

วิชามัญ คณิตศาสตร์ 2 (มี.ค. 63)

วันอาทิตย์ที่ 15 มีนาคม 2563 เวลา 8.30 - 10.00 น.

ตอนที่ 1 แบบระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{17}{4}$ 2. $3\sqrt{3}$ 3. $\frac{21}{4}$ 4. 6 5. $4\sqrt{3}$

2. ค่าของ $\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{3}{5}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8 2. -4 3. $-\frac{1}{8}$ 4. $\frac{1}{8}$ 5. 8

3. ผลบวกของคำตอบของสมการ $3^{x^2} = 9^{3x-4}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 6 3. 8 4. 10 5. 12

4. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $1 - x < -\frac{3}{7} < 7 - x$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 6 2. 7 3. 8 4. 9 5. 10

5. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ มุม A มีขนาด 30° ถ้าด้าน BC ยาว 6 หน่วย แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $6\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 2. $18\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 3. 32 ตารางหน่วย
4. 36 ตารางหน่วย 5. 42 ตารางหน่วย

6. ถ้า $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 510$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 7 2. 8 3. 9 4. 10 5. 11

7. พิจารณาลำดับต่อไปนี้

ก. 1, 3, 6, 10, 15, 21

ข. 1, -1, 1, -1, 1, -1

ค. 100, 98, 96, 94, 92, 90

ง. -7, -5, -3, -1, 1, 3

จำนวนลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิต มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

8. ข้อมูลชุดใดต่อไปนี้ที่ มัธยฐาน \neq ฐานนิยม

1. 1.2, 1.3, 1.4, 1.7, 1.7, 1.8, 1.9

2. 11, 12, 13, 16, 16, 16, 17

3. 15, 16, 17, 17, 17, 17, 18

4. 100, 101, 101, 102, 103, 104, 105

5. 100, 101, 102, 102, 103, 104, 105

9. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างราคาซื้อ (B) และราคาขาย (S) ของไข่เบ็ดขนาดต่างๆ ต่อฟอง

เป็น $S = 0.25 + 1.1B$ และพ่อค้าคนหนึ่ง ซื้อไข่เบ็ดขนาดต่างๆ มาด้วยราคาเฉลี่ยเลขคณิตต่อฟอง

เท่ากับ 4.00 บาท แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายไข่ต่อฟอง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4.50 บาท

2. 4.55 บาท

3. 4.60 บาท

4. 4.65 บาท

5. 4.70 บาท

10. อายุของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่งมีการแจกแจงความถี่ดังนี้

อายุ (ปี)	จำนวนพนักงาน (คน)
20 – 29	42
30 – 39	96
40 – 49	38
50 – 59	40
60 ปีขึ้นไป	4

ถ้าสุ่มพนักงานมา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่พนักงานคนนี้จะมียุคน้อยกว่า 60 ปี เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{49}{55}$ 3. $\frac{51}{55}$ 4. $\frac{52}{55}$ 5. $\frac{54}{55}$

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. ถ้า $1 < x < 5$ แล้วคำตอบของสมการ $|x - 7| + |4x - 3| = 18$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{8}{3}$ 2. $\frac{11}{4}$ 3. $\frac{15}{4}$ 4. $\frac{9}{2}$ 5. $\frac{14}{3}$

12. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับสมการ $x^2(3 - 2x)(x + 11) \geq 0$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 12 2. 13 3. 14 4. 15 5. 16

13. กำหนดให้ $a = -\frac{99}{100}$, $b = -\frac{100}{101}$ และ $c = -\frac{101}{102}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $c < a < b$
5. $c < b < a$

14. กำหนดให้ $a = 2^{50}$, $b = 3^{30}$ และ $c = 5^{20}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $c < a < b$
5. $c < b < a$

15. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และมี a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ ถ้า $c^2 \sin A = 3$ และ $c^2 \sin B = 3\sqrt{3}$ แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{4}$ ตารางหน่วย
2. $\frac{3}{2}$ ตารางหน่วย
3. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย
4. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
5. $3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

16. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และมี a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\sin A = \cos B$

ข. ถ้า $\hat{A} = 2\hat{B}$ แล้ว $\cos A = \frac{1}{2}$

ค. $\sin A < \tan A$

ง. ถ้า $a < b$ แล้ว $\sin A < \sin B$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความถูกต้อง) 2. 1 3. 2
4. 3 5. 4

17. กำหนดให้ S เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ซึ่งมี 40 จำนวน

ถ้า มี 25 จำนวนใน S ที่เป็นจำนวนคู่ มี 9 จำนวนใน S ที่หารด้วย 5 ลงตัว

และ มี 12 จำนวนใน S ที่ไม่เป็นจำนวนคู่ และหารด้วย 5 ไม่ลงตัว

แล้วจำนวนสมาชิกใน S ที่หารด้วย 10 ลงตัว มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 7 4. 8 5. 10

18. จากแบบรูปต่อไปนี้

$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{3}{5}$	a	$\frac{1}{15}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{15}$

a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{3}{10}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{4}{5}$

19. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนของ f เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ $f(n) = \begin{cases} 2n^2 + 1 & ; n \geq 0 \\ n(n + 1) & ; n < 0 \end{cases}$
 ถ้า $f(f(a)) = 73$ แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -5 2. -4 3. -3 4. 3 5. 5

20. กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $M = \{(b, c) \mid b, c \in S\}$ สมาชิก $(b, c) \in M$ ที่ทำให้
 สมการ $x^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 4 2. 5 3. 6 4. 7 5. 8

21. กำหนดให้ กราฟของ $y = f(x)$ เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0, 0)$
 และ กราฟของ $y = g(x)$ เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(1, 4)$
 ถ้าเซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือช่วงปิด $[0, 1]$ แล้ว $f(-1) + g(-1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. -8 2. -4 3. 0 4. 4 5. 8

22. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = \frac{9}{8}$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\sqrt{\frac{2}{3}}$
 ถ้า $a_n = \frac{4}{27}$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 8 2. 9 3. 10 4. 11 5. 12

23. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้า $a_1 = 5$ และผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$
 แล้ว $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots - a_{20} + a_{21}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -5 2. 1 3. 5 4. 10 5. 15

24. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ เป็นข้อมูลซึ่งเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต โดยมี $a_1 = 3$ และ $a_{100} = 255$
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของลำดับนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 121 2. 123 3. 125 4. 127 5. 129

25. จากการสอบถามเรื่องจำนวนครั้งของคนที่มาศูนย์การค้าเปิดใหม่แห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน ในช่วง 3 เดือนที่ผ่านมา มีการแจกแจงความถี่ดังนี้

จำนวนครั้ง	จำนวนคน
1 - 5	30
6 - 10	25
11 - 15	20
16 - 20	20
21 - 25	5

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนครั้งของคนกลุ่มนี้ที่มาที่ศูนย์การค้าแห่งนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 10.25 ครั้ง 2. 10.50 ครั้ง 3. 10.75 ครั้ง 4. 11.10 ครั้ง 5. 11.25 ครั้ง

26. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ของนักเรียน 21 คน มีผู้ได้คะแนนสูงสุด 1 คน และต่ำสุด 1 คน ถ้าตัดคะแนนสูงสุดออก จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 11 คะแนน แต่ถ้าตัดคะแนนต่ำสุดออก จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 11.8 คะแนน พิสัยของคะแนนสอบครั้งนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 13 คะแนน 2. 14 คะแนน 3. 15 คะแนน 4. 16 คะแนน 5. 17 คะแนน

27. จากผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 45 คน ซึ่งนักเรียนทุกคนได้คะแนนเป็นจำนวนเต็ม พบว่า มีนักเรียน 20 คน สอบได้คะแนนน้อยกว่า 49 คะแนน และ มีนักเรียน 20 คน สอบได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน ถ้าให้ $S = \{ 48.5, 49, 49.5, 50, 50.5 \}$ แล้วสมาชิกใน S ที่เป็นไปได้ที่จะเป็นค่ามัธยฐานของคะแนนสอบ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 1 จำนวน 2. 2 จำนวน 3. 3 จำนวน 4. 4 จำนวน 5. 5 จำนวน

28. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$

$$S = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$$

ถ้า (a, b) เป็นสมาชิกหนึ่งตัวของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้วความน่าจะเป็นที่ $b = 2a$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{10}$ 2. $\frac{1}{8}$ 3. $\frac{1}{7}$ 4. $\frac{1}{6}$ 5. $\frac{1}{5}$

29. กำหนดให้ S คือเซตของจำนวนนับที่มี 4 หลัก ซึ่งประกอบขึ้นจากเลขโดด 1, 2, 3, 4

และ $A = \{n \in S \mid n \text{ มีเลขโดด 3 ปรากฏอยู่อย่างน้อยหนึ่งหลัก}\}$

จำนวนสมาชิกของ A มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 61 2. 150 3. 175 4. 244 5. 247

30. กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, \dots, 98, 99\}$ ถ้าสุ่มหยิบจำนวนจาก S มาหนึ่งจำนวน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนคู่ที่มีเลขโดด 6 อยู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{12}{99}$ 2. $\frac{13}{99}$ 3. $\frac{14}{99}$ 4. $\frac{15}{99}$ 5. $\frac{16}{99}$

เฉลย

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. 3 | 7. 3 | 13. 5 | 19. 3 | 25. 1 |
| 2. 1 | 8. 4 | 14. 5 | 20. 4 | 26. 4 |
| 3. 2 | 9. 4 | 15. 3 | 21. 1 | 27. 2 |
| 4. 1 | 10. 5 | 16. 5 | 22. 4 | 28. 4 |
| 5. 2 | 11. 5 | 17. 2 | 23. 4 | 29. 3 |
| 6. 2 | 12. 2 | 18. 3 | 24. 5 | 30. 3 |

แนวคิด

1. $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{17}{4}$ 2. $3\sqrt{3}$ 3. $\frac{21}{4}$ 4. 6 5. $4\sqrt{3}$

ตอบ 3

$$\begin{aligned} \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)^2 &= \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-\sqrt{3}^2} + \frac{1}{4} + \sqrt{3} + 3 \\ &= 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{4} + \sqrt{3} + 3 \\ &= 5 + \frac{1}{4} = \frac{21}{4} \end{aligned}$$

2. ค่าของ $\left(-\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8 2. -4 3. $-\frac{1}{8}$ 4. $\frac{1}{8}$ 5. 8

ตอบ 1

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} &= (-32)^{\frac{3}{5}} \\ &= (-2^5)^{\frac{3}{5}} \\ &= (-1)^{\frac{3}{5}} 2^{5\left(\frac{3}{5}\right)} \\ &= (-1) 2^3 = -8 \end{aligned}$$

3. ผลบวกของคำตอบของสมการ $3x^2 = 9^{3x-4}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 6 3. 8 4. 10 5. 12

ตอบ 2

ตัดฐาน 3 ทั้งสองฝั่ง

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 9^{3x-4} \\ 3x^2 &= (3^2)^{3x-4} \\ 3x^2 &= 3^{(2)(3x-4)} \\ 3x^2 &= 3^{6x-8} \\ x^2 &= 6x-8 \end{aligned}$$

$x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x-2)(x-4) = 0$
 $x = 2, 4$
 จะได้ผลบวกคำตอบ = $2 + 4 = 6$

4. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ $1 - x < -\frac{3}{7} < 7 - x$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 6
 2. 7
 3. 8
 4. 9
 5. 10

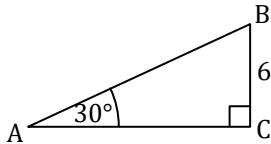
ตอบ 1

$$\begin{array}{l} 1 - x < -\frac{3}{7} < 7 - x \\ 1 < x - \frac{3}{7} < 7 \\ 1\frac{3}{7} < x < 7\frac{3}{7} \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow +x \text{ ตลอด} \\ \rightarrow +\frac{3}{7} \text{ ตลอด} \end{array}$$

จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง $1\frac{3}{7}$ และ $7\frac{3}{7}$ ได้แก่ 2, 3, 4, 5, 6, 7 ซึ่งจะมีทั้งหมด 6 จำนวน

5. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ มุม A มีขนาด 30° ถ้าด้าน BC ยาว 6 หน่วย แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $6\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
 2. $18\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
 3. 32 ตารางหน่วย
 4. 36 ตารางหน่วย
 5. 42 ตารางหน่วย

ตอบ 2



จากโจทย์ จะวาดได้ดังรูป
จะหาพื้นที่ ต้องใช้สูตร $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \rightarrow$ ต้องหา AC

$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{6}{AC} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{6}{AC} \\ AC &= 6\sqrt{3} \end{aligned} \quad \text{จะได้ พื้นที่} = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}$$

6. ถ้า $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 510$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 7
 2. 8
 3. 9
 4. 10
 5. 11

ตอบ 2

จะเห็นว่า $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต ที่มี $a_1 = 2$ และ $r = 2$

$$\begin{aligned} \text{ใช้สูตร } S_n &= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ จะได้ } 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} \\ 510 &= 2(2^n - 1) \\ 255 &= 2^n - 1 \\ 256 &= 2^n \\ 8 &= n \end{aligned}$$

7. พิจารณาลำดับต่อไปนี้

ก. 1, 3, 6, 10, 15, 21

ข. 1, -1, 1, -1, 1, -1

ค. 100, 98, 96, 94, 92, 90

ง. -7, -5, -3, -1, 1, 3

จำนวนลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิต มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

ตอบ 3

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่เพิ่มขึ้นอย่างคงที่ หรือลดลงอย่างคงที่ โดยการบวกหรือลบ

ก. $\begin{matrix} +2 & +3 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \end{matrix} \rightarrow$ เพิ่มไม่คงที่
1, 3, 6, 10, 15, 21 ✗

ข. $\begin{matrix} -2 & +2 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \end{matrix} \rightarrow$ เดี่ยวเพิ่มเดี่ยวลด
1, -1, 1, -1, 1, -1 ✗

ค. $\begin{matrix} -2 & -2 & -2 & -2 & -2 \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \end{matrix}$
100, 98, 96, 94, 92, 90 ✓

ง. $\begin{matrix} +2 & +2 & +2 & +2 & +2 \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \end{matrix}$
-7, -5, -3, -1, 1, 3 ✓

จะเห็นว่า มี ค. และ ง. เท่านั้น ที่เป็นลำดับเลขคณิต

8. ข้อมูลชุดใดต่อไปนี้ที่ มัธยฐาน \neq ฐานนิยม

1. 1.2, 1.3, 1.4, 1.7, 1.7, 1.8, 1.9

2. 11, 12, 13, 16, 16, 16, 17

3. 15, 16, 17, 17, 17, 17, 18

4. 100, 101, 101, 102, 103, 104, 105

5. 100, 101, 102, 102, 103, 104, 105

ตอบ 4

ตัวเลือกทุกข้อ มีข้อมูล 7 ตัว \rightarrow มัธยฐานจะอยู่ตัวที่ $\frac{7+1}{2} = 4$

ฐานนิยม คือข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุด ดังนั้น จะหาว่าข้อไหนที่ตัวที่ 4 ไม่ใช่ตัวที่ซ้ำมากที่สุด

1. 1.2, 1.3, 1.4, (1.7), 1.7, 1.8, 1.9

2. 11, 12, 13, (16), 16, 16, 17

3. 15, 16, (17), (17), 17, 17, 18

4. 100, (101), 101, (102), 103, 104, 105

5. 100, 101, (102), (102), 103, 104, 105

จะเห็นว่า มีข้อ 4. ข้อเดียว ที่ตัวที่ 4 ไม่ใช่ตัวที่ซ้ำมากที่สุด

9. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างราคาซื้อ (B) และราคาขาย (S) ของไข่เปิดขนาดต่างๆ ต่อฟอง

เป็น $S = 0.25 + 1.1B$ และพ่อค้าคนหนึ่ง ซื้อไข่เปิดขนาดต่างๆ มาด้วยราคาเฉลี่ยเลขคณิตต่อฟอง

เท่ากับ 4.00 บาท แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายไข่ต่อฟอง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4.50 บาท

2. 4.55 บาท

3. 4.60 บาท

4. 4.65 บาท

5. 4.70 บาท

ตอบ 4

จากสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ถ้า S และ B สัมพันธ์กันด้วยสูตร $S = 0.25 + 1.1B$

แล้ว \bar{S} และ \bar{B} จะสัมพันธ์กันด้วยสูตรเดียวกันด้วย \rightarrow จะได้ $\begin{aligned} \bar{S} &= 0.25 + 1.1\bar{B} \\ \bar{S} &= 0.25 + 1.1(4.00) \quad \text{โจทย์ให้ ค่าเฉลี่ย } \bar{B} = 4.00 \\ &= 0.25 + 4.4 \\ &= 4.65 \end{aligned}$

10. อายุของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่งมีการแจกแจงความถี่ดังนี้

