

สมาคม (พ.ย. 58)

27. สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  กำหนดให้  $S_n = \sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$   
จงหาจำนวนนับ  $k$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $|S_k - 0.25| < 0.0001$

สมาคม (พ.ย. 57)

3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับอนุกรม  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k^2+k}}$
- |   |  |
|---|--|
| ก. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{1}{2}$                 | ข. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ 1                    |
| ค. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ | ง. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |

14. กำหนดให้  $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$  และ  $\tan(\alpha + \beta) = \tan \alpha + \cot \alpha + \tan \beta + \cot \beta$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบที่ถูกต้องเกี่ยวกับอนุกรมอนันต์ต่อไปนี้  $1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan^2 \alpha \tan^2 \beta + \tan^3 \alpha \tan^3 \beta + \dots$

ก. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ข. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

ค. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่  $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$

ง. เป็นอนุกรมลู่เข้าสู่  $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2$

33. กำหนดให้  $a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{\tan\left(\frac{(2n-1)\pi}{360}\right)}}}$  เมื่อ  $n = 1, 2, \dots, 90$  จงหาค่าของ  $\frac{\sqrt{1+a_1} + \sqrt{1+a_2} + \dots + \sqrt{1+a_{90}}}{\sqrt{1-a_1} + \sqrt{1-a_2} + \dots + \sqrt{1-a_{90}}}$

สมาคม (พ.ย. 56)

16. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  เป็นลำดับเลขคณิต โดยเรียงจากน้อยไปหามาก ถ้าค่าเฉลี่ยคือ 51 และค่าที่น้อยที่สุดของข้อมูลคือ 11 จงหาพิสัยของข้อมูลชุดนี้

21. กำหนดให้  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวก 100 จำนวนเรียงติดกัน จงหาค่าน้อยที่สุดที่เป็นจำนวนเต็มของ  $\sqrt{a_2 + a_3 + \dots + a_{99}} - \sqrt{a_1 + a_{100}}$

23. สำหรับ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  และ  $A \subseteq \mathbb{R}$  นิยาม  $f[A] = \{f(x) : x \in A\}$

ถ้า  $f(x) = x^2 - 0.5$ ,  $B = [-5, 0]$ ,  $C = [0, 5]$  และ  $r \in f[B] \cap f[C] \cap f[B \cap C]$  แล้ว

$1 + r + r^2 + r^3 + \dots$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้  $M = \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 99}$  และ  $N = \frac{1}{51 \cdot 100} + \frac{1}{52 \cdot 99} + \frac{1}{53 \cdot 98} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 51}$   
จงหาค่าของ  $\frac{M}{N}$

34. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับของจำนวนจริง ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

(1)  $a_1 = 1$  และ  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n}} = 2012$

(2)  $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$  เป็นลำดับเรขาคณิต และ  $a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}$  เป็นลำดับเลขคณิต ทุกจำนวนเต็มบวก  $n$

จงหาค่าของ  $a_{2013}$

สมาคม (พ.ย. 55)

3. ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่  $a_1 \neq 0$  และ  $a_{32} = 4a_{20}$  แล้ว  $a_{10} + a_{25} + 2a_{40}$  มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $a_{67}$

ข.  $a_{68}$

ค.  $a_{69}$

ง.  $a_{70}$

26. กำหนดให้  $a_1, a_2, \dots, a_n$  เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวกเรียงติดกันที่มากกว่า 1 พจน์ (เช่น 78, 79, 80, 81, 82) ถ้าผลรวมของพจน์ในทุกพจน์ในลำดับเท่ากับ 2012 แล้ว ค่าของ  $a_1$  เท่ากับเท่าใด

33. กำหนดให้  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  เป็นลำดับอนันต์ของจำนวนจริงในช่วง  $[0, 3]$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการ  $\frac{x_n}{\sqrt{x_{n+1}+3}} \geq \sqrt{\frac{3}{2}}$  ทุก  $n = 1, 2, 3, \dots$

ค่าของ  $x_{2555}$  ทั้งหมดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

34. สำหรับจำนวนจริง  $x$  ใดๆ กำหนดให้  $[x]$  เป็นจำนวนเต็มที่ยังมากที่สุดซึ่งมีค่าไม่เกิน  $x$

จงหาว่า มีจำนวนเต็มบวก  $n$  ทั้งหมดกี่จำนวนซึ่งทำให้  $\sum_{j=1}^{2555} [2^{-j}n] = n - 1$

สมาคม (พ.ย. 54)

11. กำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับของจำนวนจริง ซึ่งกำหนดโดย  $a_1 = 0$

และ  $a_n - a_{n-1} = n - 1$  ทุกจำนวนเต็ม  $n \geq 2$  ค่าของ  $\sum_{n=1}^{25} a_n$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2400

ข. 2500

ค. 2600

ง. 2700

21. กำหนดให้  $a_n = \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)$  และ  $b_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)^2$  จงหาค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3nb_n + n^2}{a_n}$

22. นิยามลำดับ  $(a_n)$  โดย  $a_1 = 1$  และสำหรับจำนวนเต็ม  $n \geq 1$  ให้  $a_n$  และ  $a_{n+1}$  เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้สมการในตัวแปร  $x$   $2 \arcsin(x + a_{n+1}) = 2\pi - \arccos(x + a_n)$  มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

จงหาค่าของ  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$



28. กำหนดให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน ( $a < b < c$ ) ซึ่งมีสมบัติว่ามีจำนวนเฉพาะ  $p$  ที่ทำให้  $a, b + 10, c + p$  เป็นลำดับเรขาคณิต จงหาค่า  $a$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

31. กำหนดให้  $a_n = 1 + \frac{8}{n^2}$  สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $n$   
จงหาจำนวนเต็มทีมากที่สุดที่มีค่าไม่เกิน  $\sum_{n=1}^{98} \sqrt{a_{2n-1} + a_{2n+1}}$

เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)	27. <b>70</b>			
สมาคม (พ.ย. 57)	3. ง	14. ง	33. $1 + \sqrt{2}$	
สมาคม (พ.ย. 56)	16. <b>80</b>	21. <b>66</b>	23. $\frac{2}{3}$	32. <b>151</b>
	34. <b>2.25</b>			
สมาคม (พ.ย. 55)	3. ก	26. <b>248</b>	33. <b>3</b>	34. <b>2556</b>
สมาคม (พ.ย. 54)	11. ค	21. <b>16</b>	22. <b>0.5</b>	28. <b>11, -121</b>
	31. <b>141</b>			