

วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ (ม.ค. 56)

วันเสาร์ที่ 5 มกราคม 2556 เวลา 11.00 - 12.30 น.

ตอนที่ 1 แบบบรรยายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. จำนวนเต็มที่สุดคัล้องกับอสมการ $\frac{(x+1)(x-3)}{x(2x+1)} \leq 0$ มีทั้งหมดกี่จำนวน

2. กำหนดให้ $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 12$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

ถ้า $2i$ เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ แล้ว $P(1)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

3. กำหนดให้ a และ b เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุม A และมุม B ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ

ถ้า $2b = 3a$ และ $\hat{B} = 2\hat{A}$ แล้ว $\cos A$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

4. ถ้า $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ และ $\vec{v} \times \vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ แล้วค่าของ $(\vec{v} \times \vec{u}) \cdot \vec{w}$ เท่ากับเท่าใด

5. ถ้า x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= a \\ x - 3y &= b \\ 2x - 5y + 5z &= c \end{aligned}$$

และ $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & | & a \\ 1 & -3 & 0 & | & b \\ 2 & -5 & 5 & | & c \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & | & 9 \\ 0 & 1 & 3 & | & 5 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว c มีค่าเท่ากับเท่าใด

6. $(\log_7 625)(\log_5 343)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

7. ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

| คะแนนสอบ | ความถี่สะสม (คน) |
|-----------|------------------|
| 10 – 19 | 10 |
| 20 – 29 | 35 |
| 30 – 39 | 80 |
| 40 – 49 | 145 |
| 50 – 59 | 185 |
| 60 – 69 | 195 |
| 70 ขึ้นไป | 200 |

ถ้าสุ่มนักเรียนมาหนึ่งคนจากกลุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่ได้คะแนนสอบในช่วง 50 – 59 คะแนน เท่ากับเท่าใด

8. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 7 หลัก จากเลขโดด 7 ตัว คือ 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6 โดยให้เลข 3 สองตัวอยู่ติดกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน

9. ถ้า $a_n = \frac{n^3}{n^2+2} - \frac{n^2}{n+3}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$ แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

10. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ บนช่วง $[-1, 2]$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. ถ้า $S = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สุดคัล้องกับสมการ } \log x(x - 15) \leq 2\}$
แล้วจำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 12 | 3. 14 |
| 4. 24 | 5. 26 | |

12. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า ห.ร.ม. ของ a และ 2520 เท่ากับ 60 และ ค.ร.น. ของ a และ 420 เท่ากับ 4620 แล้ว a อยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1. [200, 350) | 2. [350, 500) | 3. [500, 650) |
| 4. [650, 800) | 5. [800, 950) | |

13. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริงและสัมประสิทธิ์ของ x^4 เท่ากับ 1

ถ้า z_1 และ z_2 เป็นรากที่ 2 ของ $2i$ และเป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$ ด้วย

แล้ว $P(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|------|-------|------|
| 1. 3 | 2. 5 | 3. 7 |
| 4. 9 | 5. 10 | |

14. ในระบบพิกัดฉากที่มี O เป็นจุดกำเนิด วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$ ถ้า F_1 และ F_2 เป็นจุดโฟกัสของวงรีรูปนี้ โดยที่ $OF_1 > OF_2$ แล้วระยะทางจากจุด F_2 ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด F_1 และ $(0, 5)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. $\frac{19}{5}$ หน่วย | 2. $\frac{21}{5}$ หน่วย | 3. $\frac{22}{5}$ หน่วย |
| 4. $\frac{23}{5}$ หน่วย | 5. $\frac{24}{5}$ หน่วย | |

15. กำหนดให้ A, B และ C เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ จงพิจารณาข้อความ 4 ข้อความต่อไปนี้

(ก) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

(ข) $|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}| \leq |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}|$

(ค) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{BA}$

(ง) $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC})$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|------------------------------|------|------|
| 1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูกต้อง) | 2. 1 | 3. 2 |
| 4. 3 | 5. 4 | |

16. กำหนดให้ $\alpha, \beta \in [-\pi, 0]$ ถ้า $\sin \alpha + \sin \beta = -\frac{2}{3}$ และ $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ แล้ว $\alpha + \beta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $-\frac{\pi}{6}$ | 2. $-\frac{\pi}{3}$ | 3. $-\frac{2\pi}{3}$ |
| 4. $-\frac{4\pi}{3}$ | 5. $-\frac{5\pi}{3}$ | |

17. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $|x^2 + 5x + 5|^{(x-5)} = 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|------------------|-------------------|--------|
| 1. -5 | 2. $-\frac{5}{2}$ | 3. 0 |
| 4. $\frac{5}{2}$ | 5. 5 | |

18. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $4^x + 2^4 = 65(2^{x-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|---------|-------------------|------------------|
| 1. -2 | 2. $-\frac{1}{2}$ | 3. $\frac{3}{2}$ |
| 4. 2 | 5. 4 | |

22. ข้อมูลชุดที่ 1 คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ โดยที่ $x_i = 3 - \frac{i}{5}$ ทุก i

ข้อมูลชุดที่ 2 คือ $y_1, y_2, y_3, \dots, y_9$ โดยที่ $y_j = |a - j|$ ทุก j

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\sum_{i=1}^9 (x_i - a)^2$ มีค่าน้อยที่สุด

ถ้า b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\sum_{j=1}^9 |y_j - b|$ มีค่าน้อยที่สุด แล้ว b มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|------|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 | 3. 3 |
| 4. 4 | 5. 5 | |

23. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ $2x + 5$ และความชันของเส้นโค้ง $y = g(x)$ ที่จุด (x, y) ใดๆ คือ $3x^2$ ถ้ากราฟของฟังก์ชัน f และ g ตัดกันที่จุด $(1, 2)$ แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------|-------|------|
| 1. -5 | 2. -2 | 3. 1 |
| 4. 2 | 5. 5 | |

24. กำหนดให้ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีอนุพันธ์ที่ทุกจุด และ $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{1-x^2} & ; x < -1 \\ g(x) & ; -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{2x-3} & ; x > 2 \end{cases}$

ถ้า f ต่อเนื่องที่ทุกจุด แล้ว $\int_{-1}^2 g'(x) dx$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|-------------------|------|
| 1. $-\frac{3}{2}$ | 2. $-\frac{1}{2}$ | 3. 0 |
| 4. $\frac{1}{2}$ | 5. $\frac{3}{2}$ | |

25. กำหนดให้ $a_n = \frac{n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ และ $b_n = \frac{n}{2+4+6+\dots+2n}$

จะได้ว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ เป็นอนุกรมตั้งข้อใดต่อไปนี้

1. มีผลบวกเท่ากับ $-\frac{1}{2}$
2. มีผลบวกเท่ากับ 0
3. มีผลบวกเท่ากับ 1
4. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{2}$
5. ลู่ออก

26. กำหนดให้ $S = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ และ $M = \left\{ \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix} \mid a_i \in S, 1 \leq i \leq 6 \right\}$

สุ่มหยิบเมทริกซ์จากเซต M มา 1 เมทริกซ์ ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ ซึ่งมีค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์นั้น เท่ากับ 27 หรือ -27 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{6^3}$
2. $\frac{4}{6^3}$
3. $\frac{6}{6^3}$
4. $\frac{8}{6^3}$
5. $\frac{10}{6^3}$

27. ถ้า A และ B เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

$$A = \{z \mid |z - 1| + |z - 5| = 6\} \text{ และ } B = \{z \mid ||z - 1| - |z - 7|| = 4\}$$

แล้วจำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3
5. มากกว่าหรือเท่ากับ 4

28. กำหนดลำดับซึ่งประกอบด้วยจำนวนเต็มบวกทุกจำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว เรียงจากน้อยไปหามาก ถ้าผลบวก n พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับ 9000 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

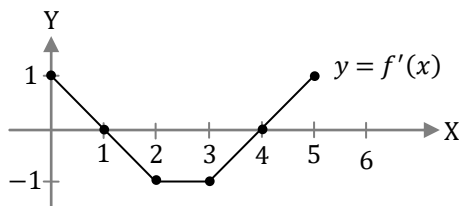
1. 100
2. 110
3. 120
4. 130
5. 140

29. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{p(x) \mid p(x) = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a, b, c \in A\}$

