

PAT 1 (มี.ค. 59)

33. กำหนดให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่  $|z| = |z - 1 + i|$  และ  $\operatorname{Re}\left(\frac{(1-2i)z}{3-i}\right) = 0$  เมื่อ  $i^2 = -1$   
แล้วค่าของ  $|2z + 1|^2$  เท่ากับเท่าใด

PAT 1 (ต.ค. 58)

19. กำหนดให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $(1+i)\bar{z} - \frac{(9-7i)(\bar{z}-z)}{3+i} = 6-2i$  เมื่อ  $i^2 = -1$  และ  $\bar{z}$  แทนสังยุค (conjugate) ของ  $z$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $|z + 8| = 2$

(ข)  $|z + 3i| = 10$

(ค)  $|iz + 2| = 8$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |  |  |
|--|--|
| 1. ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูก แต่ ข้อ (ค) ผิด   | 2. ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ข) ผิด   |
| 3. ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูก แต่ ข้อ (ก) ผิด   | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ |  |

## PAT 1 (มี.ค. 58)

13. ให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ให้  $z_1 = a + bi$  และ  $z_2 = c + di$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน

โดยที่  $a, b, c, d \in R - \{0\}$  และ  $i = \sqrt{-1}$

สมมติว่า มีจำนวนจริง  $t$  และ  $s$  ที่ว่า  $z_1^2 + z_2^2 = t$  และ  $z_1 - z_2 = s$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก)  $|z_1| = |z_2|$

(ข)  $\text{Im}(z_1 z_2) = 0$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

29. กำหนดให้  $z = a + bi$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่  $ab > 0$  และ  $i = \sqrt{-1}$

ถ้า  $z^3 = i$  แล้วค่าของ  $|iz^5 + 2|^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(เมื่อ  $|z|$  แทนค่าสัมบูรณ์ (absolute value) ของ  $z$ )

- |                    |      |
|--------------------|------|
| 1. $5 + 2\sqrt{3}$ | 2. 7 |
| 3. $5 - 2\sqrt{3}$ | 4. 3 |



## PAT 1 (มี.ค. 57)

14. กำหนดให้  $z = x + yi$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$$x(3 + 5i) + y(1 - i)^3 = 3 + 7i \quad \text{พิจารณาข้อความต่อไปนี้}$$

$$(ก) \operatorname{Im}(\overline{iz}) = -\operatorname{Re}(iz)$$

$$(ข) \frac{1}{z} = \frac{8-6i}{7}$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

32. กำหนดให้  $A$  เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อนทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ  $3|z|^2 - (28 - i)z + 4z^2 = 0$  และให้  $B = \{ |z + i| \mid z \in A \}$  ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $B$  เท่ากับเท่าใด

## PAT 1 (มี.ค. 56)

35. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในควอดรันต์ (quadrant) ที่หนึ่งบนระนาบเชิงซ้อน

โดยที่  $\left| \frac{(z+1)(1+i)}{z(1+i)+5+i} \right| = 1$  และ  $|z| = \sqrt{65}$  แล้วผลบวกของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของ  $z$  เท่ากับเท่าใด

## PAT 1 (ต.ค. 55)

17. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $z^2 - 3z + 4 = 0$

ค่าของ  $(|z_1|^2 + |z_2|^2) \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3                                      2. 4                                      3. 5                                      4. 6

35. กำหนดให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $2|z + 1| = |z + 4|$

ค่าของ  $|\bar{z}|$  เท่ากับเท่าใด (เมื่อ  $\bar{z}$  แทนสังยุค (conjugate) ของ  $z$ )

## PAT 1 (มี.ค. 55)

32. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน

โดยที่  $|z_1 + z_2| = 3$  และ  $|z_1 - z_2| = 1$  (เมื่อ  $|z|$  แทนค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z$ )