อายุ (ปี)	จำนวนพนักงาน (คน)
20 - 29	42
30 - 39	96
40 - 49	38
50 - 59	40
60 ปีขึ้นไป	4

ถ้าสุ่มพนักงานมา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่พนักงานคนนี้จะมียุคน้อยกว่า 60 ปี เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{49}{55}$ 3. $\frac{51}{55}$ 4. $\frac{52}{55}$ 5. $\frac{54}{55}$

ตอบ 5

จำนวนพนักงานทั้งหมด = $42 + 96 + 38 + 40 + 4 = 220$ คน

พนักงานที่อายุน้อยกว่า 60 ปี คือพนักงานทุกคนที่ไม่ใช่ 4 คนที่อยู่ในชั้นล่างสุด ซึ่งจะมี $220 - 4 = 216$ คน

จะได้ความน่าจะเป็น = $\frac{216}{220} = \frac{54}{55}$

11. ถ้า $1 < x < 5$ แล้วคำตอบของสมการ $|x - 7| + |4x - 3| = 18$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{8}{3}$ 2. $\frac{11}{4}$ 3. $\frac{15}{4}$ 4. $\frac{9}{2}$ 5. $\frac{14}{3}$

ตอบ 5

จะหาว่าภายในช่วง $1 < x < 5$ ที่โจทย์กำหนด ค่า $x - 7$ และ $4x - 3$ เป็นบวกหรือลบ

เพื่อจะได้ใช้สมบัติ $|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \geq 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$ มาช่วยถอดเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์

$$\begin{array}{ll} 1 < x < 5 & 1 < x < 5 \\ -6 < x - 7 < -2 & 4 < 4x < 20 \\ x - 7 \text{ เป็นลบ ดังนั้น } |x - 7| = -(x - 7) & 1 < 4x - 3 < 17 \\ & 4x - 3 \text{ เป็นบวก ดังนั้น } |4x - 3| = 4x - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{แทนในสมการ } |x - 7| + |4x - 3| = 18 \\ -(x - 7) + 4x - 3 = 18 \\ -x + 7 + 4x - 3 = 18 \\ 3x = 14 \\ x = \frac{14}{3} \end{array} \rightarrow \text{อยู่ระหว่าง 1 และ 5 ตามที่โจทย์กำหนด}$$

12. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับสมการ $x^2(3 - 2x)(x + 11) \geq 0$ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 12 2. 13 3. 14 4. 15 5. 16

ตอบ 2

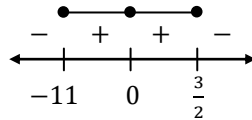
ค่า x ที่ทำให้แต่ละตัวที่คูณกันอยู่ เป็น 0 จะมี $0, \frac{3}{2}, -11 \rightarrow$ นำไปเขียนเส้นจำนวน

มี 1 วงเล็บ คือ $3 - 2x$ ที่สลับ หน้า x เป็นลบ \rightarrow เครื่องหมายของขวาสุด จะเริ่มด้วย ลบ

x^2 เป็นการยกกำลังเลขคู่ \rightarrow เครื่องหมายจะไม่สลับตรง 0

อสมการ เป็นแบบ $\geq 0 \rightarrow$ จะตอบช่วงที่เป็นบวก รวมจุด $0, \frac{3}{2}, -11$ ด้วย

จากข้อมูลทั้งหมด จะวาดเส้นจำนวนได้ดังรูป



จำนวนเต็มที่อยู่ในช่วงนี้ได้แก่ $-11, -10, -9, \dots, 1$ ซึ่งจะมี $1 - (-11) + 1 = 13$ จำนวน

13. กำหนดให้ $a = -\frac{99}{100}$, $b = -\frac{100}{101}$ และ $c = -\frac{101}{102}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $c < a < b$
5. $c < b < a$

ตอบ 5

จะเห็นว่า a, b และ c มีเศษน้อยกว่าส่วนอยู่ 1 เสมอ \rightarrow จะจัดรูปให้ส่วนต่าง 1 นี้ไหลออกมาให้มี 1 ที่เศษ เหมือนๆ กัน

$$\begin{aligned} a &= -\frac{99}{100} & b &= -\frac{100}{101} & c &= -\frac{101}{102} \\ &= -\frac{100-1}{100} & &= -\frac{101-1}{101} & &= -\frac{102-1}{102} \\ &= -\left(1 - \frac{1}{100}\right) & &= -\left(1 - \frac{1}{101}\right) & &= -\left(1 - \frac{1}{102}\right) \\ &= -1 + \frac{1}{100} & &= -1 + \frac{1}{101} & &= -1 + \frac{1}{102} \end{aligned}$$

จะเห็นว่า a, b, c มี -1 เหมือนๆ กัน แต่เนื่องจาก $\frac{1}{100} > \frac{1}{101} > \frac{1}{102}$ ดังนั้น $a > b > c$

14. กำหนดให้ $a = 2^{50}$, $b = 3^{30}$ และ $c = 5^{20}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

1. $a < b < c$
2. $a < c < b$
3. $b < c < a$
4. $c < a < b$
5. $c < b < a$

ตอบ 5

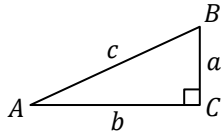
สังเกตว่าเลขชี้กำลัง 50, 30, 20หารด้วย 10 ลงตัวทั้งหมด \rightarrow จะจัดรูป a, b, c ให้มี 10 เป็นเลขชี้กำลัง

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ 2^{50} & 3^{30} & 5^{20} \\ (2^5)^{10} & (3^3)^{10} & (5^2)^{10} \\ 32^{10} & 27^{10} & 25^{10} \end{array}$$

