

สมาคม (พ.ย. 58)

9. กำหนดให้ a, b, x, y และ z เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่เท่ากับศูนย์และสอดคล้องกับระบบสมการ

$$\begin{cases} x + ay + z = 3 \\ 2x + y + bz = 1 \\ 3x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

ค่าของ $2x - 3y + 2z + 3ab$ ตรงกับข้อใด

ก. 5

ข. -2

ค. 0

ง. -7

16. ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดที่ทำให้มีจำนวนเต็มบวก n สอดคล้องกับสมการ

$$1 + 2 + \dots + n = 1^2 + 2^2 + \dots + p^2$$

จงหาค่าของ $1^3 + 2^3 + \dots + p^3$

2 ทฤษฎีจำนวน

29. กำหนดให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\frac{1}{mn} + \frac{n}{m} = \frac{2}{m-n}$
จงหาค่าสูงสุดของ $m + n$

สมาคม (พ.ย. 57)

18. ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ $1 + m + m^2 = n^3$ จงหาผลคูณ mn น้อยสุด

19. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกที่ $x^2 + 6x + y^2 + 8y = 875$ จงหาค่า x มากสุดที่เป็นไปได้

24. บริษัทหนึ่งของบริษัทหนึ่งต้องการซื้อรถบรรทุกทั้งหมด 25 คัน โดยที่รถเหล่านี้มีความจุรวมกัน 28,000 ลูกบาศก์ฟุต โดยรถบรรทุกที่บริษัทต้องการมีอยู่สามขนาด ได้แก่ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ โดยที่รถบรรทุกแต่ละชนิดมีความจุ 350, 700 และ 1400 ลูกบาศก์ฟุต ตามลำดับ ถ้ามีเงื่อนไขว่าต้องซื้อรถบรรทุกทุกชนิดในการซื้อครั้งนี้ จงพิจารณาว่าจำนวนรถขนาดใหญ่ที่น้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ในการซื้อครั้งนี้เป็นเท่าใด

25. จงหาจำนวนของจำนวนนับ N ทั้งหมดซึ่งมีสมบัติว่าจำนวนเฉพาะที่หาร N ลงตัวคือ 3 และ 7 เท่านั้น และมีจำนวนเต็มบวก $x > 1$ ซึ่งทำให้ $N^{(x-1)/2} < 10^x < N$

สมาคม (พ.ย. 56)

17. จงหาค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ $p + q$ เมื่อ p และ q เป็นจำนวนเฉพาะซึ่ง $p + q$ หาร pq ลงตัว

19. จงหาจำนวนวิธีในการเขียน $648,000$ เป็นผลคูณ xy ของจำนวนเต็มบวก x และ y สองจำนวน โดยที่ x หาร y ลงตัว

28. กำหนดให้ $p(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็มบวก
ถ้า $p(1) = 88$ และ $p(100) = 62307152908$ แล้ว จงหาค่าของ $p(-1)$

31. จงหาสามสิ่งอันดับ (a, b, p) ทั้งหมด ซึ่ง a, b เป็นจำนวนเต็ม และ p เป็นจำนวนเฉพาะและสอดคล้อง

$$\frac{a}{1+b} - \frac{b}{1+a} = \frac{p^2}{1+a+b+ab}$$

สมาคม (พ.ย. 55)

30. กำหนดให้ A, B และ C เป็นสับเซตของ $\{1, 2, \dots, 12\}$ โดยที่ $A \cap B \cap C = \{1\}$,

จำนวนสมาชิกของ A, B และ C มีค่าเท่ากัน และสอดคล้องกับสมบัติต่อไปนี้

(1) $\forall a \in A \exists b \in B, a|b$

(2) $\forall b \in B \exists c \in C, b|c^2$

(3) $\forall c \in C \exists a \in A, c^2|a^3$

ในบรรดาเซต A ทั้งหมดที่เป็นไปได้ A มีผลบวกของสมาชิกทั้งหมดมากที่สุดเท่ากับเท่าใด

สมาคม (พ.ย. 54)

18. จงหาคู่อันดับของจำนวนเต็มบวก (x, y) ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $2x^2 + 5y^2 = 11(xy - 11)$

20. กำหนดให้สัญลักษณ์ $[x]$ หมายถึง จำนวนเต็มที่ยกที่สุดซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ x
 (ตัวอย่างเช่น $[\sqrt{2}] = 1$) จงหาเลขสามหลักสุดท้ายของ $\left\lfloor \frac{10^{84}}{10^{28}+8} \right\rfloor$

8 ทฤษฎีจำนวน

เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)	9. \ng	16. 225	29. 12	
สมาคม (พ.ย. 57)	18. 126	19. 21	24. 16	25. 12
สมาคม (พ.ย. 56)	17. 4	19. 24	28. 4	
	31. $(2, 1, 2), (2, -2, 2), (-3, -2, 2), (-3, 1, 2)$			
สมาคม (พ.ย. 55)	30. 36			
สมาคม (พ.ย. 54)	18. $(14, 27)$	20. 063		