

สมาคม (พ.ย. 58)

17. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ นิยามโดย $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{เมื่อ } x - [x] \leq \frac{1}{2} \\ 1 - (x - [x]) & \text{เมื่อ } x - [x] > \frac{1}{2} \end{cases}$

จงหาค่าของ $\int_{-2015}^{2015} f(x + 2558) dx$

26. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\arctan\left(\frac{x+1}{x+2}\right) - \arctan\left(\frac{x}{x+2}\right) \right)$

(ข้อเสนอแนะ: ถ้า $f(x) = \arctan x$ แล้ว $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$)

34. กำหนดให้ $\int_0^1 \left[\frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_{a_{n+1}}^{a_n} \left[\frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx \right)$ โดยที่ $0 < a_{n+1} < a_n < a_1 = 1$ ทุกจำนวนนับ n
 และ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ (สามารถพิสูจน์ได้ว่าอนุกรมอนันต์ข้างต้นไม่ขึ้นกับลำดับ $(a_n)_{n=1}^{\infty}$)
 ถ้า $A = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$ และ $B = \int_0^1 \left[\frac{3}{\sqrt{x}} \right] dx$ แล้ว จงหาค่าของ $12A - B$

สมาคม (พ.ย. 57)

10. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2}{2}$ และ $g(x) = x^3$ และ L เป็นเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ และ $y = g(x)$ ที่จุด (a, b) และ (c, d) ตามลำดับ โดยที่ $c \neq 0$ ค่าของ $b + d + \frac{ac}{3}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
- ก. $\frac{2^7}{3^6}$ ข. $\frac{2^8}{3^6}$ ค. $\frac{2^6}{3^7}$ ง. $\frac{2^7}{3^7}$

26. ให้ A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ ซึ่งทำให้ฟังก์ชัน $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ที่ถูกกำหนดโดย

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+4}}{bx-1} & , x \leq 0 \\ \frac{\sin ax}{x} + b \left(\frac{x-3\pi}{\pi} \right) & , 0 < x \leq \pi \\ \sqrt{(x-\pi)^2+1} - x + c^2 & , \pi < x \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบน \mathbb{R} และ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ จงหาจำนวนสมาชิกของเซต A และ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

(ข้อเสนอแนะ : สำหรับ $a \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{x} = a$)

27. กำหนดให้ $f(x) = 24x^2 + 2014x - 2557$ ให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นสัมผัส $f(x)$ ที่จุด $(2553, f(2553))$ และ $(2557, f(2557))$ ตามลำดับ จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ f เส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2

สมาคม (พ.ย. 56)

11. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(1) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \text{ มีค่าสุดขีดสัมพัทธ์}$$

$$(2) \int_1^9 \frac{x-1}{x+\sqrt{x}} dx = 2$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อความ (1) เป็นจริง ข้อความ (2) เป็นเท็จ

ค. ข้อความ (1) เป็นเท็จ ข้อความ (2) เป็นจริง

ง. ข้อความ (1) และ (2) เป็นเท็จ

27. จงหาสมการเส้นตรงในรูป $y = ax + b$ ซึ่งผ่านจุด $(\frac{1}{2}, 2)$ สัมผัสกับกราฟของฟังก์ชัน $y = 2 - \frac{x^2}{2}$ และตัดกับกราฟของฟังก์ชัน $y = \sqrt{4 - x^2}$ ที่จุดสองจุดที่แตกต่างกัน

สมาคม (พ.ย. 55)

5. ถ้า $f(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ $\sqrt{x^3 + 1 + 2x\sqrt{x}}$ แล้ว $f(1) - f(0)$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
- ก. 0 ข. 0.4 ค. 1.2 ง. 1.4

14. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริงไปยังเซตของจำนวนจริง และให้ a เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} = 10$ แล้ว $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = 5$

(2) ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = 5$ แล้ว $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} = 10$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) เป็นจริง และข้อ (2) เป็นจริง ข. ข้อ (1) เป็นจริง และข้อ (2) เป็นเท็จ
- ค. ข้อ (1) เป็นเท็จ และข้อ (2) เป็นจริง ง. ข้อ (1) เป็นเท็จ และข้อ (2) เป็นเท็จ

23. กำหนดให้ ℓ เป็นเส้นตรงที่มีความชัน $\frac{7}{2}$ และเส้นตรง ℓ ไม่ตัดกับพาราโบลา $y = x^2$
กำหนดให้ A และ B เป็นจุด 2 จุดบนเส้นตรง ℓ โดยที่ ส่วนของเส้นตรง AB ยาว 2555 หน่วย
จงหาพิกัดของจุด C ที่อยู่บนพาราโบลา $y = x^2$ ซึ่งทำให้สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่น้อยที่สุด

24. กำหนดให้ $f : [-4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ โดยที่ $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2+7x+14}$ จงหาเรนจ์ของฟังก์ชัน f

29. ให้ S เป็นอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วยกราฟ $y = x(1 - x)$ กับแกน x
จงหาค่า m ทั้งหมดที่ทำให้เส้นตรง $y = mx$ แบ่ง S เป็น 2 ส่วนโดยที่แต่ละส่วนมีพื้นที่เท่ากัน

35. สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n กำหนดให้

$a_n =$ จำนวนจริงที่มีค่ามากที่สุดที่ทำให้เส้นตรง $y = a_n x$ ตัดกราฟ $y = \sin x$ ทั้งหมด $4n + 1$ จุด

จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$

สมาคม (พ.ย. 54)

13. สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ กำหนดให้ $A(n)$ เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = nx - x^2$ แกน y และเส้นสัมผัสโค้งนี้ที่จุด $x = n$

จำนวนเต็มบวก n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $A(n)$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์ของจำนวนเต็ม ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

23. กำหนดให้ a, b เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x) = x^2 - ax - ab$ มีเส้นสัมผัสที่จุด $x = a + b$ เป็นเส้นตรง $y = -x + 5$ จงหาค่าของ a ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เฉลย

สมาคม (พ.ย. 58)

17. **1007.5**

26. $\frac{1}{2}$

34. $\frac{37}{4}$

สมาคม (พ.ย. 57)

10. ข

26. **2, -3**

27. **128**

สมาคม (พ.ย. 56)

11. ง

27. $y = -x + \frac{5}{2}$

สมาคม (พ.ย. 55)

5. ง

14. ค

23. $(\frac{7}{4}, \frac{49}{16})$

24. $[-\frac{2}{7}, \frac{3}{2}]$

29. $1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

35. $\frac{1}{2\pi}$

สมาคม (พ.ย. 54)

13. ค

23. **3, -7**