สุ่มหยิบ $p(x)$ มาหนึ่งตัวจากเซต B ความน่าจะเป็นที่จะได้ $p(x)$ ซึ่ง $\int_0^1 p(x) dx$ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{12}$
2. $\frac{2}{12}$
3. $\frac{3}{12}$
4. $\frac{4}{12}$
5. $\frac{5}{12}$

30. กำหนดให้กราฟของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f เป็นดังรูป



นักเรียนคนหนึ่งได้สรุปว่า f ต้องเป็นดังข้อความต่อไปนี้

- (ก) $f(x) = -x$ เมื่อ $2 < x < 3$
- (ข) f เป็นฟังก์ชันลด เมื่อ $0 < x < 2$
- (ค) f มีจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 4$
- (ง) f มีจุดสูงสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 1$

จำนวนข้อความที่นักเรียนคนนี้ได้สรุปได้อย่างถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

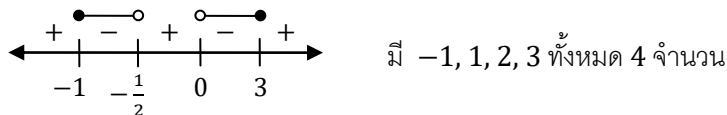
1. 0 (ไม่มีข้อความใดถูก)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

เฉลย

- | | | | | |
|---------|--------|-------|-------|-------|
| 1. 4 | 7. 0.2 | 13. 2 | 19. 1 | 25. 3 |
| 2. 25 | 8. 720 | 14. 5 | 20. 5 | 26. 4 |
| 3. 0.75 | 9. 3 | 15. 4 | 21. 2 | 27. 4 |
| 4. 8 | 10. 12 | 16. 2 | 22. 3 | 28. 3 |
| 5. 17 | 11. 1 | 17. 1 | 23. 4 | 29. 2 |
| 6. 12 | 12. 4 | 18. 5 | 24. 5 | 30. 3 |

แนวคิด

1. 4



2. 25

แทน $x = 2i$ ได้ $-16i - 4a + 2bi + 12 = 0 \rightarrow (-4a + 12) + (-16 + 2b)i = 0 + 0i$

ส่วนจริง $= -4a + 12 = 0$ และ ส่วนจินตภาพ $= -16 + 2b = 0 \rightarrow a = 3, b = 8$

แทน $x = 1$ ได้ $2 + 3 + 8 + 12 = 25$

3. 0.75

จากกฎของ sin จะได้ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \rightarrow \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2 \sin A \cos A}{\sin A} = \frac{3}{2} \rightarrow \cos A = \frac{3}{4}$

4. 8

จากสมบัติ จะได้ $(\vec{v} \times \vec{u}) \cdot \vec{w} = (\vec{w} \times \vec{v}) \cdot \vec{u} = -(\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k})$
 $= -(2 + 2 - 12) = 8$

5. 17

จากความรู้เรื่องการแก้สมการด้วยเมทริกซ์แต่งเติม จะได้ ว่าระบบสมการนี้จัดรูปได้เป็น
$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 9 \\ y + 3z &= 5 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

จะได้ $z = 2 \rightarrow y = -1 \rightarrow x = 1 \rightarrow c = 2(1) - 5(-1) + 5(2) = 17$

6. 12

$= (\log_7 5^4)(\log_5 7^3) = (4 \log_7 5)(3 \log_5 7) = 12$

7. 0.2

ช่องที่ให้มา เป็นความถี่สะสม $\rightarrow 50 - 59$ มี $185 - 145 = 40$ คน

จำนวนนักเรียนทั้งหมด = ความถี่สะสมของสุดท้าย = 200 คน \rightarrow ความน่าจะเป็น $= \frac{40}{200} = 0.2$

8. 720

เอา 3 สองตัวมัดติดกันเป็นเลขใหม่ 1 ตัว \rightarrow กลายเป็นมีเลข 6 ตัว สลับได้ $6!$

3 สองตัว สลับในมัดไม่ได้ เพราะซ้ำกัน \rightarrow จำนวนแบบ $= 6! = 720$

9. 3

$$a_n = \frac{n^4 + 3n^3 - (n^4 + 2n^2)}{(n^2 + 2)(n + 3)} = \frac{3n^3 - 2n^2}{(n^2 + 2)(n + 3)} \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{(1)(1)} = 3$$

