

สมาคม (พ.ย. 58)

9. กำหนดให้  $a, b, x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่เท่ากับศูนย์และสอดคล้องกับระบบสมการ

$$\begin{cases} x + ay + z = 3 \\ 2x + y + bz = 1 \\ 3x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

ค่าของ  $2x - 3y + 2z + 3ab$  ตรงกับข้อใด

ก. 5

ข. -2

ค. 0

ง. -7

16. ให้  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดที่ทำให้มีจำนวนเต็มบวก  $n$  สอดคล้องกับสมการ

$$1 + 2 + \dots + n = 1^2 + 2^2 + \dots + p^2$$

จงหาค่าของ  $1^3 + 2^3 + \dots + p^3$

2 ทฤษฎีจำนวน

29. กำหนดให้  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับสมการ  $\frac{1}{mn} + \frac{n}{m} = \frac{2}{m-n}$   
จงหาค่าสูงสุดของ  $m + n$

สมาคม (พ.ย. 57)

18. ให้  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่  $1 + m + m^2 = n^3$  จงหาผลคูณ  $mn$  น้อยสุด

19. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่  $x^2 + 6x + y^2 + 8y = 875$  จงหาค่า  $x$  มากสุดที่เป็นไปได้

24. บริษัทหนึ่งของบริษัทหนึ่งต้องการซื้อรถบรรทุกทั้งหมด 25 คัน โดยที่รถเหล่านี้มีความจุรวมกัน 28,000 ลูกบาศก์ฟุต โดยรถบรรทุกที่บริษัทต้องการมีอยู่สามขนาด ได้แก่ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ โดยที่รถบรรทุกแต่ละชนิดมีความจุ 350, 700 และ 1400 ลูกบาศก์ฟุต ตามลำดับ ถ้ามีเงื่อนไขว่าต้องซื้อรถบรรทุกทุกชนิดในการซื้อครั้งนี้ จงพิจารณาว่าจำนวนรถขนาดใหญ่ที่น้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ในการซื้อครั้งนี้เป็นเท่าใด

25. จงหาจำนวนของจำนวนนับ  $N$  ทั้งหมดซึ่งมีสมบัติว่าจำนวนเฉพาะที่หาร  $N$  ลงตัวคือ 3 และ 7 เท่านั้น และมีจำนวนเต็มบวก  $x > 1$  ซึ่งทำให้  $N^{(x-1)/2} < 10^x < N$

สมาคม (พ.ย. 56)

17. จงหาค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ  $p + q$  เมื่อ  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนเฉพาะซึ่ง  $p + q$  หาร  $pq$  ลงตัว

19. จงหาจำนวนวิธีในการเขียน  $648,000$  เป็นผลคูณ  $xy$  ของจำนวนเต็มบวก  $x$  และ  $y$  สองจำนวน โดยที่  $x$  หาร  $y$  ลงตัว

28. กำหนดให้  $p(x)$  เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็มบวก  
 ถ้า  $p(1) = 88$  และ  $p(100) = 62307152908$  แล้ว จงหาค่าของ  $p(-1)$

31. จงหาสามสิ่งอันดับ  $(a, b, p)$  ทั้งหมด ซึ่ง  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะและสอดคล้อง

$$\frac{a}{1+b} - \frac{b}{1+a} = \frac{p^2}{1+a+b+ab}$$

สมาคม (พ.ย. 55)

30. กำหนดให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นสับเซตของ  $\{1, 2, \dots, 12\}$  โดยที่  $A \cap B \cap C = \{1\}$ ,

จำนวนสมาชิกของ  $A, B$  และ  $C$  มีค่าเท่ากัน และสอดคล้องกับสมบัติต่อไปนี้

(1)  $\forall a \in A \exists b \in B, a|b$

(2)  $\forall b \in B \exists c \in C, b|c^2$

(3)  $\forall c \in C \exists a \in A, c^2|a^3$

ในบรรดาเซต  $A$  ทั้งหมดที่เป็นไปได้  $A$  มีผลบวกของสมาชิกทั้งหมดมากที่สุดเท่ากับเท่าใด

สมาคม (พ.ย. 54)

18. จงหาคู่อันดับของจำนวนเต็มบวก  $(x, y)$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ  $2x^2 + 5y^2 = 11(xy - 11)$

20. กำหนดให้สัญลักษณ์  $[x]$  หมายถึง จำนวนเต็มที่ยกที่สุดซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$   
 (ตัวอย่างเช่น  $[\sqrt{2}] = 1$ ) จงหาเลขสามหลักสุดท้ายของ  $\left\lfloor \frac{10^{84}}{10^{28}+8} \right\rfloor$

8 ทฤษฎีจำนวน

เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)	9. $\infty$	16. 225	29. 12	
สมาคม (พ.ย. 57)	18. 126	19. 21	24. 16	25. 12
สมาคม (พ.ย. 56)	17. 4	19. 24	28. 4	
	31. $(2, 1, 2), (2, -2, 2), (-3, -2, 2), (-3, 1, 2)$			
สมาคม (พ.ย. 55)	30. 36			
สมาคม (พ.ย. 54)	18. $(14, 27)$	20. 063		