เนื่องจาก $32 > 27 > 25$ ดังนั้น $a > b > c$

15. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และมี a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ ถ้า $c^2 \sin A = 3$ และ $c^2 \sin B = 3\sqrt{3}$ แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{3}{4}$ ตารางหน่วย
 2. $\frac{3}{2}$ ตารางหน่วย
 3. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย
 4. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
 5. $3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

ตอบ 3



$$\begin{aligned} c^2 \sin A &= 3 & c^2 \sin B &= 3\sqrt{3} \\ c^2 \left(\frac{a}{c}\right) &= 3 & c^2 \left(\frac{b}{c}\right) &= 3\sqrt{3} \\ ac &= 3 \dots(1) & bc &= 3\sqrt{3} \dots(2) \end{aligned}$$

เนื่องจาก a, b, c เป็นด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น $a^2 + b^2 = c^2$

เราสามารถจัดรูปให้มี $a^2 + b^2$ ได้โดย $(1)^2 + (2)^2$: $a^2c^2 + b^2c^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2$

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2)c^2 &= 9 + 27 \\ c^2 c^2 &= 36 \\ c^2 &= 6 \dots(3) \end{aligned}$$

พื้นที่ $\Delta = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} = \frac{1}{2} ab \rightarrow$ หา ab ได้จาก $(1) \times (2)$: $ac \times bc = 3 \times 3\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} abc^2 &= 9\sqrt{3} \\ \text{จาก (3)} \quad ab(6) &= 9\sqrt{3} \\ ab &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

จะได้พื้นที่ $= \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

16. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และมี a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $\sin A = \cos B$
- ข. ถ้า $\hat{A} = 2\hat{B}$ แล้ว $\cos A = \frac{1}{2}$
- ค. $\sin A < \tan A$
- ง. ถ้า $a < b$ แล้ว $\sin A < \sin B$

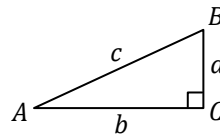
จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 (ไม่มีข้อความถูกต้อง)
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

ตอบ 5

- ก. C เป็นมุมฉาก ดังนั้น $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$

จากสมบัติของโคฟังก์ชัน จะได้ $\sin A = \cos B$ ✓



- ข. แทน $\hat{A} = 2\hat{B}$ ใน $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$
- $$\begin{aligned} 2\hat{B} + \hat{B} &= 90^\circ \\ 3\hat{B} &= 90^\circ \\ \hat{B} &= 30^\circ \end{aligned}$$

ดังนั้น $\hat{A} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \rightarrow$ จะได้ $\cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ✓

- ค. $\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{a}{c}$ และ $\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ติด}} = \frac{a}{b}$ จะเห็นว่าสองค่านี้มีเศษ = a เท่ากัน

แต่ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก จะยาวกว่า b เสมอ ทำให้ $\frac{a}{c} < \frac{a}{b}$ (ตัวหารมาก จะได้ผลลัพธ์น้อย)

$$\sin A < \tan A \quad \checkmark$$

- ง. $\sin A = \frac{a}{c}$ และ $\sin B = \frac{b}{c}$ จะเห็นว่าถ้า $a < b$ จะได้ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ จึงสรุปได้ว่า $\sin A < \sin B$ ✓

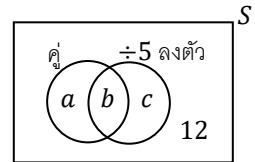
17. กำหนดให้ S เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ซึ่งมี 40 จำนวน

ถ้า มี 25 จำนวนใน S ที่เป็นจำนวนคู่ มี 9 จำนวนใน S ที่หารด้วย 5 ลงตัว
และ มี 12 จำนวนใน S ที่ไม่เป็นจำนวนคู่ และหารด้วย 5 ไม่ลงตัว
แล้วจำนวนสมาชิกใน S ที่หารด้วย 10 ลงตัว มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5 2. 6 3. 7 4. 8 5. 10

ตอบ 2

ให้เอกภพสัมพัทธ์คือ S



12 จำนวน ไม่เป็นคู่ และ $\div 5$ ไม่ลงตัว \rightarrow จะได้บริเวณนอกวงกลม = 12 ดังรูป

โจทย์ถามจำนวนที่ $\div 10$ ลงตัว \rightarrow ต้องเป็นคู่ และ $\div 5$ ลงตัว \rightarrow ต้องหา b มาตอบ

25 จำนวนเป็นคู่ $\rightarrow a + b = 25 \dots(1)$

9 จำนวน $\div 5$ ไม่ลงตัว $\rightarrow b + c = 9 \dots(2)$

S มีทั้งหมด 40 จำนวน $\rightarrow a + b + c + 12 = 40$
 $25 + c + 12 = 40$ \rightarrow จาก (1)
 $c = 3 \rightarrow$ แทนใน (2) จะได้ $b + 3 = 9$
 $b = 6$

18. จากแบบรูปต่อไปนี้

$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{3}{5}$	a	$\frac{1}{15}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{15}$

a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{3}{10}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{4}{5}$

ตอบ 3

เปลี่ยนทุกตัวให้มีส่วนเป็น 15 เหมือนๆ กัน เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ได้ดังรูป

สังเกตว่าทุกแถว และทุกหลัก มีผลบวกเท่ากับ 1 เสมอ

นั่นคือ $\frac{2}{15} + \frac{7}{15} + \frac{6}{15} = \frac{2}{15} + \frac{9}{15} + \frac{4}{15} = \frac{6}{15} + \frac{1}{15} + \frac{8}{15} = \frac{4}{15} + \frac{3}{15} + \frac{8}{15} = 1$

ดังนั้น $a = 1 - \frac{9}{15} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