10. 12

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \rightarrow 3(x - 1)(x + 3) = 0 \rightarrow x = 1, \cancel{-3} \rightarrow \text{แทน } 1, -1, 2$$

$$f(1) = 1 + 3 - 9 + 1 = -4, f(-1) = -1 + 3 + 9 + 1 = 12, f(2) = 8 + 12 - 18 + 1 = 3$$

11. 1

$$x(x - 15) \leq 10^2 \rightarrow x^2 - 15x - 100 \leq 0 \rightarrow (x - 20)(x + 5) \leq 0 \rightarrow x \in [-5, 20]$$

$$\text{หลัง } \log > 0 \rightarrow x(x - 15) > 0 \rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (15, \infty)$$

อินเตอร์เซกกันเหลือ $-5, -4, -3, -2, -1, 16, 17, 18, 19, 20$ ทั้งหมด 10 ตัว

(เครดิต : ขอขอบคุณ คุณ Piyapan Sujarittham ที่ช่วยตรวจคำตอบ)

12. 4

$$\text{ค.ร.น. } 4620 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11, 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow a \text{ ต้องมี } 2^{\leq 2} \cdot 3^{\leq 1} \cdot 5^{\leq 1} \cdot 7^{\leq 1} \cdot 11^1 \text{ ห้ามมีตัวอื่น}$$

$$\text{ห.ร.ม. } 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5, 2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow a \text{ ต้องมี } 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^{\geq 1} \text{ มีตัวอื่นได้ แต่ต้องไม่มี } 7$$

$$\text{รวมสองอันได้ } a = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 11^1 = 660$$

13. 2

$$2i = 2 \text{ cis } 90^\circ \rightarrow z_1, z_2 = \sqrt{2} \text{ cis } 45^\circ, \sqrt{2} \text{ cis } 225^\circ = 1 + i, -1 - i$$

คอนจูเกต $1 - i, -1 + i$ เป็นรากของ $P(x) = 0$ ด้วย

$$P(x) = a(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1 + i)(x + 1 - i)$$

$$\text{สปส } x^4 = 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow P(1) = (1 - 1 - i)(1 - 1 + i)(1 + 1 + i)(1 + 1 - i)$$

$$= (-i)(i)(2 + i)(2 - i) = 5$$

14. 5

$$\text{ศกวงรี} = (3, 5) \text{ รีแนวตั้ง } c = \sqrt{25 - 9} = 4 \rightarrow F(3, 5 \pm 4) \rightarrow F_1(3, 9), F_2(3, 1)$$

$$\text{เส้นตรง คือ } \frac{y-5}{x-0} = \frac{9-5}{3-0} \rightarrow 3y - 4x - 15 = 0 \rightarrow \text{ตอบ } \frac{|3(1) - 4(3) - 15|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{24}{5}$$

15. 4

ก. จริง เพราะวนกลับมาที่เดิม

$$\text{ข. } |\overline{AB} \cdot \overline{BC}| = |\overline{AB}| |\overline{BC}| \cos \theta = |\overline{AB}| |\overline{BC}| |\cos \theta| \leq |\overline{AB}| |\overline{BC}| \text{ จริง}$$

$$\text{ค. } \overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times (\overline{BA} + \overline{AC}) = (\overline{AB} \times \overline{BA} + \overline{AB} \times \overline{AC}) = \overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BA} \times \overline{CA} = -(\overline{CA} \times \overline{BA}) \text{ ผิด}$$

ง. จริง จากสมบัติในเรื่องปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมหน้าขนาน

16. 2

$$2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} = -\frac{2}{3}, \quad 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ จับหารกันได้ } \tan \frac{\alpha+\beta}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\alpha+\beta}{2} \in [-\pi, 0] \rightarrow \frac{\alpha+\beta}{2} = -\frac{\pi}{6} \rightarrow \alpha + \beta = -\frac{\pi}{3}$$

ปล. จริงๆแล้ว โจทย์ข้อนี้มีข้อผิดพลาดอยู่ ถ้าลองใช้เครื่องคำนวณ จะพบว่า คำตอบที่ได้ขัดแย้งกันเองกับเงื่อนไข $\alpha, \beta \in [-\pi, 0]$ ดังนั้น ข้อนี้จะไม่มีการตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์จริงๆ