ค่าของ  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  เท่ากับเท่าใด

33. ให้  $A$  เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับ  $2|z| - 3z = 9i - 2$

$$\text{และ } B = \left\{ |w|^2 \mid w = \frac{(1+i)z}{2+i} \text{ เมื่อ } z \in A \right\} \text{ เมื่อ } i^2 = -1$$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $B$  เท่ากับเท่าใด

PAT 1 (ก.ค. 54)

14. กำหนดให้  $z_1, z_2, z_3$  เป็นรากของสมการ  $(z + 2i)^3 = 8i$  จงหาค่าของ  $|z_1| + |z_2| + |z_3|$

1. 6                                      2. 8                                      3.  $6 + 2\sqrt{3}$                                       4. 24

34. กำหนดให้  $z = \left(i - \frac{1}{i+2}\right)^{-1}$  จงหาค่าของ  $|16z^2 - 8z + 3 - 8i|$

## PAT 1 (มี.ค. 54)

13. กำหนดให้  $a, b$  และ  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่  $|a| \neq |b|$ ,  $|a| \neq 1$  และ  $|b| \neq 1$   
ถ้า  $|az + b| = |\bar{b}z + \bar{a}|$  แล้ว  $|z|$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                                      2. 2                                      3. 3                                      4. 4

14. ถ้า  $x - 1 + i$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $P(x) = x^3 + ax^2 + 4x + b$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง  
แล้วค่าของ  $a^2 + b^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 17                                      2. 13                                      3. 8                                      4. 5

35. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่  $|z_1| = |z_1 + z_2| = 3$  และ  $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{3}$   
ค่าของ  $\frac{|11\bar{z}_1| - |5z_2|}{|z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2|}$  เท่ากับเท่าใด ( $\bar{z}$  แทนสังยุค (conjugate) ของ  $z$ )

## PAT 1 (ต.ค. 53)

13. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $z^2 = \frac{2+i}{2-i} + \frac{3+4i}{1+2i} + \frac{5+15i}{3-i}$  เมื่อ  $i = \sqrt{-1}$   
แล้วค่าสัมบูรณ์ของ  $z$  เท่ากับ  $\sqrt{37}$

ข. ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $\frac{-5+2i}{x+yi} = \frac{10}{i(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)}$   
แล้ว ค่าของ  $x + y = 15$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

48. ถ้า  $(1 + bi)^3 = -107 + ki$  เมื่อ  $b, k$  เป็นจำนวนจริง และ  $i = \sqrt{-1}$  แล้วค่าของ  $|k|$  เท่ากับเท่าใด

## PAT 1 (ก.ค. 53)

15. ให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน ถ้า  $z_1^{-1} = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$  เมื่อ  $i^2 = -1$  และ  $5z_1 + 2z_2 = 5$   
แล้ว  $\bar{z}_2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (เมื่อ  $\bar{z}_2$  แทน สัมภาค (conjugate) ของ  $z_2$ )

- |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1. $3 - 2i$ | 2. $3 + 2i$ | 3. $1 - 2i$ | 4. $1 + 2i$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|



33. ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)^n = 1$  เมื่อ  $i^2 = -1$  แล้ว  $n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

PAT 1 (มี.ค. 53)

16. ให้  $z_1, z_2, z_3, \dots$  เป็นลำดับของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

$$z_1 = 0$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + i \text{ สำหรับ } n = 1, 2, 3, \dots \text{ เมื่อ } i = \sqrt{-1}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ  $z_{111}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                                      2.  $\sqrt{2}$                                       3.  $\sqrt{3}$                                       4.  $\sqrt{110}$

34. ให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ และ  $\bar{z}_2$  แทนสังยุค (conjugate) ของ  $z_2$

ถ้า  $5z_1 + 2z_2 = 5$  และ  $\bar{z}_2 = 1 + 2i$  เมื่อ  $i^2 = -1$  แล้ว ค่าของ  $|5z_1^{-1}|$  เท่ากับเท่าใด



27. กำหนดให้  $z_1, z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $|z_1 + z_2| = 3$  และ  $z_1 \cdot \bar{z}_2 = 3 + 4i$   
ค่าของ  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3                                      2. 4                                      3. 5                                      4. 6

