

PAT 1 (มี.ค. 52)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 7 มีนาคม 2552 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ข้อ 1 - 50 รวม 300 คะแนน

1. กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ก. ประพจน์ $p \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$ สมมูลกับประพจน์ $p \rightarrow (q \vee r)$ ข. ประพจน์ $p \wedge (q \rightarrow r)$ สมมูลกับประพจน์ $(q \rightarrow p) \vee \sim(p \rightarrow \sim r)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

2. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $\mathcal{U} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\forall x \forall y [x \cap y \neq \emptyset]$ 2. $\forall x \forall y [x \cup y = \mathcal{U}]$ 3. $\forall x \exists y [y \neq x \wedge y \subset x]$ 4. $\exists x \forall y [y \neq x \wedge y \subset x]$

3. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$

ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $\emptyset \subset A$

2. $\{\emptyset\} \notin A$

3. $\{1, \{1\}\} \subset A$

4. $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \notin A$

4. กำหนดให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก และ } x \leq 100\}$

และ $B = \{x \mid x \in A \text{ และ } 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\}$

จำนวนสมาชิกของเซต $P(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2^{16}

2. 2^{17}

3. 2^{18}

4. 2^{19}

5. กำหนดให้ $S = \{x \mid |x|^3 = 1\}$ เซตในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับเซต S

1. $\{x \mid x^3 = 1\}$

2. $\{x \mid x^2 = 1\}$

3. $\{x \mid x^3 = -1\}$

4. $\{x \mid x^4 = x\}$

6. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 2.1

2. 2.2

3. 3.3

4. 3.5

7. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x - 1| \leq 3 - x\}$ และ a เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดของ A ค่าของ a อยู่ในช่วงใดต่อไปนี

1. $(0, 0.5]$ 2. $(0.5, 1]$ 3. $(1, 1.5]$ 4. $(1.5, 2]$

8. กำหนดให้ $f(x) = 3x - 1$ และ $g^{-1}(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$
ค่าของ $f^{-1}(g(2) + g(-8))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$ 2. $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$ 3. $\frac{1-\sqrt{2}}{-3}$ 4. $\frac{1+\sqrt{2}}{-3}$

12. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม A เท่ากับ 60° , $BC = \sqrt{6}$ และ $AC = 1$
ค่าของ $\cos(2B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4. $\frac{3}{4}$

13. ให้ $-1 \leq x \leq 1$ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\arccos x - \arcsin x = \frac{\pi}{2552}$

แล้ว ค่าของ $\sin\left(\frac{\pi}{2552}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2x$ 2. $1 - 2x^2$ 3. $2x^2 - 1$ 4. $-2x$

14. กำหนดให้ $A = \{a \mid \text{เส้นตรง } y = ax \text{ ไม่ตัดกราฟ } y^2 = 1 + x^2\}$

และ $B = \{b \mid \text{เส้นตรง } y = x + b \text{ ตัดกราฟ } y^2 = 1 - x^2 \text{ สองจุด}\}$

เซต $\{d \mid d = c^2, c \in B - A\}$ เท่ากับช่วงใดต่อไปนี้

1. $(0, 1)$ 2. $(0, 2)$ 3. $(1, 2)$ 4. $(0, 4)$

15. ถ้าเส้นตรงหนึ่งผ่านจุดกำเนิดและจุดยอดของพาราโบลา $y^2 - 4y + 4x = 0$ และตัดเส้นไดเรกทริกซ์ที่จุด (a, b) แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4

2. 5

3. 6

4. 7

16. กำหนดให้วงกลมรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, 1)$ ถ้าเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด $x = 1$ เส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนวงกลมที่กำหนด

1. $(0, 1)$ 2. $(0, 2)$ 3. $(1, 0)$ 4. $(3, 0)$

17. กำหนดให้ วงรีรูปหนึ่งมีโฟกัสอยู่ที่จุด $(\pm 3, 0)$ และผ่านจุด $(2, \frac{\sqrt{21}}{2})$ จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนวงรีที่กำหนด

1. $(-4, 0)$ 2. $(0, \frac{5\sqrt{2}}{2})$ 3. $(6, 0)$ 4. $(0, -3\sqrt{2})$

21. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 1 & y \end{bmatrix}$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริง

ถ้า $C_{11}(A) = 13$ และ $C_{21}(A) = 9$ แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -33 2. -30 3. 30 4. 33

22. กำหนดให้ $A^T = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ สมาชิกในแถวที่ 2 และหลักที่ 3 ของ A^{-1} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{2}{3}$ 2. -2 3. $\frac{2}{3}$ 4. 2

23. กำหนดให้ x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$2x - 2y - z = -5$$

$$x - 3y + z = -6$$

$$-x + y - z = 4$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 2. $x + y + z = 2$
3. $xyz = 6$ 4. $\frac{xy}{z} = -2$

24. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน M เป็นจุดบนด้าน AD ซึ่ง $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ และ N เป็นจุดบนเส้นทแยงมุม AC ซึ่ง $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ ถ้า $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$ แล้ว $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{15}$ 2. $\frac{1}{5}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. 1

25. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย ถ้าเวกเตอร์ $\vec{u} + 2\vec{v}$ ตั้งฉากกับเวกเตอร์ $2\vec{u} + \vec{v}$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{4}{5}$ 2. 0 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{3}{5}$

26. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $z^2 + z + 1 = 0$ เมื่อ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน เซตในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับเซต S

1. $\{-\cos 120^\circ - i \sin 60^\circ, \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
2. $\{\cos 120^\circ + i \sin 60^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
3. $\{-\cos 120^\circ - i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
4. $\{\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ\}$

27. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $|z_1 + z_2|^2 = 5$ และ $|z_1 - z_2|^2 = 1$
ค่าของ $|z_1|^2 + |z_2|^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

28. ถ้า C เป็นปริมาณที่มีค่าขึ้นกับค่าของตัวแปร x และ y ด้วยความสัมพันธ์ $C = 3x + 5y$ เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $3x + 4y \geq 5$, $x + 3y \geq 3$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้วค่าต่ำสุดของ C ตามเงื่อนไขข้างต้น มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{21}{5}$ 2. $\frac{29}{5}$ 3. $\frac{25}{4}$ 4. $\frac{27}{4}$

29. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 b + 1}{2n^2 a - 1} = 1$ แล้วผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ab}{a^2 + b^2}\right)^n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{2}{3}$ 3. 1 4. หาค่าไม่ได้

30. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับที่สอดคล้องกับ $\frac{a_{n+2}}{a_n} = 2$ สำหรับทุกจำนวนนับ n

ถ้า $\sum_{n=1}^{10} a_n = 31$ แล้ว $\sum_{n=1}^{2552} a_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $2^{1275} - 1$ 2. $2^{1276} - 1$ 3. $2^{2551} - 1$ 4. $2^{2552} - 1$

31. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิตซึ่ง $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ a_2 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4
2. 2
3. 1
4. หาค่าไม่ได้เพราะ a_2 มีค่ามากได้อย่างไม่มีขีดจำกัด

32. กำหนดให้

A แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = 1 - x^2$ และแกน X

B แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ได้เส้นโค้ง $y = \frac{x^2}{4}$ เหนือแกน X จาก $x = -c$ ถึง $x = c$

ค่าของ c ที่ทำให้ $A = B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{2}$ 2. 2 3. $2\sqrt{2}$ 4. 4

33. กำหนดให้ $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7$

f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $(-3, -2) \cup (2, 3)$

2. $(-3, -2) \cup (1, 2)$

3. $(-1, 0) \cup (2, 3)$

4. $(-1, 0) \cup (1, 2)$

34. ถ้า $f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}} \right)$ แล้วค่าของ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{f(4+h) - f(4)}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1

2. $\frac{16}{5}$

3. $\frac{7}{5}$

4. $\frac{1}{5}$

35. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{a, b, c\}$

เซต $S = \{f \mid f: A \rightarrow B \text{ เป็นฟังก์ชันทั่วถึง}\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 12

2. 24

3. 36

4. 39

36. คุณลุง คุณป้า ลูกชาย และลูกสาว มาเยี่ยมครอบครัวเราซึ่งมี 4 คนคือ คุณพ่อ คุณแม่ ตัวฉัน และน้องชาย ในการจัดที่นั่งรอบโต๊ะอาหารกลมที่มี 8 ที่นั่ง โดยให้คุณลุงนั่งติดกับคุณพ่อ คุณป้านั่งติดกับคุณแม่ ลูกชายของคุณลุงนั่งติดกับน้องชายของฉัน และลูกสาวของคุณลุงนั่งติดกับฉัน จะมีจำนวนวิธีจัดได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 96 วิธี 2. 192 วิธี 3. 288 วิธี 4. 384 วิธี

37. ข้าวสารบรรจุถุงแล้วกองหนึ่งประกอบด้วย ข้าวหอมมะลิ 4 ถุง ข้าวเสาไห้ 3 ถุง ข้าวขาวตาแห้ง 2 ถุง และข้าวบัสมาตี 1 ถุง สุ่มหยิบข้าวจากกองนี้มา 4 ถุง ความน่าจะเป็นที่จะได้ข้าวครบทุกชนิด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{35}$ 2. $\frac{3}{35}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{1}{4}$

38. กิตติและสมาน กับเพื่อนๆรวม 7 คน ไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกัน ในการค้างแรมที่มีบ้านพัก 3 หลัง หลังแรกพักได้ 3 คน ส่วนหลังที่สองและหลังที่สามพักได้หลังละ 2 คน ซึ่งแต่ละหลังมีความแตกต่างกัน พวกเขาจึงตกลงที่จะจับสลากว่าใครจะได้พักบ้านหลังใด ความน่าจะเป็นที่กิตติและสมานจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สาม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{21}$ 2. $\frac{5}{21}$ 3. $\frac{8}{21}$ 4. $\frac{10}{21}$

39. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ในการสุ่มหยิบเลข n จำนวนพร้อมๆกันจากเซต $\{1, 2, \dots, 2n\}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ทั้งหมดเท่ากับ $\frac{1}{20}$ แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่เพียง 1 จำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{20}$ 2. $\frac{3}{20}$ 3. $\frac{9}{20}$ 4. $\frac{11}{20}$

40. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 99 จำนวน เรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น x_1, x_2, \dots, x_{99} ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับมัธยฐาน แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\sum_{i=1}^{49} x_i = \sum_{i=51}^{99} x_i$ 2. $\sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i) = \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i)$
 3. $\sum_{i=1}^{49} |x_{50} - x_i| = \sum_{i=51}^{99} |x_{50} - x_i|$ 4. $\sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i)^2 = \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i)^2$

41. โรงเรียนอนุบาลแห่งหนึ่งมีนักเรียน 80 คน โดยการแจกแจงของอายุนักเรียนเป็นดังตาราง

อายุ (ปี)	3.5	4	4.5	5	5.5	6
จำนวนนักเรียน (คน)	a	15	10	20	b	5

ถ้าค่าเฉลี่ยของอายุนักเรียนมีค่า 4.5 ปี แล้วส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของอายุนักเรียนมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{16}$ 2. $\frac{7}{16}$ 3. $\frac{9}{16}$ 4. $\frac{11}{16}$

42. ถ้าตารางแจกแจงความถี่แสดงน้ำหนักของเด็กจำนวน 40 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน
9 - 11	15
12 - 14	5
15 - 17	5
18 - 20	10
21 - 23	5

ถ้า \bar{x} แทนค่าเฉลี่ยของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูก

1. $\bar{x} = 17.444$ และมีฐานน้อยกว่าฐานนิยม
2. $\bar{x} = 14.875$ และมีฐานน้อยกว่าฐานนิยม
3. $\bar{x} = 17.444$ และมีฐานมากกว่าฐานนิยม
4. $\bar{x} = 14.875$ และมีฐานมากกว่าฐานนิยม

43. ข้อมูลชุดหนึ่งที่มีการแจกแจงปกติ ถ้าหีบข้อมูล a, b, c, d มาคำนวณค่ามาตรฐาน ปรากฏว่าได้ค่าดังตาราง

ข้อมูล	a	b	c	d
ค่ามาตรฐาน (z)	-3	-0.45	0.45	1

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูก

1. $-a + 2b + 2c - 3d = 0$
2. $-a + b + c - 3d = 0$
3. $a - 2b + 3c - 3d = 0$
4. $a - b + c - d = 0$

44. ข้อมูลความสูงของนักเรียนชั้น ม.6 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าจำนวนนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า 140.6 เซนติเมตร มีอยู่ 3.01% และจำนวนนักเรียนที่มีความสูงมากกว่าค่ามัธยฐานแต่น้อยกว่า 159.4 เซนติเมตร มีอยู่ 46.99% แล้วจำนวนนักเรียนที่มีความสูงไม่น้อยกว่า 155 เซนติเมตร แต่ไม่เกิน 160 เซนติเมตร มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับข้อใดต่อไปนี เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	1.00	1.12	1.88	2.00
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3413	0.3686	0.4699	0.4772

1. 12.86% 2. 13.14% 3. 15.87% 4. 13.59%

45. ในการหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ (X) และวิชาฟิสิกส์ (Y) ของนักเรียน 100 คนของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ได้พจน์ต่างๆที่ใช้ในการคำนวณค่าคงตัวจากสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $Y = a + bX$ ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = \sum_{i=1}^{100} y_i = 1000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i y_i = 2000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 4000$$

ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนายสมชายเท่ากับ 15 คะแนน แล้วคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ (โดยประมาณ) ของนายสมชายเท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 16 คะแนน 2. 16.67 คะแนน 3. 17 คะแนน 4. 17.67 คะแนน

เฉลย

1. 2	11. 3	21. 4	31. 3	41. 4
2. 1	12. 4	22. 3	32. 2	42. 4
3. 2	13. 2	23. 1	33. 3	43. 1
4. 1	14. 3	24. 1	34. 2	44. 4
5. 2	15. 3	25. 1	35. 3	45. 2
6. 4	16. 1	26. 4	36. 1	46. 2
7. 4	17. 1	27. 3	37. 1	47. 4
8. 1	18. 2	28. 2	38. 1	48. 3
9. 2	19. 3	29. 2	39. 3	49. 3
10. 1	20. 3	30. 2	40. 3	50. 3