17. 1

ฐานเป็น -1 ไม่ได้ เหลือ 2 แบบ คือ ฐาน = 1 กับ (เลขชี้กำลัง = 0 และ ฐาน $\neq 0$)

$$\text{ฐาน} = 1 \text{ ได้ } x^2 + 5x + 5 = \pm 1 \rightarrow (x+1)(x+4) = 0 \text{ หรือ } (x+2)(x+3) = 0$$

(เลขชี้กำลัง = 0 และ ฐาน $\neq 0$) ได้ $x = 5 \rightarrow$ ตอบ $(-1) + (-4) + (-2) + (-3) + (5) = -5$

(เครดิต : ขอขอบคุณ คุณ Piyapan Sujarittham ที่ช่วยตรวจคำตอบ)

18. 5

$$2^{2x} - \frac{65}{2}(2^x) + 16 = 0 \rightarrow 2(2^{2x}) - 65(2^x) + 32 = 0 \rightarrow (2(2^x) - 1)(2^x - 32) = 0 \rightarrow x = -1, 5$$

19. 1

จับสองอันล่างลบกันได้ $x = 2$ แทนจะได้ $y + z = 8 \rightarrow$ ได้ $(y, z) = (-2, 10), (-1, 9), \dots, (10, -2)$

รวมมี (x, y, z) ทั้งหมด 13 ตัว

20. 5

$$P(\text{อย่างน้อย 1 คน ได้ A}) = 1 - P(\text{ไม่มีใครได้ A}) = 1 - \frac{\binom{25}{3}}{\binom{30}{3}} = 1 - \frac{25 \times 24 \times 23}{30 \times 29 \times 28} = 1 - \frac{115}{203} = \frac{88}{203}$$

21. 2

จะได้จาก μ ถึง $\mu + a\sigma$ มีพื้นที่ $\frac{34\%}{2} = 0.17 \rightarrow z = 0.44$

แปลง $\mu + a\sigma$ เป็นค่ามาตรฐานได้ $\frac{(\mu+a\sigma)-\mu}{\sigma} = a$ ดังนั้น $a = 0.44$

แปลง $\mu + 2a\sigma$ เป็นค่ามาตรฐานได้ $\frac{(\mu+2a\sigma)-\mu}{\sigma} = 2a = 0.88 \rightarrow$ พื้นที่ = $0.31 = 31\%$

ดังนั้น จาก $\mu - 2a\sigma$ ถึง $\mu + 2a\sigma$ จะมีข้อมูล = $2 \times 31\% = 62\%$

22. 3

$\sum(x_i - a)^2$ จะน้อยสุดเมื่อ $a = \bar{x} \rightarrow$ จากสมบัติ \bar{x} จะได้ $\bar{x} = 3 - \frac{i}{5} = 3 - \frac{1}{5} \left(\frac{1+2+\dots+9}{9} \right) = 2 = a$

แทนค่า a จะได้ข้อมูลชุด 2 คือ 1, 0, 1, 2, 3, ..., 7

$\sum|y_j - b|$ จะน้อยสุดเมื่อ $b = \text{Med} \rightarrow$ เรียงข้อมูลชุด 2 ได้ 0, 1, 1, 2, 3, 4, ..., 7

Med = ตัวที่ $\frac{9+1}{2} =$ ตัวที่ 5 = 3

23. 4

ได้ $f(1) = g(1) = 2$ และ $f'(1) = 2(1) + 5 = 7$ และ $g'(1) = 3(1^2) = 3$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{g(1)f'(1) - f(1)g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{2(7) - 2(3)}{2^2} = 2$$

24. 5

$$f \text{ ต่อเนื่อง จะได้ } g(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-(x+1)}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{1-x} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{และจะได้ } g(2) = \sqrt{2(2) - 3} = 1 \text{ ดังนั้น } \int_{-1}^2 g'(x) dx = g(2) - g(-1) = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

25. 3

$$a_n = \frac{n}{n(1+2n-1)} = \frac{1}{n}, \quad b_n = \frac{n}{n(2+2n)} = \frac{1}{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots = 1$$

26. 4

มี a_i 6 ตัว เป็นได้ตัวละ 6 แบบ $\rightarrow n(S) = 6^6$

เมทริกซ์สามเหลี่ยมจะมี $\det =$ ผลคูณเส้นทแยงมุม $\rightarrow a_1 a_4 a_6 = 27, -27 \rightarrow a_1, a_4, a_6 = 3, -3$ ตัวละ 2 แบบ