PAT 1 (มี.ค. 52)

26. กำหนดให้  $S$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $z^2 + z + 1 = 0$  เมื่อ  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน  
เซตในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับเซต  $S$

1.  $\{-\cos 120^\circ - i \sin 60^\circ, \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
2.  $\{\cos 120^\circ + i \sin 60^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
3.  $\{-\cos 120^\circ - i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
4.  $\{\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ\}$

27. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $|z_1 + z_2|^2 = 5$  และ  $|z_1 - z_2|^2 = 1$   
ค่าของ  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                                      2. 2                                      3. 3                                      4. 4



6. ถ้า  $z_1, z_2$  เป็นคำตอบที่ไม่ใช่จำนวนจริงของสมการ  $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^3 = 8$  แล้ว  $z_1 z_2$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 3                                      2.  $\frac{3}{7}$                                       3. -3                                      4.  $-\frac{3}{7}$

## A-NET 50

## ตอนที่ 1

15. ให้  $z_1, z_2, z_3$  เป็นคำตอบของสมการ  $1 + \left(1 + \frac{1}{z}\right)^3 = 0$  แล้ว  $\text{Re}(z_1 + z_2 + z_3)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1                                      2. -1                                      3.  $\frac{3}{2}$                                       4.  $-\frac{3}{2}$

16. ให้  $z_1, z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง  $z_1 z_2 = 2i$  และ  $z_1^{-1} = \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}$  แล้ว

$$\left|z_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} z_2\right|^2 \text{ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. 4                                      2. 5                                      3. 7                                      4. 8

## ตอนที่ 2

8. ให้  $(x - 1 + i)$  และ  $(x + 2)$  เป็นตัวประกอบของฟังก์ชัน  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  แล้ว  $(x - 3)$  หาค่า  $f(x)$  เหลือเศษเท่าไร

## A-NET 49

## ตอนที่ 1

14. จำนวนเชิงซ้อน  $z = 1 + i$  เป็นคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $z^4 - 2z^2 + 4z = 0$

2.  $z^4 - 2z^2 - 4z = 0$

3.  $z^4 + 2z^2 - 4z = 0$

4.  $z^4 + 2z^2 + 4z = 0$

15. กราฟของจุด  $z$  ทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ  $(z + i)(\bar{z} - i) = 1$  เป็นรูปใดต่อไปนี้

1. เส้นตรง

2. วงกลม

3. วงรี

4. ไฮเพอร์โบลา

เฉลย

PAT 1 (มี.ค. 59)	33. 5		
PAT 1 (ต.ค. 58)	19. 2		
PAT 1 (มี.ค. 58)	13. 1	29. 4	
PAT 1 (พ.ย. 57)	9. 2	33. 3	
PAT 1 (เม.ย. 57)	21. 4		
PAT 1 (มี.ค. 57)	14. 4	32. 5	
PAT 1 (มี.ค. 56)	35. 11		
PAT 1 (ต.ค. 55)	17. 4	35. 2	
PAT 1 (มี.ค. 55)	32. 5	33. 10	
PAT 1 (ธ.ค. 54)	14. 2	34. 5	
PAT 1 (มี.ค. 54)	13. 1	14. 2	35. 2
PAT 1 (ต.ค. 53)	13. 4	48. 198	
PAT 1 (ก.ค. 53)	15. 4	33. 8	
PAT 1 (มี.ค. 53)	16. 2	34. 5	
PAT 1 (ต.ค. 52)	1/15. 1	2/13. 4	
PAT 1 (ก.ค. 52)	26. 2	27. 1	
PAT 1 (มี.ค. 52)	26. 4	27. 3	
A-NET 52	1/16. 4	2/6. 4	
A-NET 51	1/5. 4	1/6. 2	
A-NET 50	1/15. 4	1/16. 3	2/8. 25
A-NET 49	1/14. 1	1/15. 2	