

สมาคม (พ.ย. 58)

17. กำหนดให้  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  นิยามโดย  $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{เมื่อ } x - [x] \leq \frac{1}{2} \\ 1 - (x - [x]) & \text{เมื่อ } x - [x] > \frac{1}{2} \end{cases}$

จงหาค่าของ  $\int_{-2015}^{2015} f(x + 2558) dx$

26. จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \arctan\left(\frac{x+1}{x+2}\right) - \arctan\left(\frac{x}{x+2}\right) \right)$

(ข้อเสนอแนะ: ถ้า  $f(x) = \arctan x$  แล้ว  $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ )

34. กำหนดให้  $\int_0^1 \left[ \frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_{a_{n+1}}^{a_n} \left[ \frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx \right)$  โดยที่  $0 < a_{n+1} < a_n < a_1 = 1$  ทุกจำนวนนับ  $n$   
 และ  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  (สามารถพิสูจน์ได้ว่าอนุกรมอนันต์ข้างต้นไม่ขึ้นกับลำดับ  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ )  
 ถ้า  $A = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$  และ  $B = \int_0^1 \left[ \frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx$  แล้ว จงหาค่าของ  $12A - B$

สมาคม (พ.ย. 57)

10. กำหนดให้  $f(x) = \frac{x^2}{2}$  และ  $g(x) = x^3$  และ  $L$  เป็นเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้ง  $y = f(x)$  และ  $y = g(x)$  ที่จุด  $(a, b)$  และ  $(c, d)$  ตามลำดับ โดยที่  $c \neq 0$  ค่าของ  $b + d + \frac{ac}{3}$  มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
- ก.  $\frac{2^7}{3^6}$                       ข.  $\frac{2^8}{3^6}$                       ค.  $\frac{2^6}{3^7}$                       ง.  $\frac{2^7}{3^7}$

26. ให้  $A$  เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$  ซึ่งทำให้ฟังก์ชัน  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ที่ถูกกำหนดโดย

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+4}}{bx-1} & , x \leq 0 \\ \frac{\sin ax}{x} + b \left( \frac{x-3\pi}{\pi} \right) & , 0 < x \leq \pi \\ \sqrt{(x-\pi)^2 + 1} - x + c^2 & , \pi < x \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบน  $\mathbb{R}$  และ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  จงหาจำนวนสมาชิกของเซต  $A$  และ  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

(ข้อเสนอแนะ : สำหรับ  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{x} = a$ )

27. กำหนดให้  $f(x) = 24x^2 + 2014x - 2557$  ให้  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นเส้นสัมผัส  $f(x)$  ที่จุด  $(2553, f(2553))$  และ  $(2557, f(2557))$  ตามลำดับ จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ  $f$  เส้นตรง  $L_1$  และเส้นตรง  $L_2$

สมาคม (พ.ย. 56)

11. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(1) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \text{ มีค่าสุดขีดสัมพัทธ์}$$

$$(2) \int_1^9 \frac{x-1}{x+\sqrt{x}} dx = 2$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อความ (1) เป็นจริง ข้อความ (2) เป็นเท็จ

ค. ข้อความ (1) เป็นเท็จ ข้อความ (2) เป็นจริง

ง. ข้อความ (1) และ (2) เป็นเท็จ

27. จงหาสมการเส้นตรงในรูป  $y = ax + b$  ซึ่งผ่านจุด  $(\frac{1}{2}, 2)$  สัมผัสกับกราฟของฟังก์ชัน  $y = 2 - \frac{x^2}{2}$  และตัดกับกราฟของฟังก์ชัน  $y = \sqrt{4 - x^2}$  ที่จุดสองจุดที่แตกต่างกัน

สมาคม (พ.ย. 55)

5. ถ้า  $f(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของ  $\sqrt{x^3 + 1 + 2x\sqrt{x}}$  แล้ว  $f(1) - f(0)$  มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
- ก. 0                                      ข. 0.4                                      ค. 1.2                                      ง. 1.4

14. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริงไปยังเซตของจำนวนจริง และให้  $a$  เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} = 10$  แล้ว  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = 5$

(2) ถ้า  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = 5$  แล้ว  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} = 10$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) เป็นจริง และข้อ (2) เป็นจริง                                      ข. ข้อ (1) เป็นจริง และข้อ (2) เป็นเท็จ
- ค. ข้อ (1) เป็นเท็จ และข้อ (2) เป็นจริง                                      ง. ข้อ (1) เป็นเท็จ และข้อ (2) เป็นเท็จ

23. กำหนดให้  $\ell$  เป็นเส้นตรงที่มีความชัน  $\frac{7}{2}$  และเส้นตรง  $\ell$  ไม่ตัดกับพาราโบลา  $y = x^2$   
กำหนดให้ A และ B เป็นจุด 2 จุดบนเส้นตรง  $\ell$  โดยที่ ส่วนของเส้นตรง AB ยาว 2555 หน่วย  
จงหาพิกัดของจุด C ที่อยู่บนพาราโบลา  $y = x^2$  ซึ่งทำให้สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่น้อยที่สุด

24. กำหนดให้  $f : [-4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  โดยที่  $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2+7x+14}$  จงหาเรนจ์ของฟังก์ชัน  $f$

29. ให้  $S$  เป็นอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = x(1 - x)$  กับแกน  $x$   
จงหาค่า  $m$  ทั้งหมดที่ทำให้เส้นตรง  $y = mx$  แบ่ง  $S$  เป็น 2 ส่วนโดยที่แต่ละส่วนมีพื้นที่เท่ากัน

35. สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก  $n$  กำหนดให้

$a_n =$  จำนวนจริงที่มีค่ามากที่สุดที่ทำให้เส้นตรง  $y = a_n x$  ตัดกราฟ  $y = \sin x$  ทั้งหมด  $4n + 1$  จุด

จงหาค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$

สมาคม (พ.ย. 54)

13. สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ใดๆ กำหนดให้  $A(n)$  เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = nx - x^2$  แกน  $y$  และเส้นสัมผัสโค้งนี้ที่จุด  $x = n$

จำนวนเต็มบวก  $n$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $A(n)$  เป็นกำลังสองสมบูรณ์ของจำนวนเต็ม ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

23. กำหนดให้  $a, b$  เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x) = x^2 - ax - ab$  มีเส้นสัมผัสที่จุด  $x = a + b$  เป็นเส้นตรง  $y = -x + 5$  จงหาค่าของ  $a$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด



เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)

17. **1007.5**

26.  $\frac{1}{2}$

34.  $\frac{37}{4}$

สมาคม (พ.ย. 57)

10. ข

26. **2, -3**

27. **128**

สมาคม (พ.ย. 56)

11. ง

27.  $y = -x + \frac{5}{2}$

สมาคม (พ.ย. 55)

5. ง

14. ค

23.  $(\frac{7}{4}, \frac{49}{16})$

24.  $[-\frac{2}{7}, \frac{3}{2}]$

29.  $1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

35.  $\frac{1}{2\pi}$

สมาคม (พ.ย. 54)

13. ค

23. **3, -7**