ซึ่งถ้าตรวจสอบในแถวหรือหลักอื่นๆ ที่ผ่านช่อง a ก็จะได้ผลบวกเป็น 1 ด้วย

$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{6}{15}$
$\frac{9}{15}$	a	$\frac{1}{15}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{8}{15}$

19. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนของ f เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ $f(n) = \begin{cases} 2n^2 + 1 & ; n \geq 0 \\ n(n + 1) & ; n < 0 \end{cases}$

ถ้า $f(f(a)) = 73$ แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -5 2. -4 3. -3 4. 3 5. 5

ตอบ 3

เนื่องจาก $f(f(a)) = 73 \rightarrow$ ต้องเอา 73 มาย้อนสูตรของ f กลับไปสองรอบ จึงจะได้ค่า a

แต่ f มีสองสูตร คือ $2n^2 + 1$ กับ $n(n + 1)$ ทำให้ไม่รู้ว่าจะย้อน 73 กลับไปด้วยสูตรไหน

จะลองย้อนทั้งสองสูตร แล้วดูว่าสูตรไหนย้อนได้ค่า n ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของสูตรที่ใช้ย้อนบ้าง

$$\begin{aligned} 2n^2 + 1 &= 73 \\ 2n^2 &= 72 \\ n^2 &= 36 \\ n &= \pm 6 \end{aligned}$$

เงื่อนไขของสูตร $2n^2 + 1$ คือ $n \geq 0$
ทำให้ -6 ใช้ไม่ได้ \rightarrow ได้ $n = 6$

$$n(n + 1) = 73$$

ไปต่อไม่ได้ เพราะ n กับ $n + 1$ เป็นจำนวนเต็มสองตัวที่เรียงติดกัน จะมีตัวหนึ่งเป็นคู่ ตัวหนึ่งเป็นคี่ ทำให้ผลคูณ $n(n + 1)$ เป็นคู่เสมอ จึงไม่มีทางได้ผลคูณเป็น 73 ได้

ดังนั้น 73 ย้อนสูตร f กลับไปครั้งแรก ได้เป็น 6 \rightarrow ต้องย้อน 6 กลับไปอีกรอบด้วยทั้งสองสูตร

$$\begin{aligned} 2n^2 + 1 &= 6 \\ 2n^2 &= 5 \\ n^2 &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

ไปต่อไม่ได้ เพราะ n ต้องเป็นจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} n(n + 1) &= 6 \\ n^2 + n - 6 &= 0 \\ (n - 2)(n + 3) &= 0 \\ n &= 2, -3 \end{aligned}$$

เงื่อนไขของสูตร $n(n + 1)$ คือ $n < 0$
ทำให้ 2 ใช้ไม่ได้ \rightarrow ได้ $n = -3$

ดังนั้น 6 ย้อนสูตร f กลับไปครั้งที่สอง ได้เป็น $-3 \rightarrow$ จะได้ $a = -3$

20. กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $M = \{(b, c) \mid b, c \in S\}$ สมาชิก $(b, c) \in M$ ที่ทำให้สมการ $x^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7 5. 8

ตอบ 4

จากสมบัติของสมการกำลังสอง สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริงเมื่อ $b^2 - 4ac \geq 0$

ดังนั้น สมการ $x^2 + bx + c = 0$ จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริงเมื่อ $b^2 - 4(1)c \geq 0$
 $b^2 \geq 4c \dots (*)$

ลองแทน c เป็นค่าต่างๆ แล้วดูว่าแต่ละกรณี มี b กี่จำนวน ที่ทำให้ $(*)$ เป็นจริง

กรณี $c = 1$: จะได้ $b^2 \geq 4(1) = 4 \rightarrow b = 2, 3, 4$ รวม 3 แบบ

กรณี $c = 2$: จะได้ $b^2 \geq 4(2) = 8 \rightarrow b = 3, 4$ รวม 2 แบบ

กรณี $c = 3$: จะได้ $b^2 \geq 4(3) = 12 \rightarrow b = 4$ รวม 1 แบบ

กรณี $c = 4$: จะได้ $b^2 \geq 4(4) = 16 \rightarrow b = 4$ รวม 1 แบบ

รวมทุกกรณี จะได้จำนวนแบบ = $3 + 2 + 1 + 1 = 7$ แบบ $\rightarrow M$ มีสมาชิก 7 ตัว

21. กำหนดให้ กราฟของ $y = f(x)$ เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0, 0)$

และ กราฟของ $y = g(x)$ เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(1, 4)$

ถ้าเซตคำตอบของอสมการ $f(x) \leq g(x)$ คือช่วงปิด $[0, 1]$ แล้ว $f(-1) + g(-1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -8 2. -4 3. 0 4. 4 5. 8

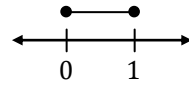
ตอบ 1

$y = f(x)$ มีจุดยอดที่ $(0, 0)$ จะได้ $f(x) = a_1(x - 0)^2 + 0 = a_1x^2$

$y = g(x)$ มีจุดยอดที่ $(1, 4)$ จะได้ $g(x) = a_2(x - 1)^2 + 4$

พาราโบลา $y = a(x - h)^2 + k$
จะมีจุดยอดอยู่ที่ (h, k)

อสมการ $f(x) \leq g(x)$ เป็นอสมการกำลังสองที่มีคำตอบคือ $[0, 1]$



ดังนั้น ที่ $x = 0$ กับ 1 เป็นจุดที่ทำให้สมการ $f(x) = g(x)$ เป็นจริง

นั่นคือ $f(0) = g(0)$ และ $f(1) = g(1)$

$$\begin{aligned} a_1(0^2) &= a_2(0-1)^2 + 4 & a_1(1^2) &= a_2(1-1)^2 + 4 \\ 0 &= a_2 + 4 & a_1 &= 4 \\ -4 &= a_2 & & \end{aligned}$$