ส่วน a_2, a_3, a_5 เป็นอะไรใน 6 แบบก็ได้ \rightarrow ตอบ $\frac{2^3 6^3}{6^6} = \frac{8}{6^3}$

27. 4

ให้ $z = x + yi \rightarrow A$ คือ $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = 6$

\rightarrow ผลรวม ระยะจาก (x, y) ไป $(1, 0)$ และ $(5, 0) = 6$

\rightarrow กราฟเป็นวงรีแนวนอน มีโฟกัสที่ $(1, 0), (5, 0)$

$$\text{ศก}(3, 0), \quad c = 2, \quad a = \frac{6}{2} = 3, \quad b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

B คือ $|\sqrt{(x-1)^2 + y^2} - \sqrt{(x-7)^2 + y^2}| = 4$

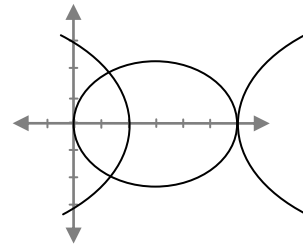
\rightarrow ผลต่าง ระยะจาก (x, y) ไป $(1, 0)$ กับ ระยะจาก (x, y) ไป $(7, 0) = 4$

\rightarrow กราฟเป็นไฮเพอร์โบลาแนวนอน มีโฟกัสที่ $(1, 0), (7, 0)$

$$\text{ศก}(4, 0), \quad c = 3, \quad a = \frac{4}{2} = 2, \quad b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

วาดรูป A กับ B จะเห็นว่าจุดตัด 3 จุด ดังนั้น $n(A \cap B) = 3$

(เครดิต : ขอขอบคุณ คุณ Watchara Kanchananit ที่ช่วยบอกจุดที่ผมพิมพ์ผิดในข้อสอบ)



28. 3

ตัวที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว มี 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, ...

จับกลุ่ม 4 ตัวได้ $(1, 2, 3, 4), (6, 7, 8, 9), (11, 12, 13, 14), \dots \rightarrow 10, 30, 50, \dots$

จะหาว่า $10 + 30 + 50 + \dots$ กี่ตัว ถึงจะ ≥ 9000 (เพราะยังไม่แน่ว่าจับกลุ่ม 4 ตัวได้ลงตัว)

$$\text{จะได้ } \frac{k}{2}(2(10) + (k-1)20) \geq 9000 \rightarrow k \geq 30 \text{ พอดี } \rightarrow n = 4(30) = 120$$

29. 2

$$\int_0^1 p(x) dx = \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx \Big|_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c \rightarrow 3|a \text{ และ } 2|b$$

a ได้ 2 แบบ $\{3, 6\}$ และ b ได้ 3 แบบ $\{2, 4, 6\}$ และ c เป็นอะไรก็ได้ 6 แบบ $\rightarrow \frac{2 \times 3 \times 6}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{6}$

30. 3

ก. ที่ $2 < x < 3 \rightarrow f'(x) = -1 \rightarrow f(x) = -x + c \rightarrow$ ก ผิด

ข. ที่ $0 < x < 2 \rightarrow f'(x)$ เป็นบวกในช่วง $(0, 1) \rightarrow f(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วง $(0, 1) \rightarrow$ ข ผิด

ค. ที่ $x = 4 \rightarrow f'(x)$ เปลี่ยนจาก ลบ \rightarrow ศูนย์ \rightarrow บวก ดังนั้น $f(x)$ เปลี่ยนจาก ลด \rightarrow วกกลับ \rightarrow เพิ่ม ดังนั้น $x = 4$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ \rightarrow ค ถูก

ง. ที่ $x = 1 \rightarrow f'(x)$ เปลี่ยนจาก บวก \rightarrow ศูนย์ \rightarrow ลบ ดังนั้น $f(x)$ เปลี่ยนจาก เพิ่ม \rightarrow วกกลับ \rightarrow ลด ดังนั้น $x = 1$ เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ \rightarrow ง ถูก

เครดิต

ขอบคุณ คุณ Punyapat Makul

และ คุณ Pawarit Karusuporn

ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร