_{i=1}^{100} x_i y_i = 100$  และ  $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 200$  ถ้าสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังกล่าวอยู่ในรูป  $Y = a + bX$  แล้ว เมื่อพบสารปนเปื้อนชนิดที่ 1 อยู่ 4 หน่วย จะพบสารปนเปื้อนชนิดที่ 2 (โดยประมาณ) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0.5 หน่วย
  2. 1 หน่วย
  3. 1.5 หน่วย
  4. 2 หน่วย

46. กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนนับ

ถ้า  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$  เป็นฟังก์ชัน  $1-1$  และทั่วถึง ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$f(1) + f(2) + \dots + f(n) = f(1)f(2) \dots f(n)$$

แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $f(1) - f(n)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2
2. 5
3. 8
4. 11

47. กำหนดให้  $a_n$  เป็นลำดับซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข  $\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n-1}} = 1$  สำหรับทุกจำนวนนับ  $n$

ถ้า  $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 250$  แล้ว  $|a_{2552} - 2.5|$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $1 + \sqrt{5}$
2.  $2 + \sqrt{5}$
3.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$
4.  $2\sqrt{5}$



48. กำหนดให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นจำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 100 ถ้า  $A + B = C$  และ  $B + C = 2A$  แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $B$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $[0, 40]$                       2.  $[45, 60]$                       3.  $[75, 80]$                       4.  $[90, 100]$

49. นักวิ่ง 5 คนคือ ก, ข, ค, ง และ จ วิ่งแข่งกัน 6 ครั้ง โดยผลการแข่งขันทั้ง 6 ครั้งเป็นดังนี้

- นาย ข เข้าเส้นชัยก่อนนาย ค ทุกครั้ง
- นาย ก เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1 หรือที่ 5 เสมอ
- นาย จ เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1 หรือที่ 5 เสมอ

ถ้าครั้งหนึ่งนาย ง เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 3 แล้วในครั้งนั้นข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. นาย ก เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1
2. นาย ข เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 2
3. นาย ค เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 2
4. นาย จ เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1

50. จากเงื่อนไขในข้อใจทฤษฎีข้อที่แล้ว กำหนดให้ ผู้ที่เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1 ได้ 10 คะแนน, ลำดับที่ 2 ได้ 8 คะแนน, ลำดับที่ 3 ได้ 6 คะแนน, ลำดับที่ 4 ได้ 4 คะแนน และ ลำดับที่ 5 ได้ 2 คะแนน ถ้านาย ง เข้าเส้นชัยลำดับที่ 2 เพียง 2 ครั้ง แล้วคะแนนรวมน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของนาย ข จากการแข่งขันทั้ง 6 ครั้งเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 38 คะแนน                      2. 40 คะแนน                      3. 44 คะแนน                      4. 48 คะแนน

เฉลย

1. 2	11. 3	21. 4	31. 3	41. 3
2. 4	12. 3	22. 1	32. 2	42. 2
3. 2	13. 1	23. 4	33. 4	43. 3
4. 4	14. 4	24. 4	34. 4	44. 1
5. 1	15. 1	25. 2	35. 2	45. 4
6. 1	16. 1	26. 2	36. 3	46. 1
7. 3	17. 4	27. 1	37. 2	47. 3
8. 2	18. 3	28. 3	38. 1	48. 1
9. 1	19. 2	29. 2	39. 4	49. 2
10. 1	20. 1	30. 4	40. 3	50. 3