

สมาคม (พ.ย. 58)

27. สำหรับจำนวนเต็มบวก n กำหนดให้ $S_n = \sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$
จงหาจำนวนนับ k ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $|S_k - 0.25| < 0.0001$

สมาคม (พ.ย. 57)

3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับอนุกรม $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k^2+k}}$
- | | |
|---|--|
| ก. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{1}{2}$ | ข. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ 1 |
| ค. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ | ง. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |

14. กำหนดให้ $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ และ $\tan(\alpha + \beta) = \tan \alpha + \cot \alpha + \tan \beta + \cot \beta$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบที่ถูกต้องเกี่ยวกับอนุกรมอนันต์ต่อไปนี้ $1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan^2 \alpha \tan^2 \beta + \tan^3 \alpha \tan^3 \beta + \dots$

ก. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ข. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

ค. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$

ง. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2$

33. กำหนดให้ $a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{\tan\left(\frac{(2n-1)\pi}{360}\right)}}}$ เมื่อ $n = 1, 2, \dots, 90$ จงหาค่าของ $\frac{\sqrt{1+a_1} + \sqrt{1+a_2} + \dots + \sqrt{1+a_{90}}}{\sqrt{1-a_1} + \sqrt{1-a_2} + \dots + \sqrt{1-a_{90}}}$

สมาคม (พ.ย. 56)

16. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ x_1, x_2, \dots, x_n เป็นลำดับเลขคณิต โดยเรียงจากน้อยไปหามาก ถ้าค่าเฉลี่ยคือ 51 และค่าที่น้อยที่สุดของข้อมูลคือ 11 จงหาพิสัยของข้อมูลชุดนี้

21. กำหนดให้ a_1, a_2, \dots, a_{100} เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวก 100 จำนวนเรียงติดกัน จงหาค่าน้อยที่สุดที่เป็นจำนวนเต็มของ $\sqrt{a_2 + a_3 + \dots + a_{99}} - \sqrt{a_1 + a_{100}}$

23. สำหรับ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ $A \subseteq \mathbb{R}$ นิยาม $f[A] = \{f(x) : x \in A\}$

ถ้า $f(x) = x^2 - 0.5$, $B = [-5, 0]$, $C = [0, 5]$ และ $r \in f[B] \cap f[C] \cap f[B \cap C]$ แล้ว

$1 + r + r^2 + r^3 + \dots$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้ $M = \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 99}$ และ $N = \frac{1}{51 \cdot 100} + \frac{1}{52 \cdot 99} + \frac{1}{53 \cdot 98} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 51}$
จงหาค่าของ $\frac{M}{N}$

34. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับของจำนวนจริง ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

(1) $a_1 = 1$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n}} = 2012$

(2) $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ เป็นลำดับเรขาคณิต และ $a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}$ เป็นลำดับเลขคณิต ทุกจำนวนเต็มบวก n

จงหาค่าของ a_{2013}

สมาคม (พ.ย. 55)

3. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่ $a_1 \neq 0$ และ $a_{32} = 4a_{20}$ แล้ว $a_{10} + a_{25} + 2a_{40}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. a_{67}

ข. a_{68}

ค. a_{69}

ง. a_{70}

26. กำหนดให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวกเรียงติดกันที่มากกว่า 1 พจน์ (เช่น 78, 79, 80, 81, 82) ถ้าผลรวมของพจน์ในทุกพจน์ในลำดับเท่ากับ 2012 แล้ว ค่าของ a_1 เท่ากับเท่าใด

33. กำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ เป็นลำดับอนันต์ของจำนวนจริงในช่วง $[0, 3]$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\frac{x_n}{\sqrt{x_{n+1}+3}} \geq \sqrt{\frac{3}{2}}$ ทุก $n = 1, 2, 3, \dots$

ค่าของ x_{2555} ทั้งหมดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

34. สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ กำหนดให้ $[x]$ เป็นจำนวนเต็มที่ยังมากที่สุดซึ่งมีค่าไม่เกิน x

จงหาว่า มีจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดกี่จำนวนซึ่งทำให้ $\sum_{j=1}^{2555} [2^{-j}n] = n - 1$

สมาคม (พ.ย. 54)

11. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับของจำนวนจริง ซึ่งกำหนดโดย $a_1 = 0$

และ $a_n - a_{n-1} = n - 1$ ทุกจำนวนเต็ม $n \geq 2$ ค่าของ $\sum_{n=1}^{25} a_n$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2400

ข. 2500

ค. 2600

ง. 2700

21. กำหนดให้ $a_n = \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)$ และ $b_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)^2$ จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3nb_n + n^2}{a_n}$

22. นิยามลำดับ (a_n) โดย $a_1 = 1$ และสำหรับจำนวนเต็ม $n \geq 1$ ให้ a_n และ a_{n+1} เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้สมการในตัวแปร x $2 \arcsin(x + a_{n+1}) = 2\pi - \arccos(x + a_n)$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

จงหาค่าของ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$

28. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน ($a < b < c$) ซึ่งมีสมบัติว่ามีจำนวนเฉพาะ p ที่ทำให้ $a, b + 10, c + p$ เป็นลำดับเรขาคณิต จงหาค่า a ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

31. กำหนดให้ $a_n = 1 + \frac{8}{n^2}$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n
จงหาจำนวนเต็มทีมากที่สุดที่มีค่าไม่เกิน $\sum_{n=1}^{98} \sqrt{a_{2n-1} + a_{2n+1}}$

เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)	27. 70			
สมาคม (พ.ย. 57)	3. ง	14. ง	33. $1 + \sqrt{2}$	
สมาคม (พ.ย. 56)	16. 80	21. 66	23. $\frac{2}{3}$	32. 151
	34. 2.25			
สมาคม (พ.ย. 55)	3. ก	26. 248	33. 3	34. 2556
สมาคม (พ.ย. 54)	11. ค	21. 16	22. 0.5	28. 11, -121
	31. 141			