ดังนั้น $f(x) = 4x^2$ และ $g(x) = -4(x-1)^2 + 4$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f(-1) + g(-1) &= 4(-1)^2 + -4(-1-1)^2 + 4 \\ &= 4 + -16 + 4 = -8 \end{aligned}$$

22. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = \frac{9}{8}$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\sqrt{\frac{2}{3}}$

ถ้า $a_n = \frac{4}{27}$ แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 8 2. 9 3. 10 4. 11 5. 12

ตอบ 4

จากสูตรลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} \frac{4}{27} &= \frac{9}{8} \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{n-1} \\ \frac{2^2}{3^3} &= \frac{3^2}{2^3} \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{n-1} \\ \frac{2^5}{3^5} &= \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}} \\ 5 &= \frac{n-1}{2} \\ 11 &= n \end{aligned}$$

23. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้า $a_1 = 5$ และผลต่างร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$

แล้ว $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots - a_{20} + a_{21}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -5 2. 1 3. 5 4. 10 5. 15

ตอบ 4

จากสมบัติของลำดับเลขคณิต พจน์คู่ที่อยู่ติดกัน จะมีผลลบเท่ากับผลต่างร่วมเสมอ \rightarrow จะจับคู่ให้เป็นผลลบดังกล่าว

$$\begin{aligned} &a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots - a_{20} + a_{21} \\ &= a_1 + (a_3 - a_2) + (a_5 - a_4) + \dots + (a_{21} - a_{20}) \\ &= 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{มี 21 ตัว หัก } a_1 \text{ ตัวแรกออกเหลือ 20 ตัว} \\ \rightarrow \text{จะจับคู่ได้ } \frac{20}{2} = 10 \text{ คู่} \end{array} \right\}$$

$$= 5 + 10\left(\frac{1}{2}\right) = 10$$

24. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ เป็นข้อมูลซึ่งเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต โดยมี $a_1 = 3$ และ $a_{100} = 255$ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของลำดับนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 121 2. 123 3. 125 4. 127 5. 129

ตอบ 5

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของทุกตัว}}{\text{จำนวนตัว}}$$

$$\begin{aligned} \text{ผลบวกของทุกตัว หาได้จากสูตรอนุกรมเลขคณิต } S_n &= \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \\ &= \frac{100}{2} (3 + 255) = 12900 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{12900}{100} = 129$$

25. จากการสอบถามเรื่องจำนวนครั้งของคนที่มาศูนย์การค้าเปิดใหม่แห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน ในช่วง 3 เดือนที่ผ่านมา มีการแจกแจงความถี่ดังนี้

จำนวนครั้ง	จำนวนคน
1 - 5	30
6 - 10	25
11 - 15	20
16 - 20	20
21 - 25	5

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนครั้งของคนกลุ่มนี้ที่มาที่ศูนย์การค้าแห่งนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10.25 ครั้ง 2. 10.50 ครั้ง 3. 10.75 ครั้ง 4. 11.10 ครั้ง 5. 11.25 ครั้ง

ตอบ 1

ใช้จุดกึ่งกลางชั้น ในการคำนวณผลบวกดังตาราง

จำนวนครั้ง	จำนวนคน (f)	จุดกึ่งกลางชั้น (x)	ผลรวมของชั้น (fx)
1 - 5	30	$\frac{5+1}{2} = 3$	$30 \times 3 = 90$
6 - 10	25	8	$25 \times 8 = 200$
11 - 15	20	13	$20 \times 13 = 260$
16 - 20	20	18	$20 \times 18 = 360$
21 - 25	5	23	$5 \times 23 = 115$
	100		1025

$$\text{จะได้ } \bar{x} = \frac{1025}{100} = 10.25$$

26. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ของนักเรียน 21 คน มีผู้ได้คะแนนสูงสุด 1 คน และต่ำสุด 1 คน ถ้าตัดคะแนนสูงสุดออก จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 11 คะแนน แต่ถ้ายัดคะแนนต่ำสุดออก จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 11.8 คะแนน พิสัยของคะแนนสอบครั้งนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 13 คะแนน 2. 14 คะแนน 3. 15 คะแนน 4. 16 คะแนน 5. 17 คะแนน

ตอบ 4

ให้คะแนนของนักเรียน 21 คน เรียงจากน้อยไปมาก คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}, x_{21}$

ถ้ายัดคะแนนสูงสุด คือ x_{21} ออก จะเหลือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ รวม 20 จำนวน \rightarrow โจทย์ให้ค่าเฉลี่ย = 11

$$\text{จะได้ } \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20}}{20} = 11$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20} = 220 \quad \dots(1)$$

ถ้าตัดคะแนนต่ำสุด คือ x_1 ออก จะเหลือ $x_2, x_3, \dots, x_{20}, x_{21}$ รวม 20 จำนวน \rightarrow โจทย์ให้ค่าเฉลี่ย = 11.8

$$\text{จะได้ } \frac{x_2 + x_3 + \dots + x_{20} + x_{21}}{20} = 11.8$$

$$x_2 + x_3 + \dots + x_{20} + x_{21} = 236 \quad \dots(2)$$

สังเกตว่า (1) และ (2) มี $x_2 + x_3 + \dots + x_{20}$ เหมือนๆ กัน \rightarrow ถ้ายกกัน ก็อันนี้จะตัดกันได้

$$(2) - (1) : \frac{\cancel{x_2 + x_3 + \dots + x_{20}} + x_{21}}{x_{21} - x_1} = \frac{236 - 220}{16} = 16$$

จะเห็นว่า $x_{21} - x_1$ ก็คือ ข้อมูลมากที่สุด ลบ ข้อมูลน้อยสุด ซึ่งก็คือพิสัยนั่นเอง \rightarrow พิสัย = 16

27. จากผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 45 คน ซึ่งนักเรียนทุกคนได้คะแนนเป็นจำนวนเต็ม พบว่า มีนักเรียน 20 คน สอบได้คะแนนน้อยกว่า 49 คะแนน และ มีนักเรียน 20 คน สอบได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน ถ้าให้ $S = \{48.5, 49, 49.5, 50, 50.5\}$ แล้วสมาชิกใน S ที่เป็นไปได้ที่จะเป็นค่ามัธยฐานของคะแนนสอบ มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 จำนวน 2. 2 จำนวน 3. 3 จำนวน 4. 4 จำนวน 5. 5 จำนวน

ตอบ 2

มัธยฐาน คือข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลาง เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

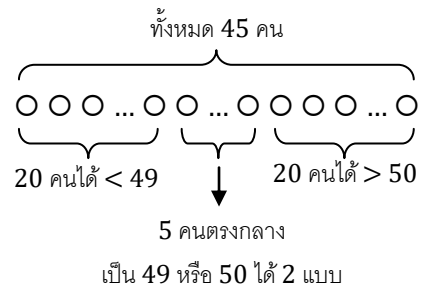
ซึ่งจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด จะวาดได้ดังรูป

และจะสรุปได้ว่า 5 คนตรงกลาง มีคะแนน เป็น 49 หรือ 50 ได้แค่สองแบบ

จากสูตร จะได้มัธยฐานอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{45+1}{2} = 23$

เนื่องจากคนที่ 23 จะเป็นคนหนึ่งใน 5 คนที่อยู่ตรงกลาง

ดังนั้น มัธยฐาน จะเป็นได้แค่ 49 หรือ 50 ได้แค่ 2 แบบ



28. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$

$$S = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$$

ถ้า (a, b) เป็นสมาชิกหนึ่งตัวของ S ที่ได้จากการสุ่ม แล้วความน่าจะเป็นที่ $b = 2a$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{10}$ 2. $\frac{1}{8}$ 3. $\frac{1}{7}$ 4. $\frac{1}{6}$ 5. $\frac{1}{5}$

ตอบ 4

จำนวนแบบทั้งหมด: A มีสมาชิก 3 ตัว \rightarrow เลือก a ได้ 3 แบบ

B มีสมาชิก 4 ตัว \rightarrow เลือก b ได้ 4 แบบ \rightarrow จะได้จำนวนแบบ = 3×4 แบบ

จำนวนแบบที่ต้องการ: a เป็นได้แค่ 1, 2, 3 ดังนั้น $2a$ คือ 2, 4, 6 แต่ 2 ใช้ไม่ได้ เพราะไม่อยู่ใน B

จะเหลือ $a = 2, b = 4$ กับ $a = 3, b = 6$ แค่ 2 แบบ

$$\text{จะได้ความน่าจะเป็น} = \frac{2}{3 \times 4} = \frac{1}{6}$$

29. กำหนดให้ S คือเซตของจำนวนนับที่มี 4 หลัก ซึ่งประกอบขึ้นจากเลขโดด 1, 2, 3, 4

และ $A = \{n \in S \mid n \text{ มีเลขโดด 3 ปรากฏอยู่อย่างน้อยหนึ่งหลัก}\}$

จำนวนสมาชิกของ A มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 61 2. 150 3. 175 4. 244 5. 247

ตอบ 3

นับแบบตรงข้าม (คือแบบที่ไม่มี 3 เลย) จะง่ายกว่า แล้วค่อยเอามาหักออกจากจำนวนแบบทั้งหมด

แบบที่ไม่มี 3 คือมีแค่ 1, 2, 4 \rightarrow เลือกได้หลักละ 3 แบบ และมี 4 หลัก \rightarrow จะได้จำนวนแบบ $= 3^4$ แบบ

จำนวนแบบทั้งหมด คือมี 1, 2, 3, 4 \rightarrow จะเลือกได้หลักละ 4 แบบ และมี 4 หลัก \rightarrow จะได้จำนวนแบบ $= 4^4$ แบบ

จะได้จำนวนแบบที่มี 3 อย่างน้อยหนึ่งหลัก $= 4^4 - 3^4 = 256 - 81 = 175$ แบบ

30. กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, \dots, 98, 99\}$ ถ้าสุ่มหยิบจำนวนจาก S มาหนึ่งจำนวน แล้วความน่าจะเป็น

ที่จะได้จำนวนคู่ที่มีเลขโดด 6 อยู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{12}{99}$ 2. $\frac{13}{99}$ 3. $\frac{14}{99}$ 4. $\frac{15}{99}$ 5. $\frac{16}{99}$

ตอบ 3

S มีสมาชิก 99 จำนวน \rightarrow จำนวนแบบทั้งหมด $= 99$ แบบ

จำนวนเลขคู่ที่มี 6 อยู่ จะมี 6 เป็นหลักหน่วย : 6, 16, 26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96 $\rightarrow 10$ แบบ

6 เป็นหลักสิบ : 60, 62, 64, 68 (ไม่นับ 66 ที่เคยนับไปแล้ว) $\rightarrow 4$ แบบ

รวมทั้งสองกรณี จะได้จำนวนแบบ $= 10 + 4 = 14$ แบบ \rightarrow จะได้ความน่าจะเป็น $= \frac{14}{99}$

เครดิต

ขอบคุณ ข้อสอบ จาก อ.ปิง GTRmath

ขอบคุณ เฉลยละเอียด จาก คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book

ขอบคุณ คุณ คณิต มงคลพิทักษ์สุข (นาย) ผู้เขียน Math E-book

และ คุณ วิโรจน์ เลขานุภาพนทร์

และ คุณ Chonlakorn Chiewpanich

ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร